

**EXAMEN DE THERMODYNAMIQUE**  
**ENSEIGNANT 1<sup>o</sup> Année / octobre 2013**

2 heures, documents autorisés : une feuille A4 recto-verso par étudiant

On effectue les essais d'un compresseur refroidi destiné à comprimer du gaz carbonique dont la pression et la température avant compression sont respectivement égales à  $P_e = 65$  bars et  $T_e = 30^\circ\text{C}$ . Le taux de compression est  $\tau = 1,85$  pour un débit massique  $\dot{m} = 7,6$  kg/s. Le compresseur est refroidi avec de l'eau et le circuit de refroidissement est dimensionné de telle sorte que l'élévation de température du  $\text{CO}_2$  entre l'entrée et la sortie du compresseur n'exécède pas  $25^\circ\text{C}$ .

On prendra pour la constante universelle  $R = 8,315 \text{ J.Mole}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

On rappelle les valeurs des masses molaires de l'air et du  $\text{CO}_2$  :  $M_{\text{air}} = 29 \text{ g}$  ;  $M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ g}$  ainsi que la valeur de la chaleur massique à pression constante de l'eau  $C_p = 4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

**1. CONDITIONS D'ESSAIS**

Les essais sont effectués avec de l'air que l'on supposera se comporter comme un gaz parfait.

a) Les essais sont effectués de manière à avoir la même masse volumique que le  $\text{CO}_2$  en entrée. Calculer la masse volumique  $\rho_e$  du  $\text{CO}_2$  en supposant qu'il se comporte comme un gaz parfait et comparer avec la valeur déduite du diagramme (T, s) du  $\text{CO}_2$ . L'hypothèse consistant à supposer que le  $\text{CO}_2$  est un gaz parfait vous semble être admissible ? Pourquoi ?

b) A quelle pression faut-il admettre l'air, en supposant qu'il se comporte comme un gaz parfait, si sa température est de  $35^\circ\text{C}$ . Quelle valeur auriez-vous trouvé sur le diagramme de l'air sec. L'hypothèse consistant à supposer que l'air est un gaz parfait vous semble-t-elle être admissible ?

**2. ESSAIS AVEC DE L'AIR**

On fait fonctionner le compresseur avec la température et la pression d'air à l'entrée déterminée au § 1.b. On règle le débit d'air et le taux de compression comme prévu

1,85 x 65 =

sur le cahier des charges. On règle le débit d'eau de refroidissement pour obtenir en sortie la variation de température maximale prévue par le constructeur.

a) Calculer la masse volumique de l'air en sortie.

b) Comme le rendement polytrophique compare la transformation réelle à la transformation polytrophique réversible pour laquelle l'air se trouverait dans les mêmes conditions à l'entrée et à la sortie que dans la réalité, on va tout d'abord caractériser cette transformation polytrophique.

- Quel est l'exposant polytrophique n ?

- Retrouver l'expression littérale du travail de compression polytrophique par unité de masse, et calculer la puissance développée dans cette transformation.

c) On cherche maintenant à déterminer le travail réel de compression. Pour cela on mesure le débit d'eau de refroidissement, sa température à l'entrée et à la sortie. On trouve :  $V_{\text{eau}} = 36 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $T_{\text{eau,e}} = 16^\circ\text{C}$ ,  $T_{\text{eau,s}} = 28^\circ\text{C}$ .

- Quelle est la puissance thermique évacuée au cours de la compression.

- Déterminer la puissance mécanique réellement fournie à l'air au cours de la compression.

d) Que vaut le rendement polytrophique ? La valeur est-elle conforme à l'estimation du fournisseur qui annonce un rendement polytrophique de 72% ?

e) Faites une estimation de la dissipation à partir d'un bilan d'entropie ( $\psi$ ). En déduire une valeur de rendement. Comparer avec d/.

**3. COMPRESSEUR EN FONCTIONNEMENT REEL**

On revient à la compression du  $\text{CO}_2$  pour lequel on travaillera sur le diagramme (T, s).

a) Tracer schématiquement la compression sur le diagramme du  $\text{CO}_2$ . Quelle est la masse volumique du  $\text{CO}_2$  en sortie et comparez avec ce que vous avez trouvé pour l'air en expliquant la différence.

b) Déterminer le travail réel à partir du rendement du fournisseur. En déduire la puissance thermique à évacuer. Que se passe-t-il par rapport à l'air ?

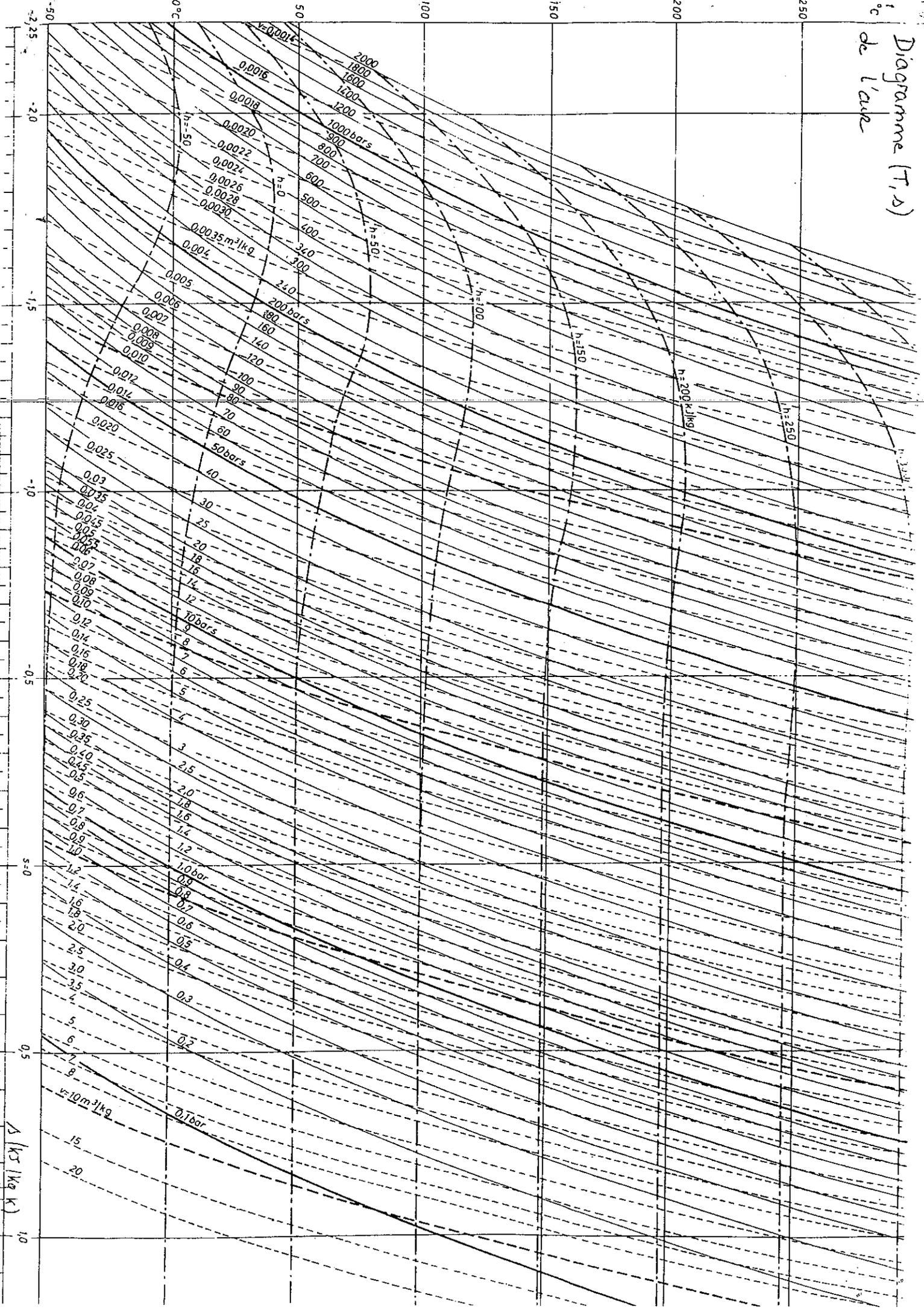
$$\eta_{\text{pol},g} = \frac{W_e}{W_{\text{reel},g}} \Rightarrow W_{\text{reel},g} = \frac{W_e}{\eta_{\text{pol},g}}$$

\* On rappelle que pour les sur les diagrammes (T,s), il sera nécessaire d'extrapoler les différentes valeurs (v, h, ...) pour mener à bien les calculs.

$$\rho_e = \frac{2 \text{ dm}^3/\text{kg}}{2 \text{ l} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}} = 1 \text{ kg/m}^3$$

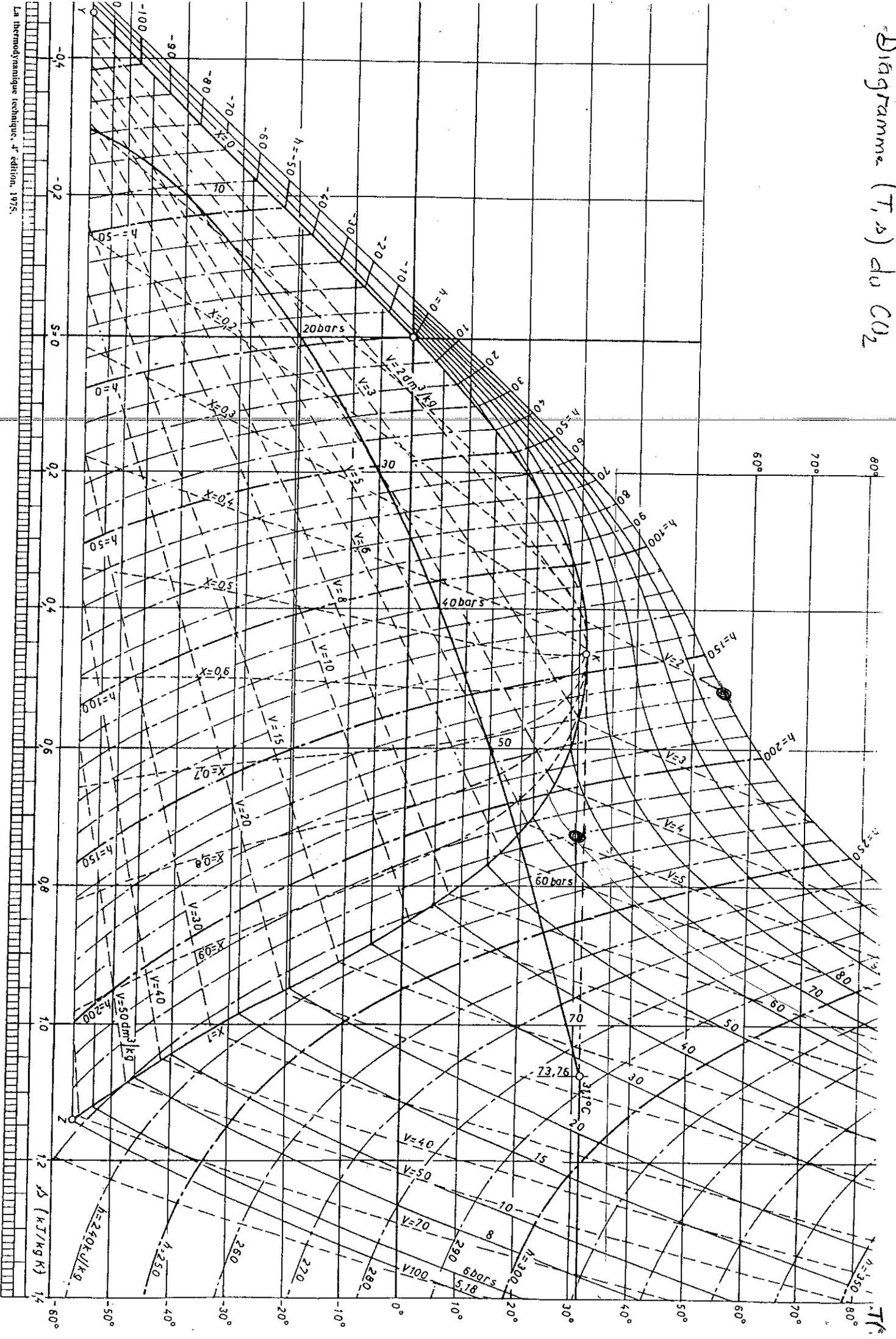
$$\rho = \frac{1}{v_e} =$$

Diagramme (T,s)  
de l'eau



s (kJ/kg K)

# Diagramme (T, s) du CO<sub>2</sub>



La thermodynamique technique, 4<sup>e</sup> édition, 1975.

Vander, Editeur, Bruxelles, Louvain, Paris.

# EXAM THERMODYNAMIQUE :

Compresseur "réversible" destiné à comprimer du  $\text{CO}_2$   $Z = \frac{P_s}{P_e} = 2,85$

À l'entrée  $\left\{ \begin{array}{l} P_e = 65 \text{ Bars} \\ T_e = 30^\circ\text{C} = 303^\circ\text{K} \end{array} \right.$

À la sortie  $\left\{ \begin{array}{l} P_s = 120,25 \text{ Bar} \\ T_s = ? < T_e + \Delta T = 55^\circ\text{C} \end{array} \right.$

## ① CONDITIONS D'ESSAIS

a)  $PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}$

À l'entrée du compresseur, pour du  $\text{CO}_2$  :  $\rho_e = \frac{M_{\text{CO}_2} P_e}{RT_e} = \frac{44 \cdot 10^{-3} \times 65 \cdot 10^5}{8,315 \times 303} = 113,5 \text{ kg/m}^3$

Diagramme (T,s) on PE  $v_e \approx 4,8 \text{ dm}^3/\text{kg} \Rightarrow \rho_e = 208 \text{ kg/m}^3$

$\Rightarrow$  On ne peut pas considérer le  $\text{CO}_2$  comme un gaz parfait car la pression est trop importante

b) On veut pour de l'air  $\rho_e = 208 \text{ kg/m}^3$  avec  $T_e = 35^\circ\text{C} = 308 \text{ K}$

On a  $\rho = \frac{M_{\text{O}_2} P}{RT} \Rightarrow P_e = \frac{\rho_e RT_e}{M_{\text{O}_2}} = \frac{208 \times 8,315 \times 308}{29 \cdot 10^{-3}} = 183,7 \text{ Bars}$

Diagramme de l'air sec (T,s)  $v_e \approx 4,8 \text{ dm}^3/\text{kg}$ ,  $T_e = 308 \text{ K} \Rightarrow P_e \approx 180 \text{ Bars}$

$\rightarrow$  l'approximation gaz parfait est bonne.

## ② ESSAIS AVEC DE L'AIR

a)  $\left\{ \begin{array}{l} T_e = 35^\circ\text{C} = 308 \text{ K} \\ P_e = 183,7 \text{ Bars} \end{array} \right.$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_s = T_e + \Delta T_{\text{max}} = 60^\circ\text{C} = 333 \text{ K} \\ P_s = Z P_e = 339,8 \text{ Bars} \approx 340 \text{ Bars} \end{array} \right.$

$\rho_s = \frac{M_{\text{O}_2} P_s}{RT_s} = 356,1 \text{ kg/m}^3$

## b) Rendement polytrophique :

polytrophique réversible  $ds = C \frac{dT}{T} = C_v \frac{dT}{T} + \left( \frac{\partial s}{\partial V} \right)_T dV = C_p \frac{dT}{T} + \left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_T dP$

$n = \frac{C - C_p}{C - C_v} = \frac{\left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_T dP}{\left( \frac{\partial s}{\partial V} \right)_T dV} = \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \frac{dP}{dV}$

On a donc

$$P = \frac{m}{M} \frac{RT}{V}$$

(2)

$$\frac{dP}{dV} = n \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = -n \times \frac{m}{M} \frac{RT}{V^2} = -n \frac{P}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = -n \frac{dV}{V} \Rightarrow \ln \left( \frac{P}{P_0} \right) = -n \ln \left( \frac{V}{V_0} \right) = n \ln \left( \frac{V_0}{V} \right) = \ln \left( \left( \frac{V_0}{V} \right)^n \right)$$

$$\Rightarrow PV^n = P_0 V_0^n = C^{te} \quad \Leftrightarrow \frac{P}{P_0} = C^{te} = \frac{P_0}{P_0^{1/n}}$$

Transformation polytropique (réversible)

$$\dot{m} dh = T \dot{d}s + \dot{V} dP = \dot{S} \dot{T} + \dot{S} \dot{W} \Rightarrow \dot{S} \dot{W} = \dot{V} dP$$

et comme  $\dot{S} \dot{W} = \dot{m} \dot{S} w$  et  $\dot{V} = \dot{m} v \Rightarrow \dot{S} w = v dP$

$$\Rightarrow w = \int_{P_0}^{P_s} v dP = \int_{P_0}^{P_s} \frac{1}{\rho} dP = \int_{P_0}^{P_s} \left( \frac{P_0}{P} \right)^{1/n} \frac{dP}{\rho_0} \quad \text{car } \frac{P}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \Leftrightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{P_0}{P} \right)^n$$

$$w = \frac{1}{\rho_0} P_0^{1/n} \left[ \frac{P^{1-1/n}}{1-1/n} \right]_{P_0}^{P_s} = \frac{P_0^{1/n}}{\rho_0} \times \frac{n}{n-1} \left( P_0^{n-1} - P_s^{n-1} \right)$$

$$w = \frac{n}{n-1} \frac{P_0}{\rho_0} \left( 2^{n/n} - 1 \right)$$

Détermination de n  $\frac{P_0/\rho_0^n}{P_s/\rho_s^n} = \frac{P_0}{P_s} \Rightarrow \frac{P_s}{P_0} = \left( \frac{\rho_s}{\rho_0} \right)^n \Rightarrow \ln \left( \frac{P_s}{P_0} \right) = n \ln \left( \frac{\rho_s}{\rho_0} \right)$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln \left( \frac{P_s/P_0}{\rho_s/\rho_0} \right)}{\ln \left( \frac{\rho_s}{\rho_0} \right)} = 1,145$$

$$w = 56,5 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\dot{W} = \dot{m} w = 429,4 \text{ kW}$$

③ Débit de rafraîchissement  $\dot{Q}_{\text{eau}} = 36 \text{ m}^3/\text{h}$   $T_{\text{eau,e}} = 16^\circ\text{C}$   
 $T_{\text{eau,s}} = 22^\circ\text{C}$

$$\dot{Q} = \dot{m}_{\text{eau}} c_p (T_{\text{eau,s}} - T_{\text{eau,e}}) = \rho_{\text{eau}} \times \dot{Q}_{\text{eau}} \times c_p (T_{\text{eau,s}} - T_{\text{eau,e}})$$

$$\dot{Q} = -501,6 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{\text{évaporé}} = -\dot{Q}$$

Puissance mécanique réellement évaporée  $\dot{m} (h_{\text{air,s}} - h_{\text{air,e}}) = \dot{Q}_{\text{évaporé}} + \dot{W}_{\text{réel}}$   
 $\frac{25 \text{ kg}}{\text{kg}} \quad \frac{5 \text{ kJ}}{\text{kg}}$

$$\dot{W}_{\text{ref}} = 691,6 \text{ kW}$$

3

$$\text{a) } \eta = \frac{\dot{W}_{\text{poly}}}{\dot{W}_{\text{ref}}} = 0,62 \rightarrow 62\%$$

$$\text{c) } T dS = \delta \psi + \delta \phi \quad \dot{\psi} = \int T d\dot{S} - \dot{\phi} \approx T_{\text{moy}} (\dot{m} (s_s - s_e)) - \dot{\phi}$$

$$T_{\text{moy}} = 47,5^\circ\text{C} = 320,5 \text{ K} \quad \begin{cases} s_s = -1,58 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \\ s_e = -1,47 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \end{cases} \quad \begin{aligned} \dot{\psi} &= 49,29 \text{ kJ/s} \\ \Rightarrow \dot{W}_{\text{ref}} &= \dot{\psi} + \dot{W} \\ &= 480 \text{ kW} \end{aligned}$$

### 3 COMPRESSEUR EN FONCTIONNEMENT RÉEL

$$\text{a) En sortie } P_3 = 420 \text{ Bar et } T_3 = T_2 + \Delta T_{\text{max}} = 55^\circ\text{C}$$

$$\begin{aligned} v_3 &= 2 \text{ dm}^3 \text{ kg}^{-1} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \Rightarrow \rho_3 = \frac{1}{v_3} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ kg m}^{-3} \\ \rho_3 &= 500 \text{ kg m}^{-3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \eta_p = 0,72 = \frac{W_{\text{poly}}}{W_{\text{ref}}} \Rightarrow W_{\text{ref}} = \frac{W_{\text{poly}}}{\eta_p} = \frac{1}{\eta_p} \frac{n}{n-1} \frac{P_2}{\rho} \left[ Z^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$\text{Détermination de } n \quad n = \frac{\rho_n (P_2/P_3)}{\ln(P_2/P_3)} = 0,7$$

$$\Rightarrow W_{\text{ref}} = 23,47 \text{ kW}$$