

# Changement de phase : Ébullition et condensation convectives

Catherine Colin

## Plan du cours

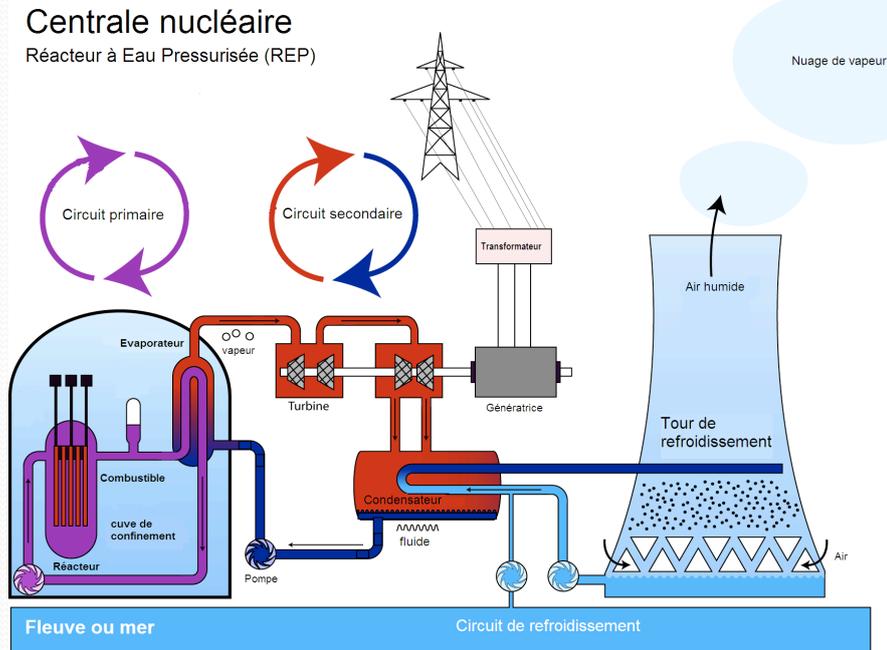
- Les applications des changements de phase liquide-vapeur et solide-liquide
- Formulation des équations moyennées temporellement et spatialement en écoulement liquide- vapeur
- Lois de fermeture pour les frottements
- Flux de chaleur en ébullition convective
- Condensation convective

## Situations industrielles impliquant des écoulements diphasiques liquide - vapeur

REP : eau sous pression 155 bars et 320°C

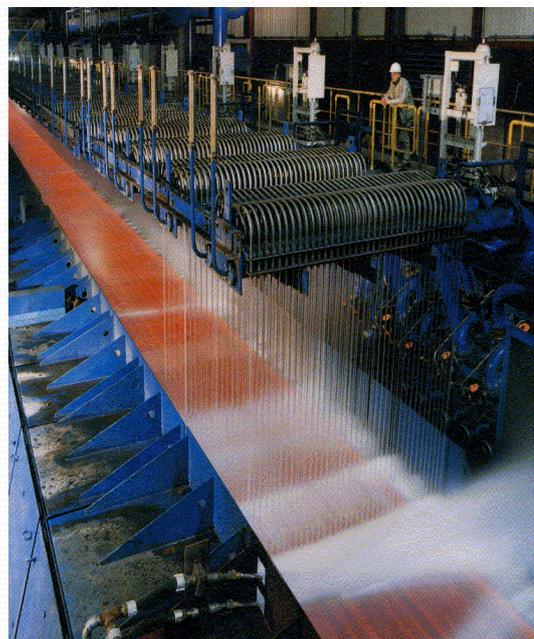
Situations accidentelles graves (LOCA, RIA)

Prédiction de la crise d'ébullition



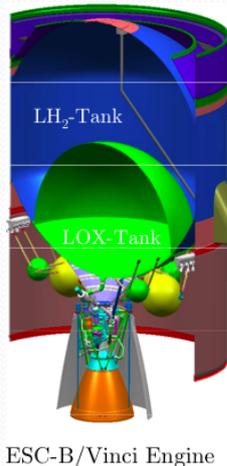
## Situations industrielles impliquant des écoulements diphasiques liquide - vapeur

- Refroidissement de plaques d'acier en sortie de laminoires : industrie sidérurgique



## Situations industrielles impliquant des écoulements diphasiques liquide - vapeur

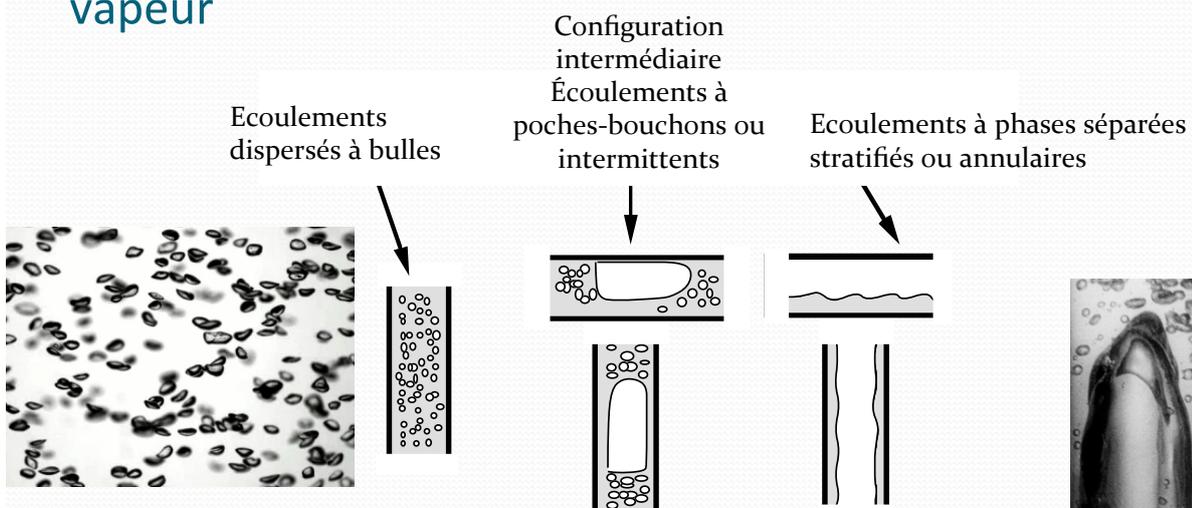
- Refroidissements de composants électroniques à l'aide d'échangeurs diphasiques dans l'industrie aéronautique
- Propulsion spatiale et lanceurs



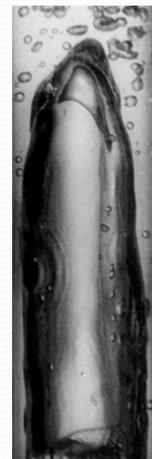
ESC-B/Vinci Engine

3ème étage du lanceur avec réservoirs cryogéniques pour LOx et LH2  
 Chauffage de la paroi par radiation solaires  
 → Pas de conversion thermique en microgravité  
 → Ebullition sur la paroi des réservoirs

## Problématique des écoulements diphasiques liquide-vapeur



Quelle est la configuration de l'écoulement? Sa stabilité?  
 Comment les phases se répartissent-elles?  
 Quels sont les transferts entre phases?



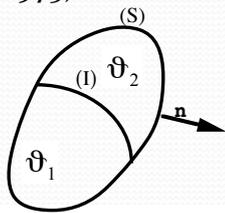
## Méthodologie générale

- Analyse et modélisation à différentes échelles :
  - Description locale instantanée
  - Description moyennée temporellement
  - Description moyennée temporellement et spatialement
- A partir de l'analyse à l'échelle locale (mouvement d'une bulle, stabilité d'un film liquide) -> modèles phénoménologiques, lois de fermeture pour les équations moyennes, calcul des grandeurs moyennes....

↓  
Perte  
d'information

## Equations de bilan locales instantanées

(Ishii, 1975)



- Bilan de la grandeur  $f_k$  dans la phase k

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_k \mathbf{u}_k) = \Pi_k - \nabla \cdot (\mathbf{\Gamma}_k)$$

- Bilan à l'interface

$$\nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_i - 2\kappa \mathbf{\Gamma}_i \cdot \mathbf{n}_{ik} + \sum_{k=1,2} [\phi_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_i) + \mathbf{\Gamma}_k] \cdot \mathbf{n}_{ik} = 0$$

	$\phi_k$	$\Pi_k$	$\mathbf{\Gamma}_k$	$\mathbf{\Gamma}_i$
Masse	$\rho_k$	0	0	
Quantité de mouvement	$\rho_k \mathbf{U}_k$	$\rho_k \mathbf{g}$	$-\Sigma_k = p_k \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}_k$	$-\sigma \mathbf{I}$
Energie totale	$\rho_k \left( e_k + \frac{U_k^2}{2} \right)$	$\rho_k r + \rho_k \mathbf{g} \cdot \mathbf{U}_k$	$-\mathbf{U}_k \cdot \Sigma_k + q_k$	
Espèce chimique	$\rho_k C_k$		$\mathbf{J}_k = -\rho_k D \nabla C_k$	

## Equations phasiques moyennes

- Définition des différentes moyennes

- Moyenne statistique  $\bar{\phi}(\mathbf{r}, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi_i(\mathbf{r}, t) \right)$
- Moyenne temporelle  $\bar{\phi}(\mathbf{r}, t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{T} \int_T \phi dt \right)$

Ecoulement stationnaire  $\updownarrow$

Relations de Reynolds  
 $\overline{\lambda\phi + \varphi} = \lambda\bar{\phi} + \bar{\varphi}$   
 $\overline{\phi\varphi} = \bar{\phi}\bar{\varphi}$   
 $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} \quad ; \quad \overline{\Delta\phi} = \Delta\bar{\phi}$

- Fonction de présence de phase  $\chi_k$ 

$$\chi_k(\mathbf{x}, t) = 1 \quad \text{si } \mathbf{x} \in k$$

$$\chi_k(\mathbf{x}, t) = 0 \quad \text{si } \mathbf{x} \notin k$$
- Taux de présence de la phase k  $\alpha_k = \bar{\chi}_k$
- Concentration d'aire interfaciale  $\bar{\delta}_l = \alpha_l$

## Equations phasiques moyennes

Grandeur instantanée  $\phi = \bar{\phi} + \phi'$

Moyenne phasique  $\bar{\phi}_k = \frac{\chi_k \phi_k}{\alpha_k} \quad \overline{\chi_k \phi'_k} = 0 \quad \bar{\phi}' = \frac{\bar{\delta}_l \phi}{\alpha_l} \quad \bar{\delta}_l = \alpha_l$

Moyenne statistique de :  $\bar{\phi} = \alpha_l \bar{\phi}_l + \alpha_g \bar{\phi}_g + \alpha_i \bar{\phi}_i$

$$\frac{\partial \alpha_k \bar{\phi}_k}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \alpha_k \bar{\phi}_k \mathbf{u}_k + \alpha_k \bar{\Gamma}_k \right) - \alpha_k \bar{\Pi}_k + \alpha_i \overline{[\phi_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_i) + \Gamma_k] \cdot \mathbf{n}_{ik}} = 0$$

$$\alpha_i \left[ \overline{\nabla_i \cdot (\Gamma_i)}^i - \overline{2\kappa \Gamma_i \mathbf{n}_{ik}}^i \right] + \alpha_i \sum_{k=l,g} \overline{[\phi_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_i) + \Gamma_k] \cdot \mathbf{n}_{ik}}^i = 0$$

## Equations phasiques moyennes

- Conservation de la masse

$$\frac{\partial \overline{\alpha_k \rho_k}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k}) = -\alpha_i \overline{[\rho_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_i)] \cdot \mathbf{n}_{ik}} = -\alpha_i \overline{\dot{m}_k} \quad \sum_{k=l,g} \overline{\dot{m}_k} = 0$$

- Bilan de quantité de mouvement

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k}) - \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + \nabla (\overline{\alpha_k p_k}) - \nabla \cdot (\overline{\alpha_k \boldsymbol{\tau}_k}) \\ = -\alpha_i \overline{[\rho_k \mathbf{u}_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{n}_{ik} + p_k \mathbf{n}_{ik} - \boldsymbol{\tau}_k \cdot \mathbf{n}_{ik}]} = -\alpha_i \overline{\dot{m}_k \mathbf{u}_{ki}} + \alpha_i \mathbf{I}_k \end{aligned} \quad \alpha_i \left[ \overline{\nabla_i \sigma} - 2\kappa \sigma \mathbf{n}_{ik} \right] = \alpha_i \left[ \sum_{k=l,g} (\mathbf{I}_k - \overline{\dot{m}_k \mathbf{u}_{ki}}) \right]$$

- Conservation de l'enthalpie totale

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\alpha_k \rho_k h_{tk}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\alpha_k \rho_k h_{tk} \mathbf{u}_k}) = \nabla \cdot (\overline{\alpha_k \mathbf{u}_k \boldsymbol{\tau}_k}) - \nabla \cdot (\overline{\alpha_k \mathbf{q}_k}) + \alpha_k (\overline{\rho_k r} + \rho_k \mathbf{g} \cdot \mathbf{u}_k) + \frac{\partial \overline{\alpha_k p_k}}{\partial t} \\ - \alpha_i \overline{[\dot{m}_k h_{tk} + (p_k \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_k \cdot \boldsymbol{\tau}_k + \mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{n}_{ik}]} \end{aligned} \quad \sum_{k=l,g} \alpha_i \overline{\left[ \dot{m}_k \left( h_k + \frac{1}{2} \frac{\dot{m}_k^2}{\rho_k^2} - \frac{\mathbf{n}_{ik} \cdot \boldsymbol{\tau}_k \cdot \mathbf{n}_{ik}}{\rho_k} \right) + \mathbf{q}_k \cdot \mathbf{n}_{ik} \right]} = 0$$

## Résolution du système d'équations

3 équations de conservation de la masse  
 3x3 équations de bilan de quantité de mouvement  
 3 équations de bilan d'enthalpie  
 1 équation topologique  $\alpha_l + \alpha_g = 1$

16 Equations

21 inconnues :

$$\begin{aligned} \overline{\alpha_l}, \overline{\alpha_g}, \overline{\alpha_i}, \overline{\dot{m}_l}, \overline{\dot{m}_g} \\ \overline{\mathbf{u}_l}, \overline{\mathbf{u}_g}, \overline{p_l}, \overline{p_g}, \overline{\mathbf{I}_l}, \overline{\mathbf{I}_g} \\ \overline{h_l}, \overline{h_g} \end{aligned}$$

Besoin de lois de fermeture

2 équations de conservation de la masse  
 2x3 équations de bilan de quantité de mouvement  
 3 équations de bilan d'enthalpie  
 1 équation topologique  $\alpha_l + \alpha_g = 1$

12 équations

14 inconnues

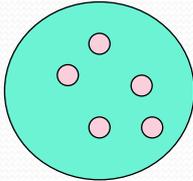
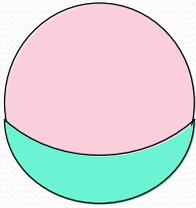
$$\left\{ \begin{aligned} \overline{\alpha_l}, \overline{\alpha_g}, \overline{\alpha_i}, \overline{\dot{m}_l}, \\ \overline{\mathbf{u}_l}, \overline{\mathbf{u}_g}, \overline{p_l}, \overline{p_g}, \\ \overline{h_l}, \overline{h_g} \end{aligned} \right.$$

Modélisation de  $\overline{\mathbf{I}_l}, \overline{\mathbf{I}_g}$

1 loi de fermeture nécessaire  $\overline{p_l} = \overline{p_g}$   
 +1 équation de transport pour  $\overline{a_i}$

(Kocamustafaogullari & Ishii M., 1983, Morel et al., 1999)

## Equations intégrées dans la section de la conduite



$A$  : section de tube

$A_g$  : section occupée par le gaz

$A_l$  : section occupée par le liquide

$R_g$  (-) : taux de vide moyen

$j_g, j_l$  (m/s) : vitesses superficielles

$U_g, U_l$  (m/s) : vitesses moyennes

$x$  (-) : titre massique

$G$  (kg/m<sup>2</sup>/s) : Débit massique surfacique

$$R_k = \frac{A_k}{A} = \frac{1}{A} \int \alpha_k dA$$

$$R_g = \frac{A_g}{A} \quad R_l = \frac{A_l}{A} = 1 - R_g$$

$$j_l = \frac{Q_l}{A}$$

$$U_g = \frac{Q_g}{A_g} = \frac{j_g}{R_g} \quad U_l = \frac{Q_l}{A_l}$$

$$j_g = \frac{Gx}{\rho_g}$$

$$j_l = \frac{G(1-x)}{\rho_l}$$

$$U_g = \frac{Gx}{\rho_g R_g}$$

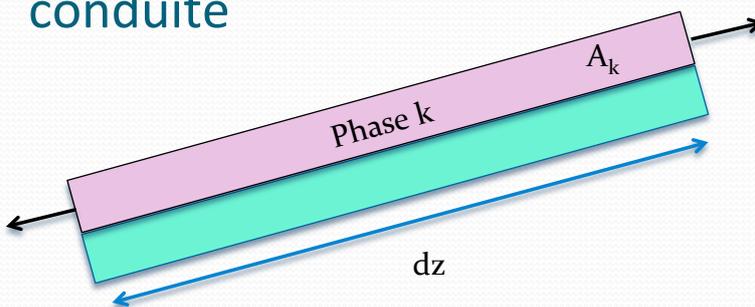
$$U_l = \frac{G(1-x)}{\rho_l R_l}$$

$$x = \frac{\text{débit massique de vapeur}}{\text{débit massique total}}$$

$$x = \frac{1}{1 + \frac{\rho_l U_l (1-R_g)}{\rho_g U_g R_g}}$$

$$R_g = \frac{x \frac{\rho_l U_l}{\rho_g U_g}}{1 - x \left( 1 - \frac{\rho_l U_l}{\rho_g U_g} \right)}$$

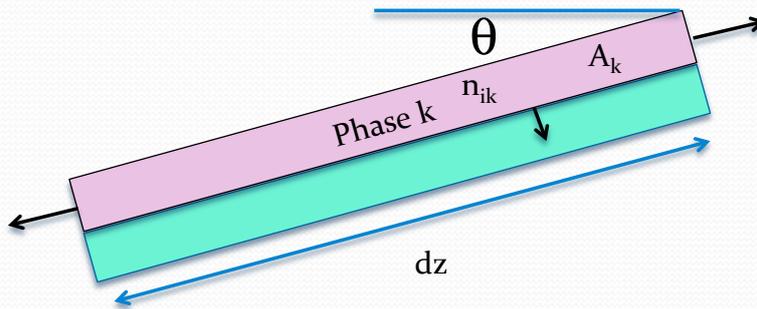
## Bilan de masse intégré dans la section de la conduite



$$\frac{\partial \rho_k A_k dz}{\partial t} = \rho_k A_k U_k \Big|_z - \rho_k A_k U_k \Big|_{z+dz} - \dot{M}_k A_k dz$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial \rho_k A_k}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_k A_k U_k}{\partial z} = \frac{\partial \rho_k R_k}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k R_k U_k}{\partial z} = -\dot{M}_k$$

## Bilan intégré de quantité de mouvement



$$\begin{aligned}
 & P_i \langle \alpha_i n_{ik} \cdot n_z \rangle Adz \\
 & = P_i \langle \nabla \alpha_k \cdot n_z \rangle Adz \\
 & = P_i \nabla R_k \cdot n_z Adz \\
 & = P_i \frac{dR_k}{dz} Adz
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho_k U_k A_k dz}{\partial t} = \rho_k A_k U_k^2 \Big|_z - \rho_k A_k U_k^2 \Big|_{z+dz} + P_k A_k \Big|_z - P_k A_k \Big|_{z+dz} + P_i dz \frac{dA_k}{dz}$$

$$-\rho_k g A_k dz \sin \theta - \tau_{pk} S_{pk} dz + \tau_{ik} S_{ik} dz - \dot{M}_k u_i Adz$$

$$\frac{\partial \rho_k U_k R_k}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k R_k U_k^2}{\partial z} = -\frac{\partial P_k R_k}{\partial z} + P_i \frac{dR_k}{dz} - \rho_k g R_k \sin \theta - \tau_{pk} \frac{S_{pk}}{A} + \tau_{ik} \frac{S_{ik}}{A} - \dot{M}_k u_i$$

## Conservation de l'énergie intégrée dans la section

$$\frac{\partial \rho_k \left( e_k + \frac{U_k^2}{2} \right) A_k dz}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k \left( e_k + \frac{U_k^2}{2} \right) U_k A_k dz}{\partial z} = q_{pk} S_{pk} dz + q_{ik} S_{ik} dz + r_k A_k dz$$

$$-\frac{\partial P_k A_k U_k}{\partial z} - P_i dz A \frac{dR_k}{dt} - \rho_k g U_k A_k dz \sin \theta + \tau_{ik} U_i S_{ik} dz - \dot{M}_k H_{ik} Adz$$

$$P_i \langle u_i n_{ik} \alpha_i \rangle Adz = P_i \langle \frac{d\alpha_k}{dt} \rangle Adz = P_i \frac{dR_k}{dt} Adz$$

Enthalpie totale  $H_{tk} = e_k + \frac{U_k^2}{2} + \frac{P_k}{\rho_k} - gz \sin \theta \approx e_k + \frac{P_k}{\rho_k} \approx H_k$

$$\frac{\partial \rho_k R_k H_{tk}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k R_k H_{tk} U_k}{\partial z} = q_{pk} \frac{S_{pk}}{A} + q_{ik} \frac{S_{ik}}{A} + r_k R_k - R_k \frac{dP}{dt} + \frac{\tau_{ik} U_i S_{ik}}{A} - \dot{M}_k H_{ik}$$

## Equations intégrées dans la section de la conduite

Wallis (1969)

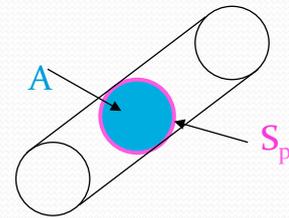
$$R_k \phi_k = \frac{1}{A} \int_A \alpha_k \overline{\phi_k} dA$$

$$\int_A \left\{ \frac{\partial \alpha_k \overline{\phi_k}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \overline{\phi_k} \mathbf{U}_k + \alpha_k \overline{\Gamma_k}) - \alpha_k \overline{\Pi_k} + \alpha_i \overline{[\phi_k (\mathbf{U}_k - \mathbf{U}_i) + \Gamma_k]} \cdot \mathbf{n}_{ik} \right\} dA = 0$$

z direction de l'axe du tube

$$\int_A \nabla \cdot \phi dA = \int_A \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) dA = \frac{\partial}{\partial z} \int_A \phi dA + \int_A \nabla_A \cdot \phi = \frac{\partial}{\partial z} \int_A \phi dA + \int_{S_p} \phi \cdot \mathbf{n}_c dC$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_k \phi_k A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (R_k \phi_k U_k A - R_k \Gamma_k A) + \int_{S_p} (\alpha_k \overline{\phi_k} \mathbf{U}_k + \alpha_k \overline{\Gamma_k}) \cdot \mathbf{n}_{pk} dC - R_k \Pi_k A \\ + \int_A \alpha_i \overline{[\phi_k (\mathbf{U}_k - \mathbf{U}_i) + \Gamma_k]} \cdot \mathbf{n}_{ik} dA = 0 \end{aligned}$$



## Equations de conservation de la masse

$$\frac{\partial R_k \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (R_k \rho_k U_k) = -\dot{M}_k \quad \text{with} \quad \dot{M}_k = -\frac{1}{A} \int_A \alpha_i \overline{[\rho_k (\mathbf{U}_k - \mathbf{U}_i)]} \cdot \mathbf{n}_{ik} dA$$

$\dot{M}_k$  : débit massique par unité de volume quittant la phase  $k$  à travers l'interface

$U_b, U_g$  : vitesses moyennes du liquide et du gaz dans la section du tube

$$R_g + R_l = 1$$

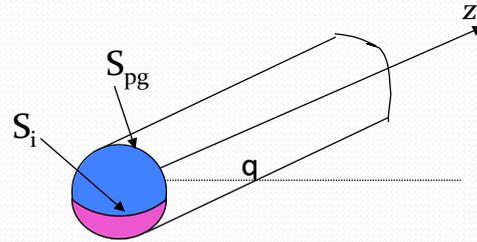
vapeur  $\frac{\partial \rho_g R_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g R_g U_g}{\partial z} = -\dot{M}_g = \dot{M}_l$

liquide  $\frac{\partial \rho_l (1 - R_g)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l}{\partial z} = -\dot{M}_l$

Mélange  $\frac{\partial [\rho_l (1 - R_g) + \rho_g R_g]}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_l (1 - R_g) U_l + \rho_g R_g U_g]}{\partial z} = 0$

# Equations de bilan de quantité de mouvement

Modèle à une pression  $p_l = p_g = p$



Frottement à la paroi

Frottement interfacial

vapeur 
$$\frac{\partial \rho_g R_g U_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_g R_g U_g^2 A}{\partial z} = -R_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pg} S_{pg}}{A} + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} - \rho_g R_g g \sin \theta + \dot{M}_l U_i$$

liquide 
$$\frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) U_l^2 A}{\partial z} = -(1 - R_g) \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pl} S_{pl}}{A} + \frac{\tau_{il} S_i}{A} - \rho_l (1 - R_g) g \sin \theta - \dot{M}_l U_i$$

mélange 
$$\frac{\partial [\rho_l (1 - R_g) U_l + \rho_g R_g U_g]}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial [\rho_l (1 - R_g) U_l^2 A + \rho_g R_g U_g^2 A]}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{(\tau_{pl} + \tau_{pg}) S_p}{A} - [\rho_l (1 - R_g) + \rho_g R_g] g \sin \theta$$

$\tau_{ig} = -\tau_{il} = \tau_i$

# Equations de bilan de l'enthalpie totale

## Variables

Enthalpie totale (J/kg)  $H_k = H_k + \frac{U_k^2}{2} - gz \sin \theta \approx H_k$

Source volumique  $r_k$  (W/kg)      Densité de flux  $q$  (W/m<sup>2</sup>)

négligeables

vapeur 
$$\frac{\partial \rho_g R_g H_{ig}}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_g R_g H_{ig} U_g A}{\partial z} = R_g r_g + \frac{q_{pg} S_{pg}}{A} + \frac{q_{ig} S_i}{A} + \dot{M}_l H_{ig} + R_g \frac{\partial p}{\partial t} + \xi \frac{\tau_i S_i U_i}{A}$$

liquide 
$$\frac{\partial \rho_l (1 - R_g) H_{il}}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_l (1 - R_g) H_{il} U_l A}{\partial z} = (1 - R_g) r_l + \frac{q_{pl} S_{pl}}{A} + \frac{q_{il} S_i}{A} - \dot{M}_l H_{il} + (1 - R_g) \frac{\partial p}{\partial t} - \xi \frac{\tau_i S_i U_i}{A}$$

mélange 
$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial [\rho_g R_g H_{ig} + \rho_l (1 - R_g) H_{il}]}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial [\rho_g R_g H_{ig} U_g A + \rho_l (1 - R_g) H_{il} U_l A]}{\partial z} \\ & = (1 - R_g) r_l + R_g r_g + \frac{q_p S_p}{A} + \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \right.$$

$$\dot{M}_l (H_{ig} - H_{il}) + \frac{S_i}{A} (q_{ig} + q_{il}) = 0$$

## Résolution du système complet à 6 équations

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho_g R_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g R_g U_g}{\partial z} = \dot{M}_l \\ \frac{\partial \rho_l (1-R_g)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l (1-R_g) U_l}{\partial z} = -\dot{M}_l \end{array} \right. \quad U_g = \frac{Gx}{\rho_g R_g} \quad \text{et} \quad U_l = \frac{G(1-x)}{\rho_l R_l}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho_g R_g U_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_g R_g U_g^2 A}{\partial z} = -R_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pg} S_{pg}}{A} + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} - \rho_g R_g g \sin \theta + \dot{M}_l U_i \\ \frac{\partial \rho_l (1-R_g) U_l}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_l (1-R_g) U_l^2 A}{\partial z} = -(1-R_g) \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pl} S_{pl}}{A} + \frac{\tau_{il} S_i}{A} - \rho_l (1-R_g) g \sin \theta - \dot{M}_l U_i \end{array} \right. \quad \tau_{ig} = -\tau_{il} = \tau_i$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho_g R_g H_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_g R_g H_g U_g A}{\partial z} = R_g r_g + \frac{q_{pg} S_{pg}}{A} + \frac{q_{ig} S_i}{A} + \dot{M}_l H_{ig} \\ \frac{\partial \rho_l (1-R_g) H_l}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial \rho_l (1-R_g) H_l U_l A}{\partial z} = (1-R_g) r_l + \frac{q_{pl} S_{pl}}{A} + \frac{q_{il} S_i}{A} - \dot{M}_l h_{il} \end{array} \right. \quad \dot{M}_l H_{ig} + \frac{S_i}{A} (q_{ig} + q_{il}) = 0$$

6 inconnues principales  $R_g, U_g, U_l, p, H_l, H_g$  ou  $G, x, R_g, p, H_l, H_g$

Inconnues à modéliser  $\dot{M}_l, \tau_{pl}, \tau_{pg}, \tau_{ig}, U_i, q_{pg}, q_{pl}, q_{il}, S_{pg} / S, S_i$

21

## Equations pour le mélange

Remarque : Généralement une phase est à température de saturation

Si les 2 phases sont en équilibre thermodynamique  $H_l(T_{sat}), H_g(T_{sat})$  connues

L'équation de l'enthalpie du mélange permet de calculer le titre massique  $x$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial [\rho_g R_g H_g U_g + \rho_l (1-R_g) H_l U_l]}{\partial z} = \frac{q_p S_p}{A}$$

$$\frac{\partial [GxH_{g,sat} + G(1-x)hH_{l,sat}]}{\partial z} \approx G(h_{g,sat} - h_{l,sat}) \frac{dx}{dz} \Rightarrow Gh_{ig} \frac{dx}{dz} = \frac{q_p S_p}{A}$$

Equations de conservation de la masse et de l'enthalpie du mélange sont liées

Simplification : pas de modélisation des termes interfaciaux

Système à 6 équations



Système à 4 équations

- 1 Masse pour une phase
- 2 qdm liquide-vapeur
- 1 Enthalpie pour le mélange

$$G \frac{dx}{dz} = \dot{M}_l$$

22

## Equations pour le mélange

Si les vitesses des 2 phases sont liées

2 équations de quantité de mouvement sont remplacées par :

1 équation de quantité de mouvement du mélange

$$\frac{1}{A} \frac{\partial (\rho_l (1-R_g) U_l^2 + \rho_g R_g U_g^2) A}{\partial z} = \frac{d}{dz} \left[ \frac{Gx^2}{\rho_g R_g} + \frac{G(1-x)^2}{\rho_l (1-R_g)} \right]$$
$$= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_p S_p}{A} - (\rho_l (1-R_g) + \rho_g R_g) g \sin \theta$$

1 relation f ( $U_g, U_l, R_g$ )=0

Modèle homogène  $U_g = U_l \rightarrow$  système à 3 équations

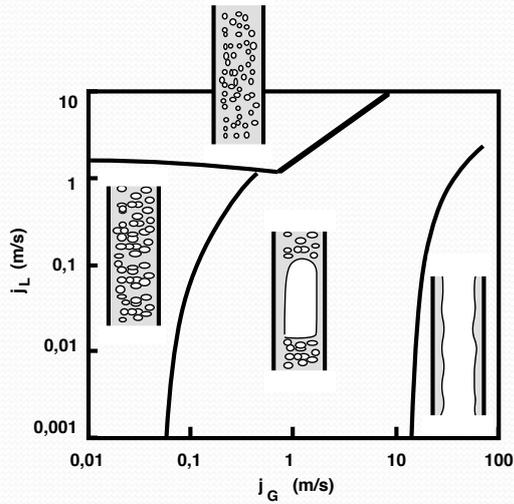
Simplification : pas de modélisation de l'aire interfaciale et du frottement interfacial

23

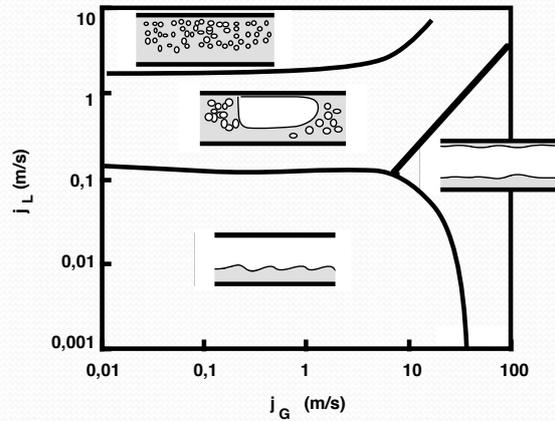
## Lois de fermeture

- Périmètre interfacial  $S_i$ , périmètres mouillés  $S_{pg}, S_{pl}$  dépendent de la topologie de l'écoulement
- Frottement pariétal  $\tau_p$  et interfacial  $\tau_i$
- Flux de chaleur pariétal  $q_p$  et interfacial  $q_i$ , modélisations spécifiques en ébullition et en condensation

## Configuration des écoulements adiabatiques



Eau-air, tube vertical de 5 cm de diamètre  
Taitel *et al.*, (1980)



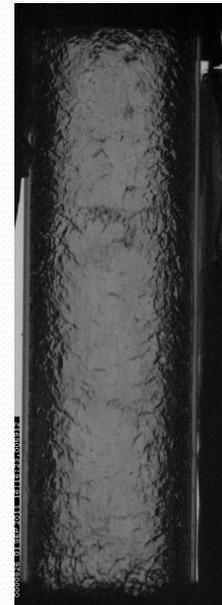
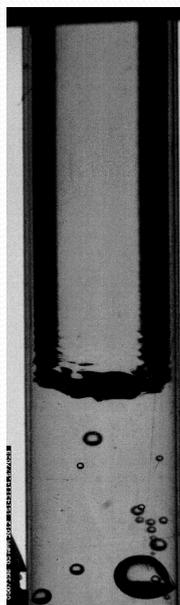
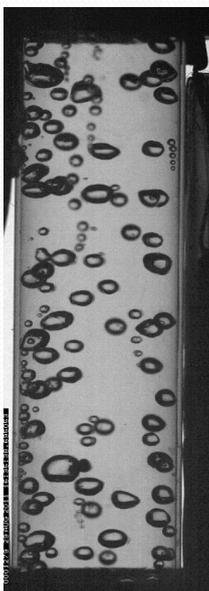
Eau-air, tube horizontal de 5,1 cm de diamètre  
Mandhane, (1974)

Écoulements avec changement de phase: configurations analogues + 1 configuration supplémentaire vapeur+ gouttelettes

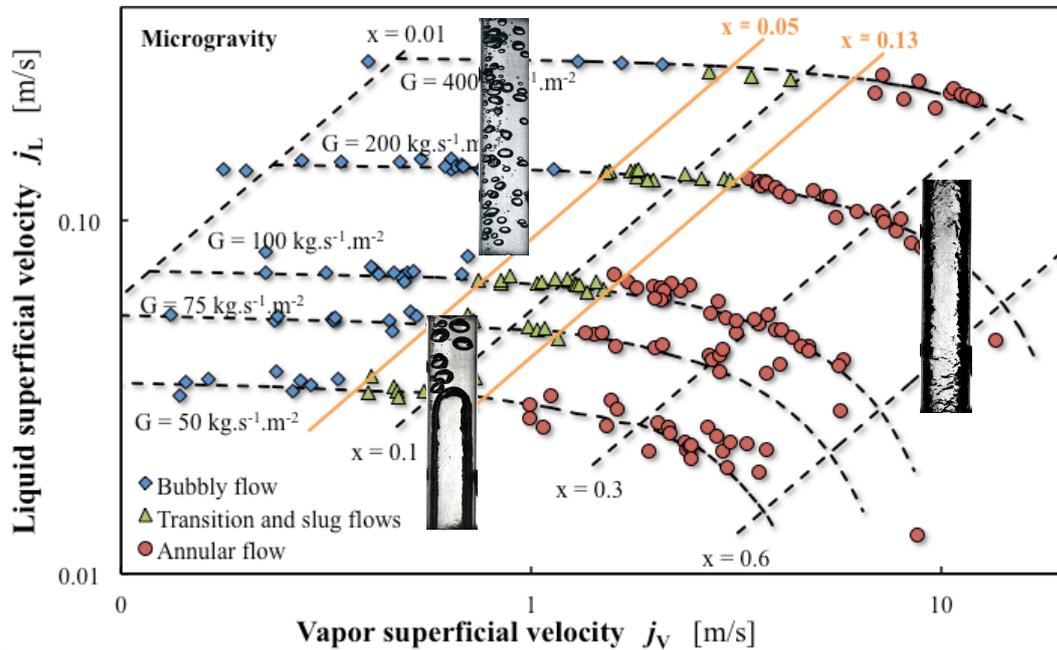
25

## Configuration des écoulements bouillants

Écoulements de réfrigérant HFE7000 en tube de 6mm de diamètre



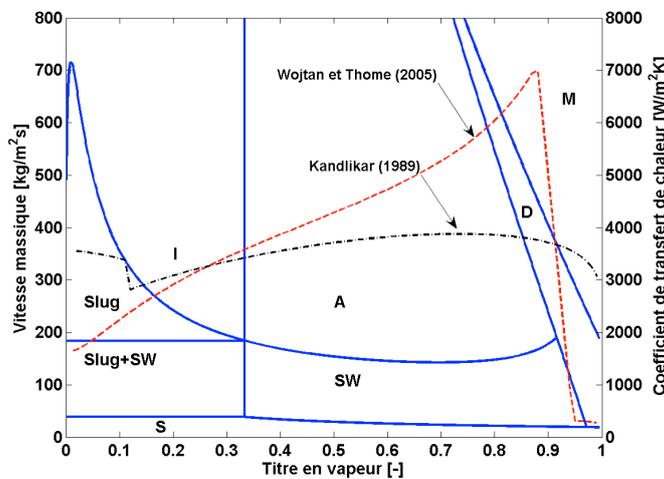
# Configuration des écoulements bouillants



HFE 7000 – tube 6mm de diamètre

# Configuration des écoulements bouillants

Wojtan et al. (2005) pour les écoulements horizontaux

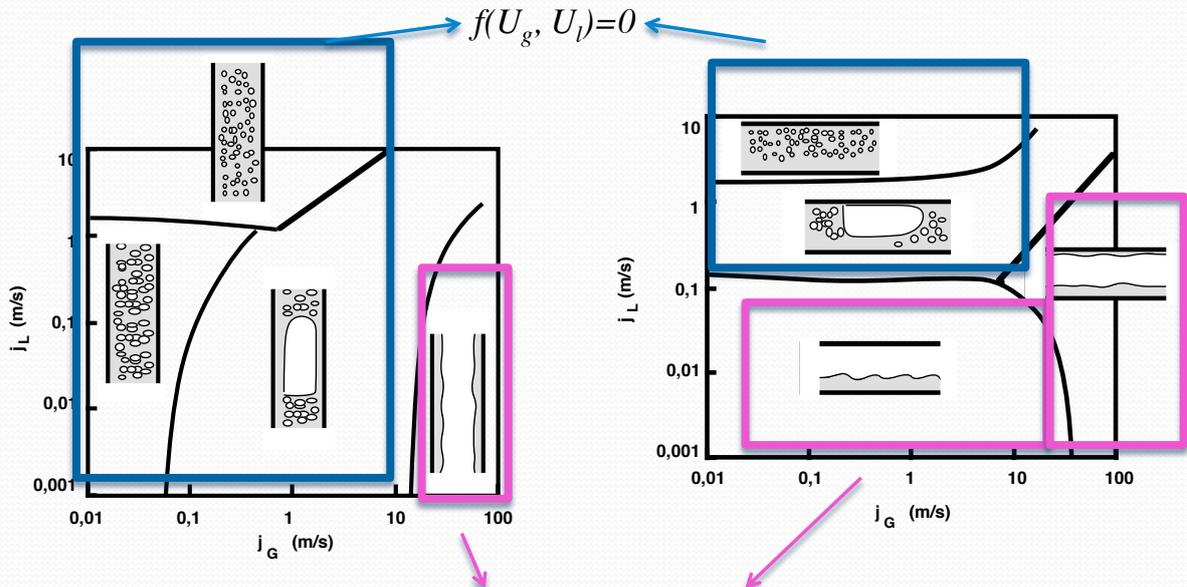


Carte d'écoulement et coefficient de transfert de chaleur pour du R134a,  $D=10$  mm  $q_p=10$  kW/m<sup>2</sup>,  $T_{sat}=10^\circ\text{C}$  et  $G=300$  kg/m<sup>2</sup>s.

I : Intermittent, A : Annulaire, SW : stratifié à vagues, S : stratifié, Slug : bouchons, D : assèchement, M : gouttelettes dispersées

Écoulements avec changement de phase: configurations analogues + 1 configuration supplémentaire vapeur+ gouttelettes (Mist Flow)

## Vitesses des phases



Modèle à 2 fluides : la dynamique des phases est contrôlée par le frottement interfacial

29

## Fermeture du frottement pariétal : Modèle homogène

Hypothèse :  $U_l = U_g = U_M$



Écoulements dispersés avec faible vitesse de glissement/ $U_l$

$$\frac{\partial(\rho_l(1-R_g)U_l + \rho_g R_g U_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l(1-R_g)U_l^2 + \rho_g R_g U_g^2)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_p S_p}{A} - (\rho_l(1-R_g) + \rho_g R_g)g \sin \theta$$

$$\frac{\partial \rho_M U_M}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_M U_M^2]}{\partial z} = \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial [G^2]}{\partial z} = -\frac{dP}{dz} + \frac{\tau_p S_p}{A} - \rho_M g \sin \theta$$

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{fr} = \frac{\tau_p S_p}{A} = -\frac{S_p}{A} \frac{1}{2} f_{pm} \frac{G^2}{\rho_M} = -\frac{S_p}{A} \frac{1}{2} f_{pm} \rho_M U_M^2 \quad \text{avec} \quad \rho_M = R_g \rho_g + (1-R_g) \rho_l$$

$f_{pm}$  coefficient de frottement pariétal

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_{pm} = \frac{16}{Re_M} & \text{si } Re_M < 2000 \\ f_{pm} = 0,079 Re_M^{-0,25} & \text{si } Re_M > 2000 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad Re_M = \frac{GD}{\mu_M}$$

$$\mu_M = R_g \mu_g + (1-R_g) \mu_l$$

30

## Fermeture du frottement pariétal : Modèle à flux de dérive

Hypothèse :  $U_l \neq U_g$



Écoulements dispersés ou à poches-bouchons

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_g R_g U_g + \rho_l (1 - R_g) U_l] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho_g R_g U_g^2 + \rho_l (1 - R_g) U_l^2] =$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{G^2 x^2}{\rho_g R_g} + \frac{G^2 (1-x)^2}{\rho_l R_l} \right] = - \frac{dp}{dz} + \frac{\tau_p S_p}{A} - \rho_M g \sin \theta$$

Zuber et Findlay (1965)

$$U_g = C_0 U_m + U_\infty = C_0 (j_g + j_l) + U_\infty$$

Bulles:  $U_\infty = 1,53 \left[ \frac{g(\rho_l - \rho_g)\sigma}{\rho_l^2} \right]^{1/4}$  ou poches:  $U_\infty = C_\infty \sqrt{gD}$   
 $C_0 = 1,1$   $C_0 = 1,2$

Frottement pariétal

$$\tau_p = -\frac{1}{2} f_{pl} \rho_l U_l^2 \quad ; \quad f_{pl} = C \text{Re}_l^{-n} \quad \text{avec} \quad \text{Re}_l = \frac{U_l D}{\nu_l}$$

31

## Fermeture du frottement pariétal : Modèle de Lockhart et Martinelli

Fréquemment utilisé en ébullition convective

$$\frac{\partial (R_l \rho_l U_l + R_g \rho_g U_g)}{\partial t} + \frac{\partial (R_l \rho_l U_l^2 + R_g \rho_g U_g^2)}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial z} - (R_l \rho_l + R_g \rho_g) g \sin \theta + \frac{S_p \tau_p}{A}$$

Modélisation du gradient de pression par frottement à partir des multiplicateurs de Martinelli

$$\left( \frac{dP}{dz} \right)_{fr} = \frac{\tau_p S_p}{A} = \phi_l^2 \left( \frac{dP}{dz} \right)_l = \phi_g^2 \left( \frac{dP}{dz} \right)_g$$

$$\phi_l^2 = \left( 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2} \right) \quad \phi_g^2 = (1 + CX + X^2)$$

$$\left( \frac{dP}{dz} \right)_l = - \frac{S_p}{A} f_{pl} \frac{\rho_l j_l^2}{2} \quad \left( \frac{dP}{dz} \right)_g = - \frac{S_p}{A} f_{pg} \frac{\rho_g j_g^2}{2}$$

$$X = \left[ \left( \frac{dP}{dx} \right)_l / \left( \frac{dP}{dx} \right)_g \right]^{1/2} = \frac{j_l}{j_g} \sqrt{\frac{\rho_l f_{pl}}{\rho_g f_{pg}}}$$

$$f_{pl} = K \left( \frac{j_l D_H}{\nu_l} \right)^{-n} \quad f_{pg} = K \left( \frac{j_g D_H}{\nu_g} \right)^{-n} \quad D_H = \frac{4A}{S_p}$$

$K=16, n=1$  en écoulement laminaire

$K=0,079, n=1/4$  en écoulement turbulent

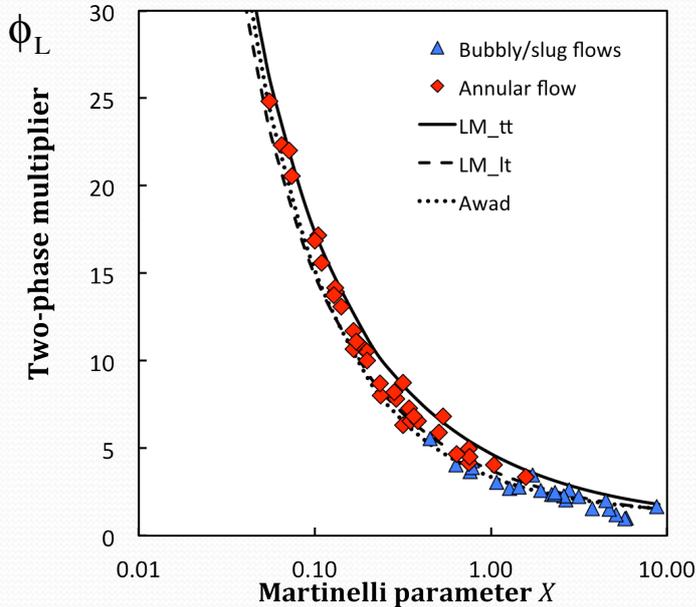
Liquide	Gaz	C
Turbulent	Turbulent	20
Laminaire	Turbulent	12
Turbulent	Laminaire	10
Laminaire	Laminaire	5

$$R_g = \left( 1 + X^{0.8} \right)^{-0.378} \quad \text{proposé par L\&M, mais souvent inadéquat}$$

32

# Fermeture du frottement pariétal : Modèle de Lockhart et Martinelli

Comparaison avec des données expérimentales HFE7000- 6mm



$$\phi_l^2 = \left(1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2}\right) \quad \phi_g^2 = (1 + CX + X^2)$$

$$X = \left[ \left( \frac{dP}{dx} \right)_l / \left( \frac{dP}{dx} \right)_g \right]^{1/2} = \frac{j_l}{j_g} \sqrt{\frac{\rho_l f_{pl}}{\rho_g f_{pg}}}$$

33

# Fermeture des frottements pariétal et interfacial : Modèle à deux fluides

2 équations de quantité de mouvement : exemple écoulement annulaire vertical

$$\begin{aligned} \text{liquide} \quad \frac{\partial \rho_g R_g U_g^2}{\partial z} &= \frac{d}{dz} \frac{G^2 x^2}{\rho_g R_g} = -R_g \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} + \dot{M}_l U_i - \rho_g R_g g \\ \text{vapeur} \quad \frac{d}{dz} \frac{G^2 (1-x)^2}{\rho_l R_l} &= -R_l \frac{dP}{dz} + \frac{\tau_{il} S_i}{A} + \frac{\tau_p S_p}{A} - \dot{M}_l U_i - \rho_l (1-R_g) g \end{aligned}$$

$$U_i \approx U_l \quad \frac{S_i}{A} = \frac{4}{D} \sqrt{R_g} \quad \dot{M}_l = G \frac{dx}{dz}$$

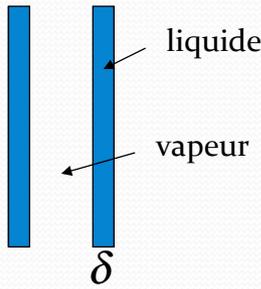
En ébullition saturée  $x$  est connu par le bilan d'enthalpie 2 inconnues  $P$  et  $R_g$

Elimination du gradient de pression entre les deux équations

$$R_l \frac{d}{dz} \frac{G^2 x^2}{\rho_g R_g} - R_g \frac{d}{dz} \frac{G^2 (1-x)^2}{\rho_l R_l} = \frac{\tau_{ig} 4}{D} \sqrt{R_g} - R_g \frac{\tau_p 4}{D} + (\rho_l - \rho_g) R_g R_l g$$

34

# Fermeture des frottements pariétal et interfacial : Modèle annulaire sans arrachage



Permet de calculer  $R_g$

$$\frac{dR_g}{dz} G^2 \left( \frac{R_l x^2}{\rho_g R_g^2} + \frac{R_g (1-x)^2}{\rho_l R_l^2} \right) = -\frac{\tau_{ig}}{D} \sqrt{R_g + R_g} \frac{\tau_p}{D} - (\rho_l - \rho_g) R_g R_l g + G^2 \frac{dx}{dz} \left( \frac{2x R_l}{\rho_g R_g} + \frac{(1-x)(2R_g - 1)}{\rho_l R_l} \right)$$

On modélise  $\tau_i$  (Wallis, 1969) :  $\tau_i = -\frac{1}{2} f_i \rho_g |U_g - U_l| (U_g - U_l)$

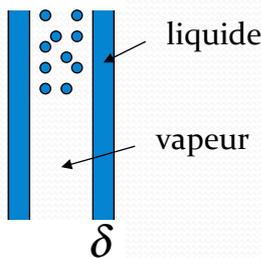
Bien adaptée pour les tubes centimétriques  $f_i = 0,005 \left( 1 + 300 \frac{\delta}{D} \right) = 0,005 (1 + 150 (1 - \sqrt{R_g}))$

$\tau_p = -\frac{1}{2} f_{pl} \rho_l U_l^2$  ;  $f_{pl} = C Re_l^{-n}$  avec  $Re_l = \frac{U_l D}{\nu_l}$

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{d}{dz} \frac{G^2 x^2}{\rho_g R_g} - \frac{d}{dz} \frac{G^2 (1-x)^2}{\rho_l R_l} + \frac{\tau_p}{D} - (\rho_g R_g + \rho_l R_l) g$$

35

# Modèle annulaire avec arrachage



$R_{IF}$  = taux de liquide dans le film  
 $R_{le}$  = taux de liquide entraîné dans les gouttelettes  
 $R_g$  = taux de gaz  $R_{IF} + R_{le} + R_g = 1$

Equations de conservation de la masse

Gaz  $\frac{d}{dz} \rho_g R_g U_g = \dot{M}_l$

Film  $\frac{d}{dz} \rho_l R_{IF} U_{IF} = \frac{d}{dz} G(1-x)(1-E) = -\dot{M}_l + (R_D - R_A) \frac{S_i}{A}$

Gouttes  $\frac{d}{dz} \rho_l R_{le} U_{le} = \frac{d}{dz} G(1-x)E = (R_A - R_D) \frac{S_i}{A}$

$E$  taux d'entraînement  
 $R_D$  flux de redéposition ( $\text{kg/m}^2/\text{s}$ )  
 $R_A$  flux d'arrachage ( $\text{kg/m}^2/\text{s}$ )

Equations de conservation de la quantité de mouvement

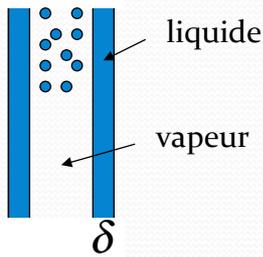
Gaz  $\frac{\partial \rho_g R_g U_g^2}{\partial z} = \frac{d}{dz} \frac{G^2 x^2}{\rho_g R_g} = -R_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} + \dot{M}_l U_i - \rho_g R_g g - F_D$

Film  $\frac{\partial \rho_l R_{IF} U_{IF}^2}{\partial z} = \frac{d}{dz} \frac{G^2 [(1-x)(1-E)]^2}{\rho_l R_{IF}} = -R_{IF} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{il} S_i}{A} - \dot{M}_l U_i - \rho_l R_{IF} g + (R_D U_{eF} - R_A U_{Fe}) \frac{S_i}{A}$

Gouttes  $\frac{\partial \rho_l R_{le} U_{le}^2}{\partial z} = \frac{d}{dz} \frac{G^2 [(1-x)E]^2}{\rho_l R_{le}} = -R_{le} \frac{\partial p}{\partial z} - \rho_l R_{le} g + (R_A U_{Fe} - R_D U_{eF}) \frac{S_i}{A} + F_D$

36

## Modèle annulaire avec arrachage



A l'équilibre  $R_D = R_A$  taux de déposition = taux d'arrachage

Equations de conservation de la quantité de mouvement

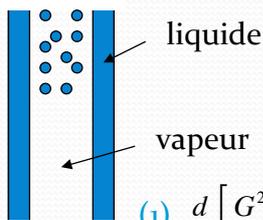
$$\begin{aligned} \text{Gaz+} & \frac{\partial \rho_g R_g U_g^2}{\partial z} + \frac{\partial \rho_l R_{le} U_{le}^2}{\partial z} = -(R_g + R_{le}) \frac{\partial p}{\partial z} - (\rho_g R_g + \rho_l R_{le}) g + \dot{M}_l U_i + \frac{\tau'_{ig} S_i}{A} + (R_A U_{Fe} - R_D U_{eF}) \frac{S_i}{A} \\ \text{Gouttes} & \\ \text{Film} & \frac{\partial \rho_l R_{lF} U_{lF}^2}{\partial z} = \frac{d}{dz} \frac{G^2 [(1-x)(1-E)]^2}{\rho_l R_{lF}} = -R_{lF} \frac{\partial p}{\partial z} - \dot{M}_l U_i - \rho_l R_{lF} g + \frac{\tau'_{il} S_i}{A} + (R_D U_{eF} - R_A U_{Fe}) \frac{S_i}{A} \end{aligned}$$

Mélange homogène Gaz + Gouttelettes  $\Rightarrow U_{le} = U_g \Rightarrow R_{le} = R_g \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} E$

$$R_{lF} = 1 - R_g \left( 1 + \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} E \right)$$

37

## Modèle annulaire avec arrachage



$$R_{lF} = 1 - R_g \left( 1 + \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} E \right)$$

Equations de conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{d}{dz} \left[ \frac{G^2 x}{\rho_g R_g} (x + (1-x)E) \right] &= -R_g \left( 1 + \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} E \right) \frac{\partial p}{\partial z} - \rho_g R_g \left( 1 + \frac{1-x}{x} E \right) g + \dot{M}_l U_i + \frac{\tau'_i 4}{D} \sqrt{R_g} \\ (2) \quad \frac{d}{dz} \frac{G^2 [(1-x)(1-E)]^2}{\rho_l R_{lF}} &= -R_{lF} \frac{\partial p}{\partial z} - \rho_l R_{lF} g - \frac{\tau'_i 4}{D} \sqrt{R_g} \end{aligned}$$

Equation de conservation de l'enthalpie

$$(3) \quad \frac{dx}{dz} = \frac{4q}{Gh_{lv}} \quad \text{si } T_p \text{ imposée} \quad q = \frac{\lambda(T_p - T_{sat})}{\delta} \quad \text{ou} \quad q = h(T_p - T_{sat})$$

Méthode itérative de résolution

Calcul de  $x$  avec (3)

Elimination de  $p$  entre (1) et (2) et calcul de  $R_g$

$$\text{Calcul de } \delta = \frac{D}{2} [1 - \sqrt{1 - R_{lF}}]$$

38

## Modèle annulaire avec arrachage

Taux d'entraînement  $E$ : résulte d'un équilibre en arrachage et re-déposition

Arrachage si:

$$G_l > G_{l0} = \frac{\mu_l}{D} \exp \left[ 5,8504 + 0,429 \frac{\mu_g}{\mu_l} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \right]$$

$E'$  = taux d'entraînement = masse entraînée / seconde / unité de surface

$$E' = G x 5,75 \cdot 10^{-5} \left[ (G_{IF} - G_{l0})^2 \frac{D \rho_l}{\sigma \rho_g^2} \right]^{0,316} \quad \text{avec} \quad G_{IF} = G(1-x)(1-E)$$

$E''$  = taux de re-déposition

$$E'' = k_d C_e = k_d \frac{E(1-x)}{\frac{x}{\rho_g} + \frac{(1-x)E}{\rho_l}}$$

$C_e$  = concentration massique de gouttelettes au cœur de l'écoulement ( $\text{kg/m}^3$ )

$$\text{si } \frac{C_e}{\rho_g} < 0,3 \quad k_d \sqrt{\frac{\rho_g D}{\sigma}} = 0,18$$

$E' = E'' \Rightarrow$  calcul implicite de  $E$

$$\text{si } \frac{C_e}{\rho_g} > 0,3 \quad k_d \sqrt{\frac{\rho_g D}{\sigma}} = 0,083 \left( \frac{C_e}{\rho_g} \right)^{-0,65}$$

39

## Modèle annulaire avec arrachage

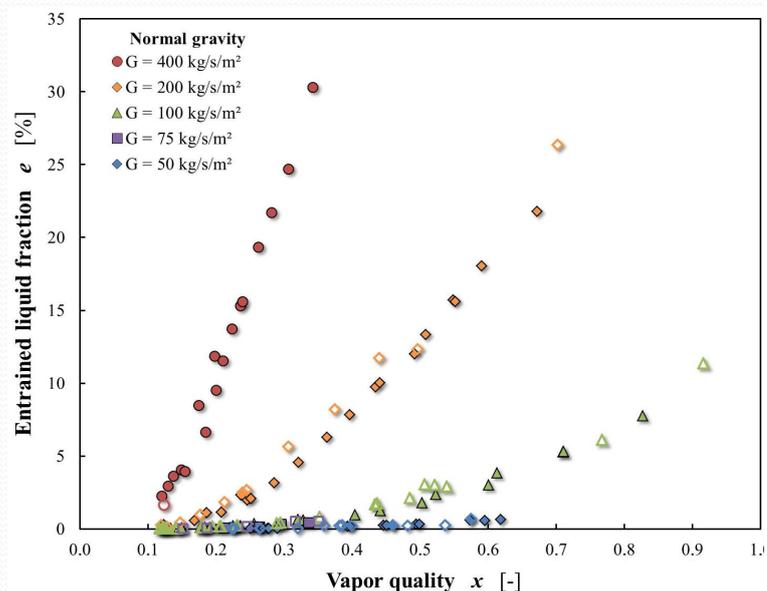
Modèle de Cioncolini et Thome (2011)

$$E = \left( 1 + 279,6 We_C^{-0,8395} \right)^{-2,209}$$

avec  $10 < We_C < 10^5$

$$We_C = \frac{\rho_C j_v^2 D}{\sigma}$$

$$\text{avec } \rho_C = \frac{E(1-x) + x}{\frac{E(1-x)}{\rho_l} + \frac{x}{\rho_v}}$$



40

# Aire interfaciale et frottement interfacial

## Ecoulement dispersé



$$\alpha_i = \frac{S_i}{A} = \frac{3R_g}{R}$$

Rayon R des inclusions donné par  $We_c = \frac{\rho_c (U_l - U_g)^2 2R}{\sigma}$

= 3 bulles      = 10 gouttelettes

$$\tau_{ic} = -\frac{1}{4} \frac{C_D \rho_c |U_g - U_l| (U_g - U_l)}{2}$$

## Ecoulement annulaire

$$R_g = \left(1 - \frac{2\delta}{D}\right)^2 \quad \text{et} \quad \frac{S_i}{A} = \frac{4}{D} \sqrt{R_g}$$

$$\alpha_i = \frac{S_i}{A} = \frac{4}{D} \sqrt{1 - (1 - R_g)(1 - E)} + \frac{6R_g}{d_{32}} (1 - R_g) E$$

Taux d'entraînement de gouttelettes

$$f_i = 0,005 \left(1 + 300 \frac{\delta}{D}\right)$$

41

# Aire interfaciale et frottement interfacial

## Écoulement à poches et bouchons



$$L_B \quad L_S$$

$$R_g = \frac{L_B}{L_B + L_S} + R_{gS} \frac{L_S}{L_B + L_S} \quad R_{gS} = R_{gBS} \exp\left[-10 \frac{R_g - R_{gBS}}{R_{gSA} - R_{gBS}}\right] \quad R_{gBS} = 0.25$$

$$R_{gSA} = 0.8$$

Aire interfaciale :

$$\alpha_i = \frac{S_i}{A} = \frac{4}{D} \frac{L_B}{L_B + L_S} + \frac{6R_{gS}}{d_{32}} \frac{L_S}{L_B + L_S}$$

Frottement interfacial :

$$\tau_{il} = -\frac{1}{4} \frac{C_D \rho_l |U_g - U_l| (U_g - U_l)}{2}$$

$$C_D = 9,8 \left(\frac{L_S}{L_B + L_S}\right)^3$$

42

# Ebullition convective

- Nombres adimensionnels caractéristiques
- Les différents régimes de l'ébullition convective
- Déclenchement de l'ébullition
- Flux de chaleur pariétal en ébullition nucléée convective
- Crise d'ébullition de type DNB ou de type assèchement
- Ebullition en film

## Nombres adimensionnels caractéristiques

- Equations de bilan pour chaque phase k

$$\frac{\partial \rho_k R_k}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k R_k U_k}{\partial z} = \frac{\partial \rho_k R_k}{\partial t} + G \frac{\partial x_k}{\partial z} = -\dot{M}_k$$

$$\frac{\partial \rho_k R_k U_k}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k R_k U_k^2}{\partial z} = G \frac{\partial x_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{G^2 x_k^2}{\rho_k R_k} \right] = -R_k \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{pk} S_{pk}}{A} + \frac{\tau_{ik} S_i}{A} - \rho_k R_k g \sin \theta - \dot{M}_k U_i$$

$$\frac{\partial \rho_k R_k H_k}{\partial t} + \frac{\partial \rho_k R_k H_k U_k}{\partial z} = \frac{q_{pk} S_{pk}}{A} + \frac{q_{ik} S_i}{A} - \dot{M}_k H_{ik} + R_k \frac{\partial p}{\partial t} + \xi \frac{\tau_{ik} S_i U_i}{A}$$

$$\text{avec } H_k = H_{k,sat} + C_{pk} (T_k - T_{sat})$$

- Equations de bilan à l'interface

$$\dot{M}_l = -\dot{M}_g \approx G \frac{dx}{dz}$$

$$\dot{M}_l (H_{ig} - H_{il}) + \frac{S_i}{A} (q_{ig} + q_{il}) = 0$$

$$\tau_{il} + \tau_{ig} = 0$$

## Paramètres de contrôle

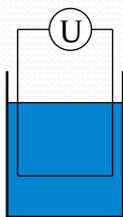
- Propriétés physiques :  $\rho_l, \rho_g, \nu_l, \nu_g, \lambda_l, \lambda_g, C_{pl}, C_{pv}, h_{lv}, \sigma$
- Paramètres de contrôle :  $D, G, g, T_{sat} - T_{le}, T_p - T_{sat}$  ou  $q_p$
- 15 paramètres - 4 dimensions (M L t T) = 11 nombres adimensionnels indépendants

$$Re_1 = \frac{V_1 D}{\nu_l} = \frac{GD}{\mu_l}, \quad Pe_1 = \frac{V_1 D}{a_1}, \quad Fr_1 = \frac{V_1^2}{gD}, \quad Ja_1 = \frac{C_{pl} \theta_l}{h_{lv}} = \frac{C_{pl} (T_{sat} - T_{le})}{h_{lv}}, \quad Ec_1 = \frac{V_1^2}{C_{pl} (T_{sat} - T_{le})} \text{ ou } \frac{V_1^2}{h_{lv}}$$

$$We_G = \frac{\rho_g V_g^2 D}{\sigma}, \quad \frac{\rho_g}{\rho_l}, \quad \frac{\nu_g}{\nu_l}, \quad \frac{\lambda_g}{\lambda_l}, \quad \frac{C_{pg}}{C_{pl}}, \quad \frac{(T_{sat} - T_{le})}{T_p - T_{sat}} \text{ ou } Bo = \frac{q_p}{Gh_{lv}}$$

- Conséquence:  $q_p$  ou  $T_p - T_{sat}$  peut s'exprimer en fonction des autres nombres adimensionnels
- Simplification des équations :  $Ec_1 \ll 1$ ,

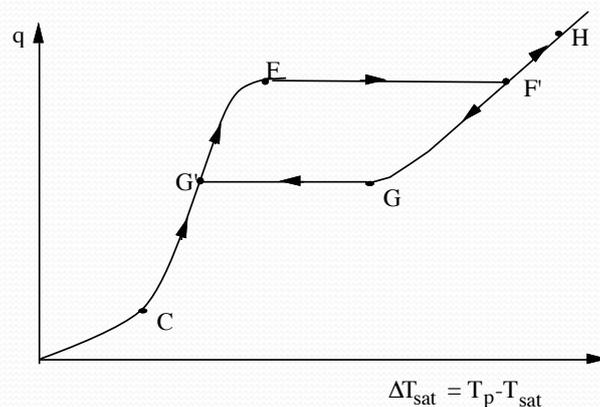
## Expérience de Nukiyama (1932)



Fil chauffé par effet Joule : Flux imposé

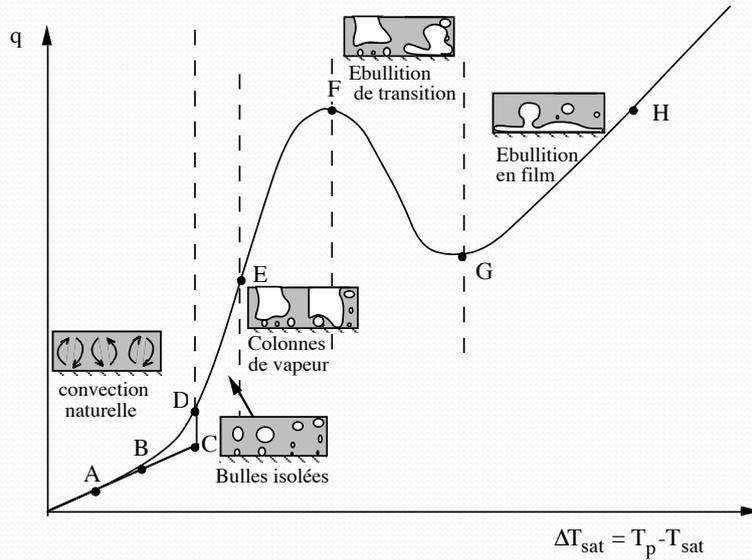
$$q = \frac{UI}{\pi dl}$$

Détermination de  $T_p$  à partir de la mesure de la résistance du fil  $U/I$



# Expérience de Drew et Müller (1934)

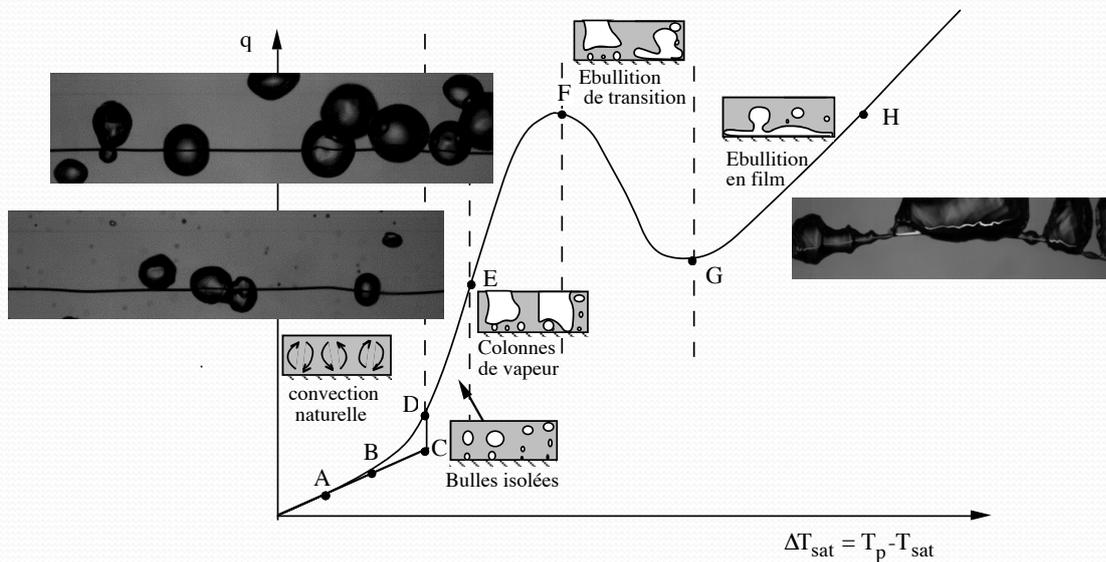
Chauffage à température imposée d'une plaque plane



47

# Expérience de Drew et Müller (1934)

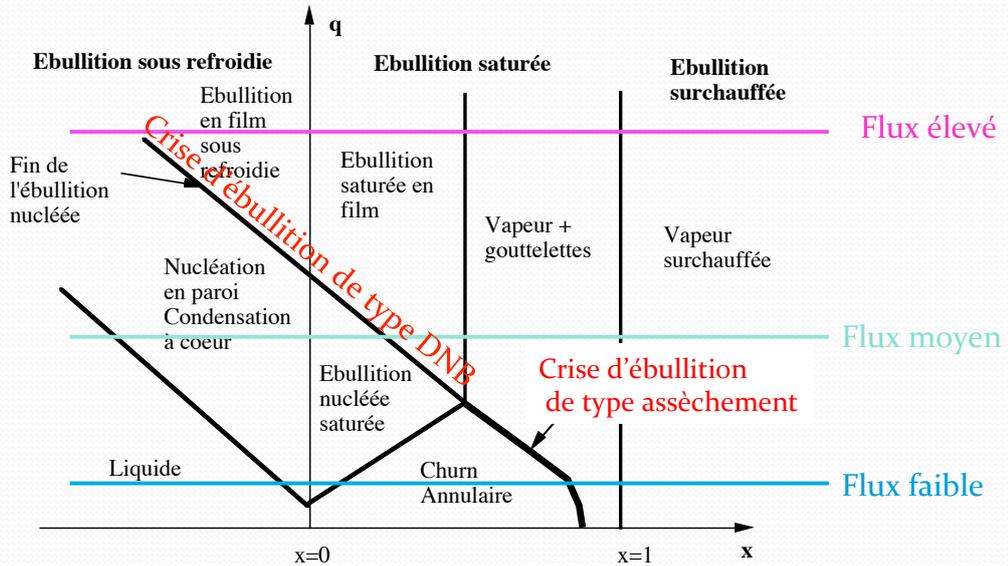
Chauffage à température imposée d'une plaque plane



48

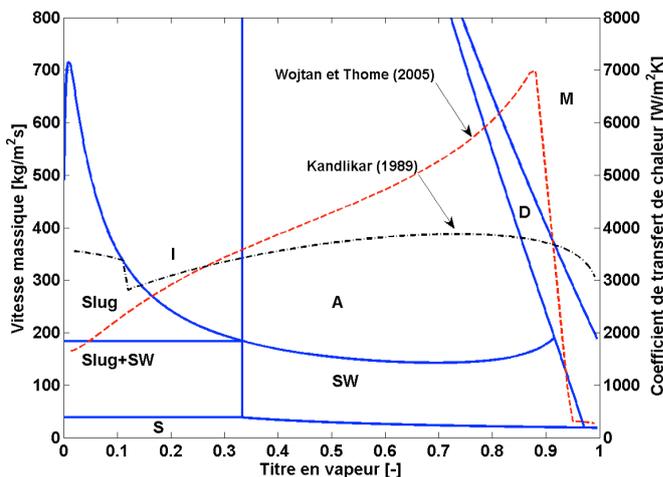
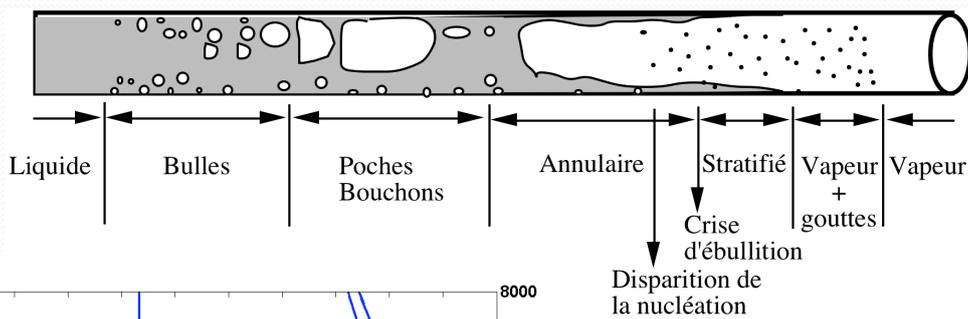


# Régimes d'ébullition pour un flux de chaleur imposé



51

# Régimes d'ébullition convective en tube horizontal

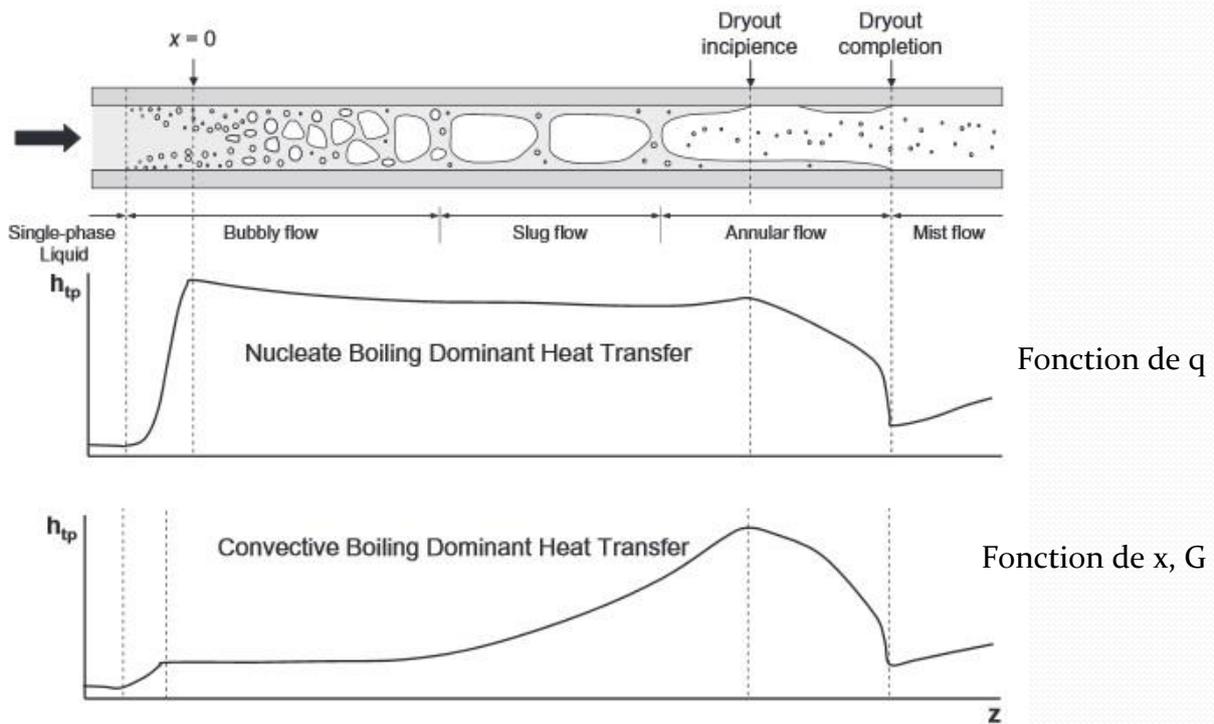


Débit massique surfacique donné  $G$

Augmentation du titre massique  $x$  le long du tube

Wojtan et al. (2005)

# Transferts de chaleur en ébullition convective



## Flux de chaleur en paroi

### Ecoulement monophasique

$$q_p = h_l (T_p - T_l(z))$$

$$Nu = \frac{h_l D}{k_l} = f(\text{Re}, \text{Pr})$$

$$Nu = \frac{h_l D}{\lambda_l} = 0,023 \left( \frac{GD}{\mu_l} \right)^{0,8} \text{Pr}^{1/3}$$

Tube circulaire (Dittus-Boelter, 1930)

$G$  flux de masse : débit massique surfacique

$h_l$  coefficient d'échange convectif

$$GC_{pl} \frac{dT_l(z)}{dz} = \frac{q_p S_p}{A}$$

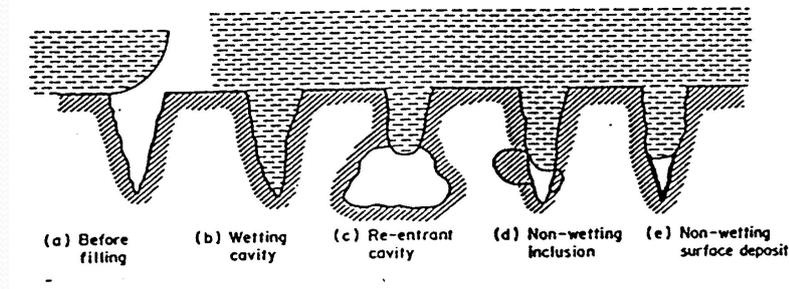
### Chauffage à température imposée

$$T_l(z) - T_{le} = \frac{q_p S_p}{AGC_{pl}} (z - z_e)$$

$$q_p = \frac{GC_{pl} A}{S_p} \frac{dT_l(z)}{dz} = h_l [T_p - T_l(z)]$$

$$T_p(z) - T_l(z) = \frac{q_p}{h_l}$$

## Déclenchement de l'ébullition en paroi

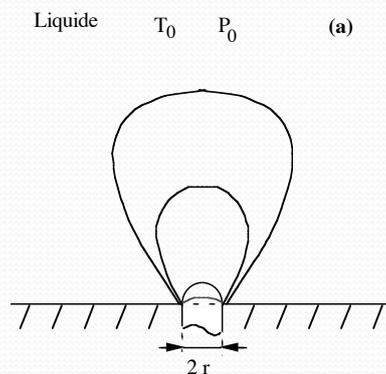


Piégeage et activation d'embryons de vapeur dans des cavités de paroi :  
Utilisation de critères développés en ébullition nucléée

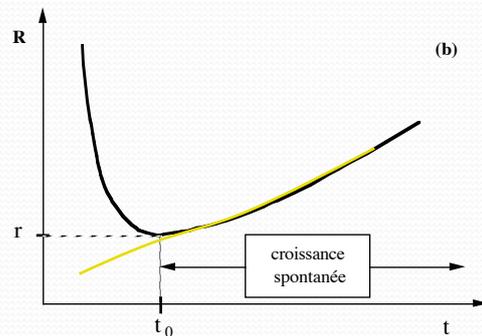
55

## Activation des embryons de vapeur

Fluides peu mouillants  $R > r$



Liquide à  $T > T_{sat}(P_0)$



$$R = \frac{2\sigma(T)}{P_{sat}(T) - P_0}$$

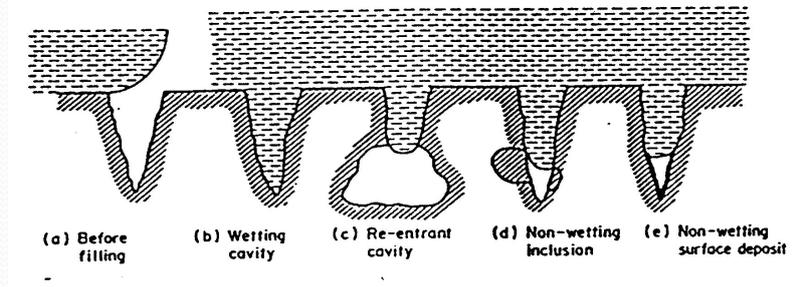
$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{lv}}{T_{sat}(T_0)(v_v - v_l)}$$

Activation d'un site de rayon  $r$  pour  $T_0$  :  $T_0 - T_{sat}(P_0) > \frac{2\sigma(T_0)T_{sat}(P_0)v_v}{r h_{lv}}$

Fluides mouillants  $R < r$   
-> croissance spontanée si :

$$T_0 - T_{sat}(P_0) > \frac{2\sigma(T_0)T_{sat}(P_0)v_v}{R_{initial} h_{lv}}$$

# Déclenchement de l'ébullition en paroi



Piégeage et activation d'embryons de vapeur dans des cavités de paroi :  
Utilisation de critères développés en ébullition nucléée

## Critère de Forst et Dzakowic (1967)

Il faut que la température de paroi atteigne une valeur suffisante pour déclencher l'ébullition

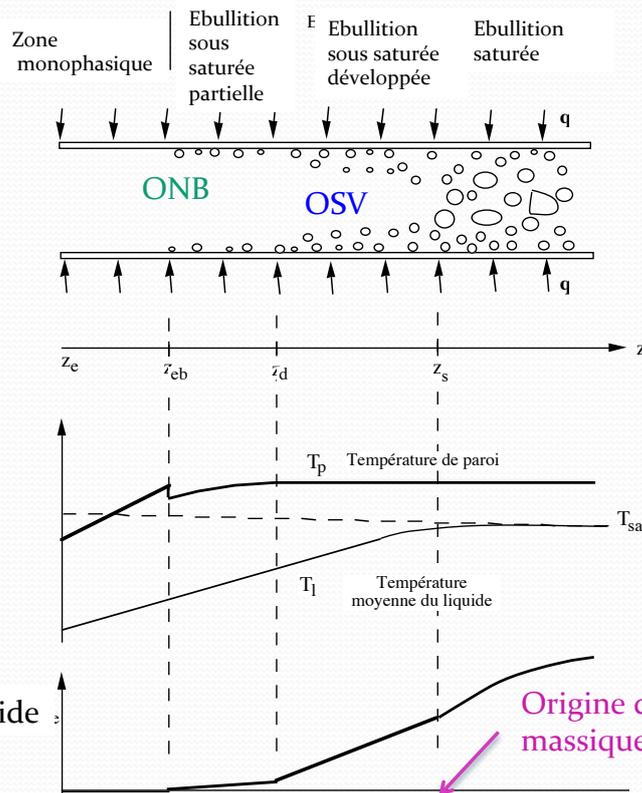
$$T_p - T_{sat} > \left[ \frac{8\sigma T_{sat} q_p}{\lambda_l \rho_g h_{lg}} \right]^{1/2} Pr_l$$

Correction due aux prop. fluides

# Flux de chaleur en ébullition sous refroidie

**ONB** = Onset of Nucleate Boiling :  
Point de déclenchement de l'ébullition

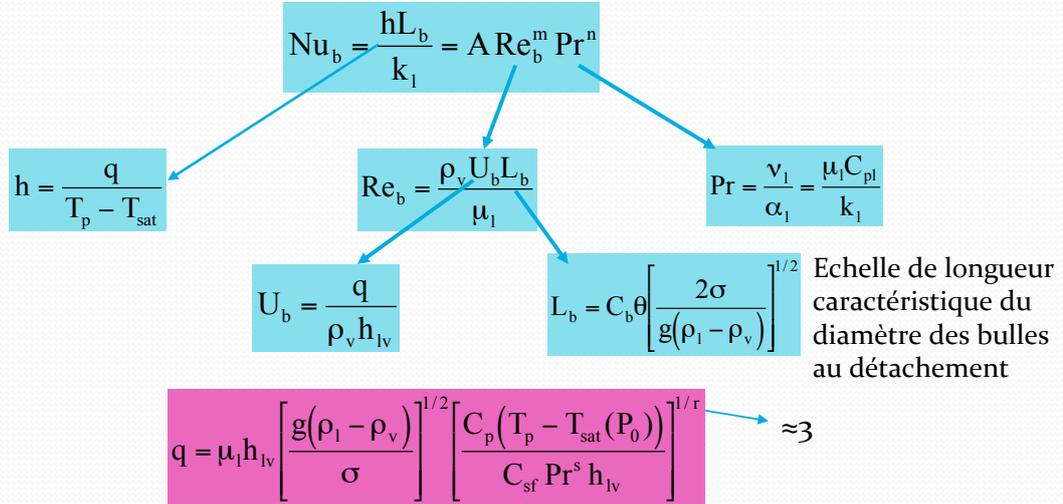
**OSV** = Onset of Significant Void :  
détachement des bulles de la paroi



Origine du titre massique par convention

# Modèle de Rohsenow

Mode de transfert par convection dans le sillage des bulles : analogie avec la convection forcée



$$C_{sf} = 2^{1/2} C_b \theta / A, r=1-m, s=1-n$$

s=1,7 (ou 1 pour l'eau)

Constante spécifique qui dépend du couple solide/fluide

# Flux de chaleur en ébullition sous refroidie

Modèle de Rohsenow (1973), validé expérimentalement par Hino et Ueda (1985)

$$q_p = q_l + q_n \quad \text{avec} \quad q_l = h_l (T_p - T_l(z))$$

Contribution de la nucléation

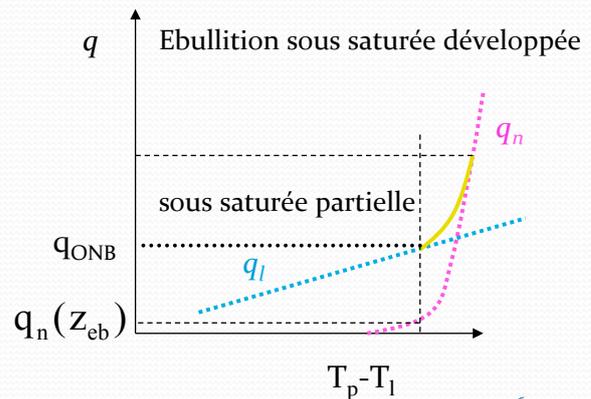
$$q_n = \mu_l h_{lg} \left[ \frac{g(\rho_l - \rho_g)}{\sigma} \right]^{1/2} Pr^{-5} \left[ \frac{C_{pl}(T_p - T_{sat})}{C_{sf} h_{lg}} \right]^3$$

Contribution de l'écoulement monophasique de liquide

Modèles de superposition

$$h = \left( h_l^p + h_n^p \right)^{1/p}$$

p=2 pour Kutateladze (1961)  
p=3 pour Steiner et Taborek (1992)



## Flux de chaleur en ébullition sous refroidie : limitation des modèles globaux

La vapeur est à température de saturation et le liquide est sous-refroidi

Equation de bilan pour l'enthalpie du mélange

$$\frac{q_p S_p}{A} = \frac{\partial [Gxh_{g,sat} + G(1-x)(C_{pl}(T_l - T_{sat}) + h_{l,sat})]}{\partial z}$$

$$= \underbrace{G(h_{lg} + C_{pl}(T_{sat} - T_l)) \frac{dx}{dz}}_{\text{Part du flux de chaleur utilisée pour le changement de phase}} + \underbrace{G(1-x)C_{pl} \frac{dT_l}{dz}}_{\text{Part du flux de chaleur utilisée chauffer le liquide}}$$

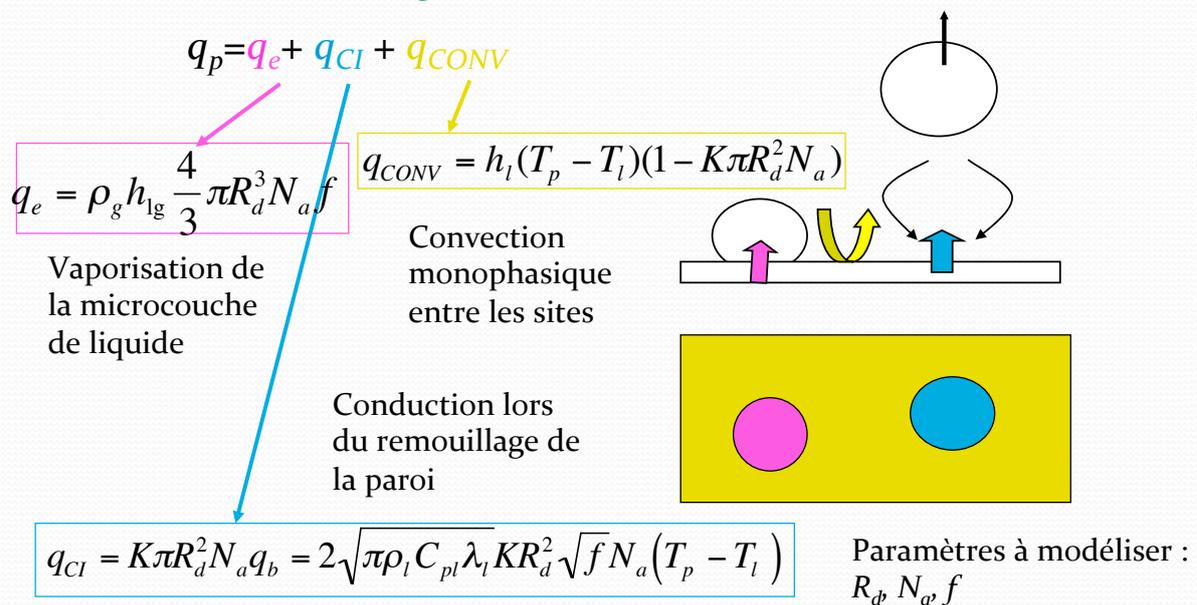
Part du flux de chaleur utilisée pour le changement de phase

Part du flux de chaleur utilisée chauffer le liquide

Les modèles globaux ne permettent pas de partitionner le flux de chaleur ( $x \approx 0$ )

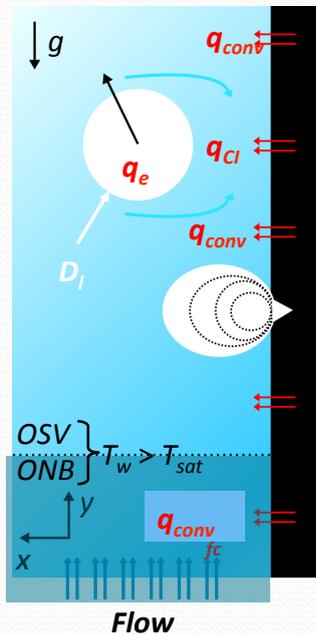
## Modèles basés sur la partition du flux de chaleur :

Contribution de différents modes de transferts élémentaires : Judd et Wang (1976), Del Valle et Kenning (1985), Dhir (1991)



# Modélisation basée sur la partition du flux de chaleur

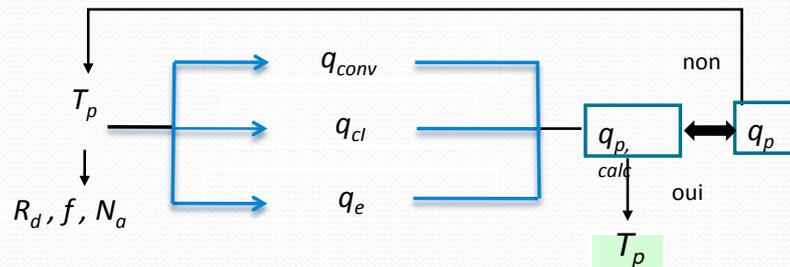
Modèle Kurul & Podowski's (1990): modèle par défaut dans le code NEPTUNE\_CFD



$$q_p = \underbrace{q_{conv} + q_{cl}}_{q_l} + q_e$$

Flux net d'évaporation  $q_e$  est calculé avec les autres flux

Calcul itératif de la température de paroi  $T_p$



- Diamètre de détachement  $R_d = f(T_p)$
- Fréquence de détachement  $f = f(T_p)$
- Densité de sites de nucléation  $N_a = f(T_p)$
- Temps d'attente  $t_q = f(T_p)$

# Modélisation basée sur la partition du flux de chaleur

Approches développées par Judd et Hwang (1976), Dhir (1991), Del Val & Kenning (1995)

## Problèmes de fermeture

Diamètre de détachement  $R_d = f(T_p)$  → bilan de forces ou bilan thermique ou corrélations

Fréquence de détachement  $f = f(T_p)$  →  $f = \frac{1}{t_q + t_c}$   
pb ouvert

Densité de sites de nucléation  $N_a = f(T_p)$

Temps d'attente  $t_q = f(T_p)$

Temps de croissance  $t_c$

→ modèle de croissance de bulle

Récemment : Basu et al. (2006), Yeoh (2007) prise en compte du glissement des bulles à la paroi



# Modélisation basée sur la partition du flux de chaleur

## Quelques lois de fermeture usuelles (code Neptune)

Unal (1976) pour de l'eau bouillante dans une large gamme de pressions

$$R_d = \frac{1,21 \cdot 10^5 P^{0,709} a}{\sqrt{b\phi}} \quad \text{avec } a = \frac{T_p - T_{sat}}{2\rho_g h_{lg}} \sqrt{\frac{\lambda_p \rho_p C_{pp}}{\pi}}; b = \frac{T_{sat} - T_l}{2\left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right)} \text{ et } \phi = \max\left(1, \left(\frac{U_l}{0,61}\right)^{0,47}\right)$$

Fréquence de formation : Ceumern et Lindenstjerna (1977)

$$f = \sqrt{\frac{2g(\rho_l - \rho_v)}{2\rho_l R_d}}$$

Densité de sites de nucléation de Lemmert et Chwala (1977) :

$$N_a = [210(T_p - T_{sat})]^{1,8}$$

65

## Régime d'ébullition saturée

Forte évolution longitudinale de l'écoulement : régimes d'écoulements à bulles, poches- bouchons, annulaire

Titre massique est calculé par le bilan d'enthalpie :  $x(z) = \frac{4q_p}{DGh_{lg}}(z - z_s)$

Différents modèles et corrélations pour prédire le transfert de chaleur

Corrélation de Chen (1966)

$$h = Sh_n + Fh_l$$

$$h_l = 0,023 \frac{\lambda_l}{D} \left( \frac{G(1-x)D}{\mu_l} \right)^{0,8} Pr^{1/3}$$

$$h_n = 0,00122 \left[ \frac{k_l^{0,79} C_{pl}^{0,45} \rho_l^{0,49}}{\sigma^{0,5} \mu_l^{0,29} h_{lg}^{0,24} \rho_g^{0,24}} \right] (T_p - T_{sat})^{0,24} (p_{sat}(T_p) - p_l)^{0,75} \quad X = \frac{1-x}{x} \sqrt{\frac{\rho_g f_{pl}}{\rho_l f_{pg}}}$$

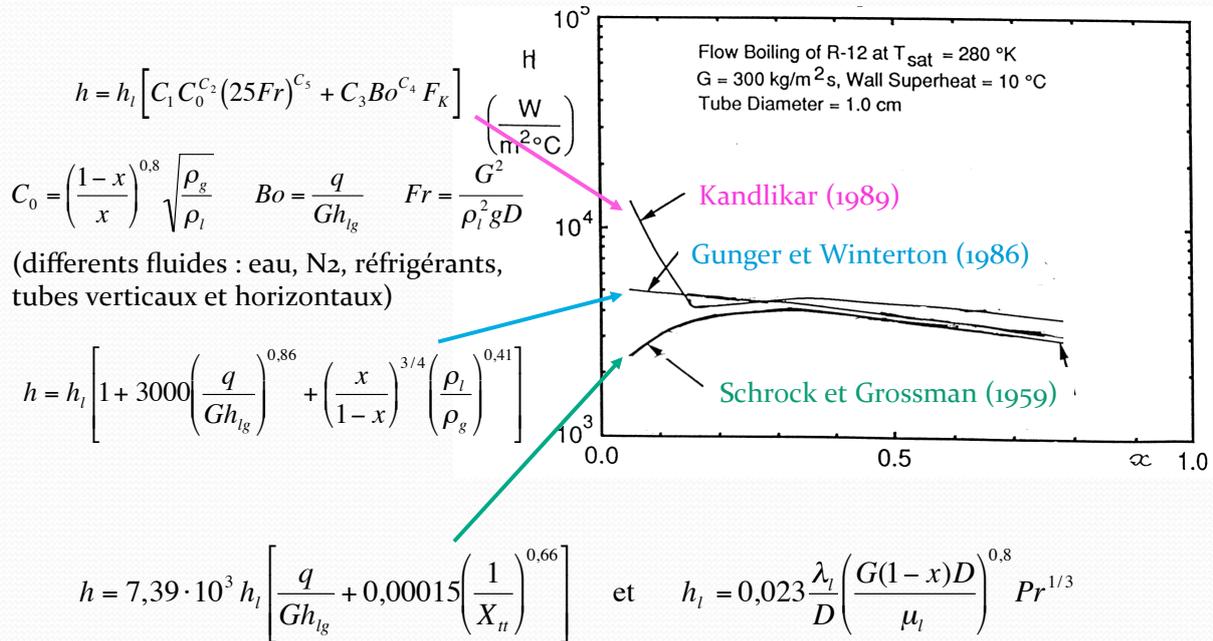
$$S = 1 / \left[ 1 + 2,53 \cdot 10^{-6} \left( \frac{DG(1-x)}{\mu_l} F(X_{II}) \right)^{1,25} \right]^{1,17} \quad F(X_{II}) = 2,35 \left[ 0,213 + \frac{1}{X_{II}} \right]^{0,736} \quad \text{pour } X_{II}^{-1} > 0,1$$

$$F(X_{II}) = 1 \quad \text{pour } X_{II}^{-1} \leq 0,1$$

66

# Régime d'ébullition saturée

D'autres corrélations existent.....



# Lissage de résultats expérimentaux (Kandlikar, 1989)

$$H = H_l \left[ C_1 C_0^{C_2} (25Fr)^{C_5} + C_3 Bo^{C_4} F_K \right]$$

avec  $C_0 = \left( \frac{1-x}{x} \right)^{0.8} \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad Bo = \frac{q}{Gh_{lg}} \quad Fr = \frac{G^2}{\rho_l^2 g D}$

	$C_0 < 0.65$ Région convective	$C_0 > 0.65$ Région de l'ébullition nucléée
$C_1$	1,1360	0,6683
$C_2$	-0,9	-0,2
$C_3$	667,2	1058
$C_4$	0,7	0,7
$C_5$	0,3	0,3

$C_5 = 0$  pour les tubes verticaux et les tubes horizontaux quand  $Fr > 0,04$ .

Fluide	$F_K$
Eau	1,00
R-11	1,30
R-12	1,50
R-13B1	1,31
R-22	2,20
R-113	1,30
R-114	1,24
R-152a	1,10
Azote	4,70

## Modèle d'évaporation de film de liquide

Cioncolini et Thome (2011)

Hypothèses : film de liquide turbulent, transfert par évaporation à travers le film liquide, pas de nucléation en paroi.

$$H = 0.0776 \frac{\lambda_l}{\delta} \left( \frac{\delta u_*}{\nu_l} \right)^{0.9} \text{Pr}^{0.52}$$

avec  $10 < \delta^+ < 800$        $0.86 < \text{Pr} < 6.1$

$$\rho_l u_*^2 = \tau_p = \frac{1}{2} f \rho_c V_c^2 \quad \text{et} \quad f = 0.172 \text{We}_c^{-0.372}$$

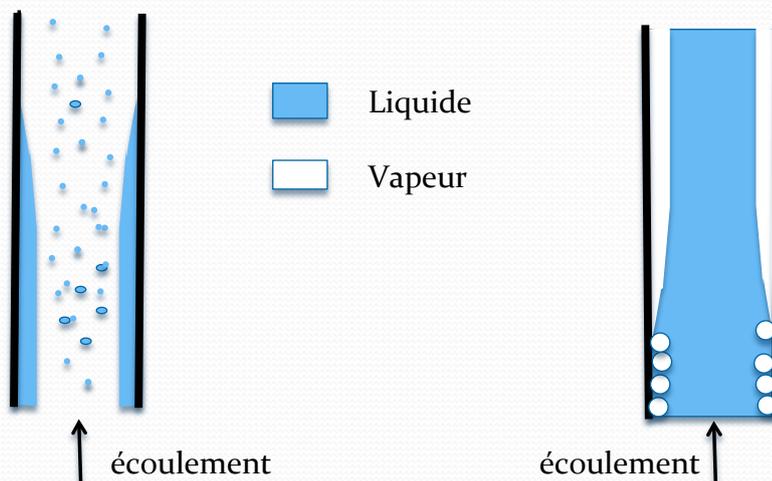
$\rho_c, V_c \approx j_v$  sont les masse volumique et vitesse du cœur gazeux

69

## Conditions de flux critique en ébullition convective

**A faible flux** : augmentation progressive du titre -> écoulement annulaire avec amincissement de l'épaisseur du film -> assèchement de la paroi

**A fort flux**, la crise d'ébullition apparaît pour des faibles titres  $x$  -> forte production de vapeur en paroi -> écoulement annulaire inverse

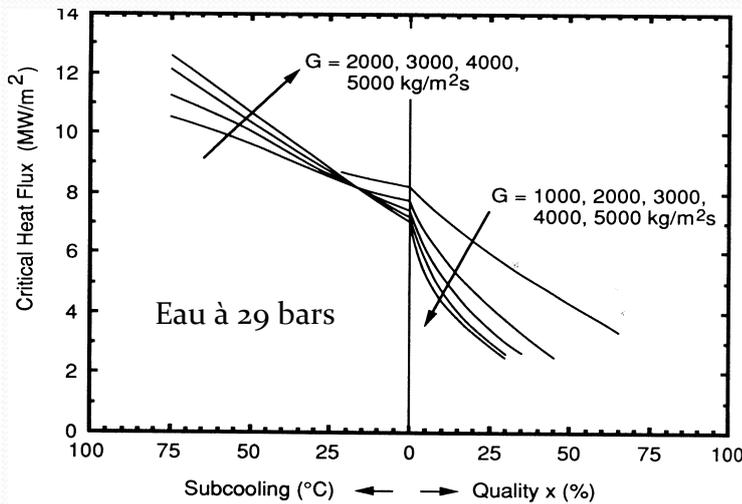


70

# Conditions de flux critique en ébullition convective

**A faible flux** : augmentation progressive du titre -> écoulement annulaire avec amincissement de l'épaisseur du film -> assèchement de la paroi

**A fort flux**, la crise d'ébullition apparaît pour des faibles titres  $x$  -> forte production de vapeur en paroi -> écoulement annulaire inverse



Académie des Sciences Russe

**Katto et Ohno (1984)**

eau, ammoniacque, benzène, éthanol, hydrogène, azote, potassium et fréons R12, R21, R22, R113,

$$q_{crit} = q_0 \left( 1 + K \frac{h_l(T_{sat}) - h_l(T_{le})}{h_{lg}} \right)$$

$q_0$  et  $K$  dépendent de :

$$\gamma = \frac{\rho_v}{\rho_l} \quad We = \frac{G^2 l}{\rho_l \sigma} \quad l/D \quad G \quad h_{lv}$$

**Bowring, (1972)** pour l'eau  $\gamma_1$

# Corrélation de Katto et Ohno (1984)

$$q_{crit} = q_0 \left( 1 + K \frac{h_l(T_{sat}) - h_l(T_{le})}{h_{lg}} \right)$$

$$\gamma = \frac{\rho_v}{\rho_l} \quad We = \frac{G^2 l}{\rho_l \sigma}$$

$$C = 0.25 \quad \text{pour} \quad l/D < 50$$

$$C = 0.25 + 0.0009 \left[ \left( \frac{l}{D} \right) - 50 \right] \quad \text{pour} \quad 50 < l/D < 150$$

$$C = 0.34 \quad \text{pour} \quad l/D > 150$$

$$q_{01} = CGLWe^{-0.043} (D/l) \quad q_{02} = 0.1GL\gamma^{0.133} We^{-1/3} (1 + 0.0031(l/D))^{-1}$$

$$q_{03} = 0.098GL\gamma^{0.133} We^{-0.433} \left( \frac{(l/D)^{0.27}}{1 + 0.0031(l/D)} \right)$$

$$q_{04} = 0.0384GL\gamma^{0.6} We^{-0.173} \left( \frac{1}{1 + 0.280We^{-0.233} (l/D)} \right)$$

$$q_{05} = 0.234GL\gamma^{0.513} We^{-0.433} \left( \frac{(l/D)^{0.27}}{1 + 0.0031(l/D)} \right)$$

$$K_1 = \frac{1.043}{4CWe^{-0.043}} \quad K_2 = \frac{5}{6} \frac{0.0124 + D/l}{\gamma^{0.133} We^{-1/3}} \quad K_3 = 1.12 \frac{1.52We^{-0.233} + D/l}{\gamma^{0.6} We^{-0.173}}$$

$g < 0.15$

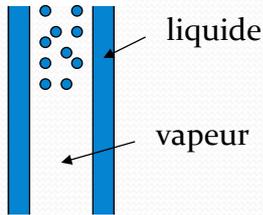
pour	$q_{01} < q_{02}$	alors	$q_0 = q_{01}$		
pour	$q_{01} > q_{02}$	alors	$q_0 = q_{02}$	pour	$q_{02} < q_{03}$
			$q_0 = q_{03}$	pour	$q_{03} \leq q_{02}$
pour	$K_1 > K_2$	alors	$K = K_1$		
pour	$K_1 \leq K_2$	alors	$K = K_2$		

$g > 0.15$

pour	$q_{01} < q_{05}$	alors	$q_0 = q_{01}$		
pour	$q_{01} > q_{05}$	alors	$q_0 = q_{05}$	pour	$q_{04} < q_{05}$
			$q_0 = q_{04}$	pour	$q_{05} \leq q_{04}$
pour	$K_1 > K_2$	alors	$K = K_1$		
pour	$K_1 \leq K_2$	alors	$K = K_2$	pour	$K_2 < K_3$
			$K = K_3$	pour	$K_2 \geq K_3$

# Assèchement de la paroi

Whalley *et al.* (1974), Govan *et al.*, (1988).



$R_{IF}$  = taux de liquide dans le film  
 $R_{le}$  = taux de liquide entraîné dans les gouttelettes  
 $R_g$  = taux de gaz  $R_{IF} + R_{le} + R_g = 1$

Equations de conservation de la masse

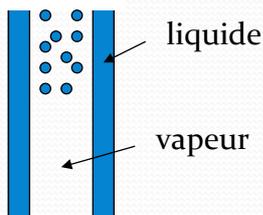
$$\begin{cases}
 \text{Gaz} & \frac{d}{dz} \rho_g R_g U_g = -\dot{M}_l \\
 \text{Film} & \frac{d}{dz} \rho_l R_{IF} U_{IF} = \frac{d}{dz} G(1-x)(1-E) = \dot{M}_l + (R_D - R_A) \frac{S_i}{A} \\
 \text{Gouttes} & \frac{d}{dz} \rho_l R_{le} U_{le} = \frac{d}{dz} G(1-x)E = (R_A - R_D) \frac{S_i}{A}
 \end{cases}$$

$E$  taux d'entraînement  
 $R_D$  flux de redéposition (kg/m<sup>2</sup>/s)  
 $R_A$  flux d'arrachage (kg/m<sup>2</sup>/s)

Equations de conservation de la quantité de mouvement pour le gaz, le liquide sous forme de gouttelettes et le film liquide

Conservation de l'enthalpie totale  $\frac{dx}{dz} = \frac{4q_p}{DGh_{lv}}$

# Modèle annulaire avec arrachage



A l'équilibre  $R_D = R_A$  taux de déposition = taux d'arrachage

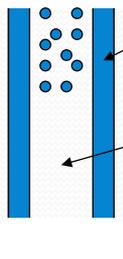
Equations de conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned}
 \text{Gaz+} & \frac{\partial \rho_g R_g U_g^2}{\partial z} + \frac{\partial \rho_l R_{le} U_{le}^2}{\partial z} = - (R_g + R_{le}) \frac{\partial p}{\partial z} - (\rho_g R_g + \rho_l R_{le}) g + \dot{M}_l U_i + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} + (R_A U_{Fe} - R_D U_{eF}) \frac{S_i}{A} \\
 \text{Gouttes} & \\
 \text{Film} & \frac{\partial \rho_l R_{IF} U_{IF}^2}{\partial z} = \frac{d}{dz} \frac{G^2 [(1-x)(1-E)]^2}{\rho_l R_{IF}} = -R_{IF} \frac{\partial p}{\partial z} - \dot{M}_l U_i - \rho_l R_{IF} g + \frac{\tau_{il} S_i}{A} + (R_D U_{eF} - R_A U_{Fe}) \frac{S_i}{A}
 \end{aligned}$$

Mélange homogène Gaz + Gouttelettes  $\Rightarrow U_{le} = U_g \Rightarrow R_{le} = R_g \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} E$

$$R_{IF} = 1 - R_g \left( 1 + \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} E \right)$$

## Modèle annulaire avec arrachage



$$R_{IF} = 1 - R_g \left( 1 + \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} E \right)$$

### Equations de conservation de la quantité de mouvement

$$(1) \frac{d}{dz} \left[ \frac{G^2 x}{\rho_g R_g} (x + (1-x)E) \right] = -R_g \left( 1 + \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{1-x}{x} E \right) \frac{\partial p}{\partial z} - \rho_g R_g \left( 1 + \frac{1-x}{x} E \right) g + \dot{M}_l U_i + \frac{\tau'_i 4}{D} \sqrt{R_g}$$

$$(2) \frac{d}{dz} \frac{G^2 [(1-x)(1-E)]^2}{\rho_l R_{IF}} = -R_{IF} \frac{\partial p}{\partial z} - \rho_l R_{IF} g - \frac{\tau'_i 4}{D} \sqrt{R_g}$$

### Equation de conservation de l'enthalpie

$$(3) \frac{dx}{dz} = \frac{4q}{\dot{m} h_{lv}} \quad \text{si } T_p \text{ imposée} \quad q = \frac{\lambda (T_p - T_{sat})}{\delta} \quad \text{ou} \quad q = h(T_p - T_{sat})$$

### Méthode itérative de résolution

Calcul de  $x$  avec (3)

Elimination de  $p$  entre (1) et (2) et calcul de  $R_g$

$$\text{Calcul de } \delta = \frac{D}{2} [1 - \sqrt{1 - R_{IF}}]$$

75

## Assèchement de la paroi

### Modèle annulaire avec arrachage de gouttelettes de liquide

$$\frac{dx}{dz} = \frac{4q_p}{DGh_{lv}}$$

Calcul du flux de chaleur : film mince, termes convectifs négligeables

$$\rho_l C_p \left[ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda_l + \lambda_t) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \approx 0 \quad \Rightarrow \quad (\lambda_l + \lambda_t) \frac{\partial T}{\partial y} = q$$

Si le film est laminaire  $q_p = \lambda_l \frac{T_p - T_{sat}}{\delta}$

Film turbulent  $(a_l + a_t) \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{q_p}{\rho_l C_p} \quad \Rightarrow \quad a_l \frac{T_{sat} - T_p}{q / \rho_l C_p} = \int_0^\delta \frac{dy}{1 + \frac{a_t}{a_l}} = \int_0^\delta \frac{dy}{1 + \frac{v_t Pr_t}{v_l Pr_t}}$

Résolution en se donnant un profil de viscosité turbulente

$$Pr_t \approx 1$$

Dukler (1959)

$$\frac{v_t}{v_l} = 0,01 y^+ [1 - \exp(-0,01 y^+)]$$

avec  $y^+ = \frac{y u_*}{\nu} < 20$

Autres expressions

$$y^+ < 5 \quad v_t = 0$$

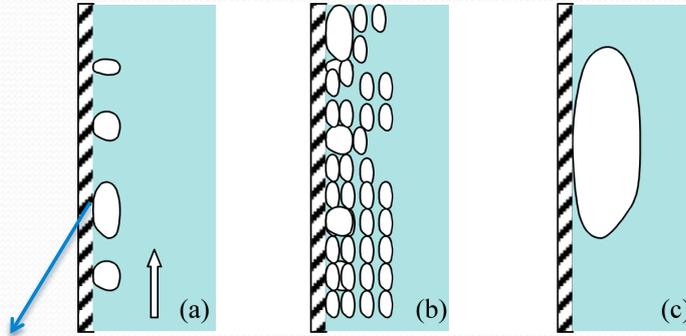
$$5 < y^+ < 30 \quad \frac{v_t}{v_l} = \frac{y^+}{5} - 1$$

$$y^+ > 30 \quad \frac{v_t}{v_l} = \frac{y^+}{2,5} - 1$$

76

## Crise d'ébullition de type DNB (departure from nucleate boiling)

Pas de modèle réellement prédictif. Différents scénarii envisagés



Phénomène local :  
formation d'une tache  
sèche sous la bulle, par  
évaporation de la  
microcouche de liquide  
Theofanous *et al.*, (2002)

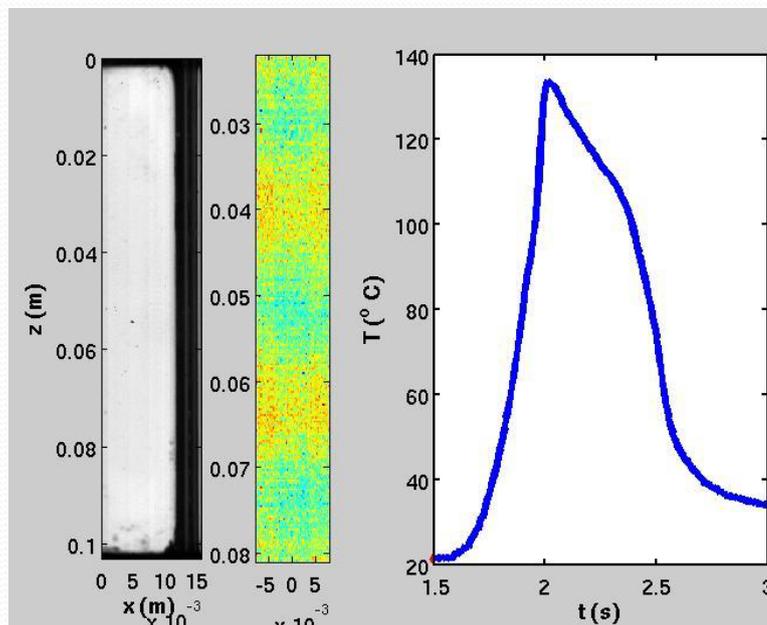
En ébullition faiblement sous refroidie

accumulation de  
bulles - Tong et  
Hewitt (1972)  
( $R_g \approx 0.8$ )

Equilibre évaporation  
recondensation de  
grosses bulles de vapeur  
Lee et Mudamar (1988)  
et Celata *et al.* (1999)

## Ebullition en film

Présence d'un film de vapeur sur la paroi → très forte augmentation de la température de paroi



## Ebullition en film



Écoulement annulaire inverse

→ Transfert conductif de la chaleur à travers le film de vapeur

$$q_p = \lambda_l \frac{T_p - T_{sat}}{\delta}$$

→ Bilan d'énergie à l'interface

$$G(h_v + C_{pl}(T_{sat} - T_l)) \frac{dx}{dz} = \frac{4q_p}{D}$$

→ Bilan de quantité de mouvement

$$\frac{d}{dz} \frac{G^2 x^2}{\rho_g R_g} = -R_g \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} + \frac{\tau_{pl} S_p}{A} + \dot{M}_l U_i - \rho_g R_g g$$

$$\frac{d}{dz} \frac{G^2 (1-x)^2}{\rho_l R_l} = -R_l \frac{dP}{dz} + \frac{\tau_{il} S_i}{A} - \dot{M}_l U_i - \rho_l (1-R_g) g$$

## Régimes post-crise d'ébullition

L'ébullition de transition : **Tong et Young (1974)**

$$q_{et} = q_f + q_{ne} \exp \left[ -0,0394 \frac{x^{2/3}}{dx/dz} \left( \frac{T_p - T_{sat}}{55,6} \right)^{1+0,0029(T_p - T_{sat})} \right]$$

Ébullition en film, écoulement annulaire inverse : **Bromley (1960)**

$$h = 0,62 \left[ \frac{\lambda_g^3 \rho_g (\rho_l - \rho_g) h_{lg}}{\mu_g (T_p - T_{sat}) \lambda_H} \right]^{1/4} \quad \lambda_H = 2\pi \left( \frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)} \right)^{1/2}$$

Régimes d'écoulement de vapeur dispersé à gouttelettes : **Dougall et Rohsenow (1963)**

$$Nu_g = \frac{h_g D}{k_g} = 0,023 \left[ \left( \frac{GD}{\mu_g} \right) \left( x + \frac{\rho_g}{\rho_l} (1-x) \right) \right]^{0,8} Pr_{g,T_{sat}}^{0,4} \quad \text{Modèle homogène}$$

Modèles plus complets avec re-déposition et évaporation des gouttelettes, **Bennett et al., 1962**

## Conclusion

- Les différents régimes de l'ébullition convective
- Déclenchement de l'ébullition : nombreux modèles (effet de la mouillabilité de paroi, taille de cavités...)
- Flux de chaleur pariétal en ébullition nucléée convective : nombreuses corrélations, modèles mécanistiques prometteurs qui nécessitent des lois de fermetures locales
- Crise d'ébullition de type assèchement (prédictions raisonnables) de type DNB (problème ouvert)

## Condensation de vapeur pure



Condensation en gouttes  
Flux de chaleur accru



Condensation en film  
observée plus fréquemment  
avec des fluides mouillant

### Condensation en film

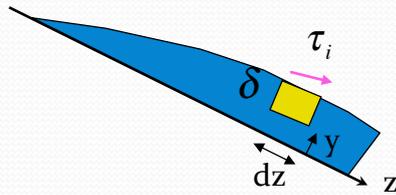
Coefficient d'échange de chaleur local : 
$$h(z) = \frac{q}{T_i - T_p} = \frac{q}{T_{sat} - T_p}$$

Coefficient d'échange global : 
$$\bar{h}(z) = \frac{1}{z} \int_0^z h(z) dz$$

La résistance thermique prépondérante est celle du condensat.

# Condensation en film de vapeur pure

Modèle non inertiel de Rohsenow : écoulement laminaire



Bilan quantité de mouvement selon l'axe z

$$\left(\rho_L g \sin \theta - \frac{dP}{dz}\right) + \mu \frac{d^2 u}{dy^2} = 0$$

Egalité des gradients de pression dans le liquide et dans la vapeur

$$\frac{dP}{dz} = \rho_v g \sin \theta + \left(\frac{dP}{dz}\right)_m = \rho_v^* g \sin \theta$$

Gradient de pression moteur dans la vapeur

Intégration entre y et delta

$$\left(\rho_L g \sin \theta - \frac{dP}{dz}\right)(\delta - y) + \tau_i - \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0$$

$$u(y) = \frac{(\rho_L - \rho_v^*) g \sin \theta}{\mu} \left(\delta y - \frac{y^2}{2}\right) + \frac{\tau_i y}{\mu}$$

Débit massique par unité de largeur b

$$\frac{\dot{M}}{b} = \rho_L \int_0^\delta u dy = \frac{\rho_L (\rho_L - \rho_v^*) g \sin \theta \delta^3}{\mu \cdot 3} + \frac{\rho_L \tau_i \delta^2}{\mu \cdot 2}$$

83

## Bilan thermique à l'interface liquide vapeur

Flux de chaleur : condensation de la vapeur + refroidissement à la température de mélange du film  $T_m$

$$u(y) = \frac{(\rho_L - \rho_v) g \sin \theta}{\mu} \left(\delta y - \frac{y^2}{2}\right) \quad \text{Avec } \tau_i = 0 \quad T = \frac{T_{sat} - T_p}{\delta} y + T_p$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta u dy = \frac{\rho_L - \rho_v}{\mu} g \frac{\delta^2}{3} \quad T_m = \frac{\int_0^\delta u T dy}{\bar{u} \delta} = \frac{5}{8} T_{sat} + \frac{3}{8} T_p$$

$$q = \frac{\lambda (T_{sat} - T_p)}{\delta} = \frac{1}{b} \frac{d\dot{M}}{dz} (h_{lv} + C_p (T_{sat} - T_m)) = \frac{1}{b} \frac{d\dot{M}}{dz} \left(h_{lv} + \frac{3}{8} C_p (T_{sat} - T_p)\right) = \frac{1}{b} \frac{d\dot{M}}{dz} h_{Lv}^*$$

$$\frac{d\dot{M}}{dz} = \frac{d\dot{M}}{d\delta} \frac{d\delta}{dz} = \frac{b \lambda (T_{sat} - T_p)}{\delta h_{Lv}^*} = b \left[ \frac{\rho_L (\rho_L - \rho_v^*) g \sin \theta}{\mu} \delta^2 + \frac{\rho_L \tau_i}{\mu} \delta \right] \frac{d\delta}{dz}$$

$$\Rightarrow \dot{M}(z) = b \left[ \frac{\rho_L (\rho_L - \rho_v^*) g \sin \theta \delta^3}{\mu \cdot 3} + \frac{\rho_L \tau_i \delta^2}{\mu \cdot 2} \right]$$

84

$$\dot{M}(z) = b \left[ \frac{\rho_L(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta \delta^3}{\mu} + \frac{\rho_L \tau_i \delta^2}{\mu} \right]$$

$$\frac{d\dot{M}}{dz} = \frac{d\dot{M}}{d\delta} \frac{d\delta}{dz} = b \left[ \frac{\rho_L(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta \delta^2}{\mu} + \frac{\rho_L \tau_i \delta}{\mu} \right] \frac{d\delta}{dz} = \frac{b\lambda(T_{sat} - T_p)}{\delta h_{Lv}^*}$$

$$\rightarrow \rho_L(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta h_{Lv}^* \frac{\delta^4}{4} + \rho_L \tau_i h_{Lv}^* \frac{\delta^3}{3} = \lambda \mu (T_{sat} - T_p) z$$

$$\delta^4 + \frac{\tau_i}{(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta} \frac{4}{3} \delta^3 = \frac{4\lambda \mu (T_{sat} - T_p)}{\rho_L(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta h_{Lv}^*} z = \frac{\mu^2}{\rho_L(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta} \frac{4\lambda(T_{sat} - T_p)}{\mu h_{Lv}^*} z$$

$$L_f \text{ longueur de référence} \quad L_f = \left[ \frac{v^2}{g \sin \theta} \right]^{1/3} \quad \delta^* = \delta \left[ \frac{\rho_L(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta}{\mu^2} \right]^{1/3} = \frac{\delta}{L_f}$$

$$L_f^4 \delta^{*4} + \frac{\tau_i}{(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta L_f} \frac{4}{3} \delta^{*3} L_f^4 = \frac{4C_p(T_{sat} - T_p)}{\text{Pr} h_{Lv}^*} \frac{z}{L_f} L_f^4 \quad \rightarrow \quad \delta^{*4} + \frac{4}{3} \delta^{*3} \tau_i^* = z^*$$

85

## Nombre de Nusselt caractéristique de l'échange thermique

$$Nu = \frac{\bar{h} L_f}{\lambda}$$

$$\text{Coefficient d'échange moyen :} \quad \bar{h}(z) = \frac{1}{z} \int_0^z h(z) dz = \frac{1}{z} \int_0^z \frac{\lambda}{\delta} dz = \frac{1}{z^*} \int_0^{z^*} \frac{\lambda}{L_f \delta^*} dz^*$$

$$\left( 4\delta^{*3} + 4\delta^{*2} \tau_i^* \right) d\delta^* = dz^* \quad \frac{1}{z^*} \int_0^{z^*} \frac{4\lambda}{L_f} \left( \delta^{*2} + \delta^* \tau_i^* \right) d\delta^* = \frac{4\lambda}{L_f z^*} \left( \frac{\delta^{*3}}{3} + \frac{\delta^{*2}}{2} \tau_i^* \right)$$

$$\rightarrow Nu = \frac{\bar{h} L_f}{\lambda} = 4 \left( \frac{\delta^{*3}}{3z^*} + \frac{\delta^{*2}}{2z^*} \tau_i^* \right)$$

$$\text{Nombre de Reynolds} \quad \text{Re}_L = \frac{\rho_L \bar{u} D_h}{\mu} \quad D_h = \frac{4b\delta}{b} = 4\delta$$

$$\text{Re}_L = \frac{4}{3} \frac{\rho_L(\rho_L - \rho_v^*)g \sin \theta}{\mu^2} \delta^3 + \frac{4\tau_i \rho_L}{2\mu^2} \delta^2 = \frac{4}{3} \delta^{*3} + 4\tau_i^* \delta^{*2}$$

Modèle de Nusselt :  $\tau_i = 0$

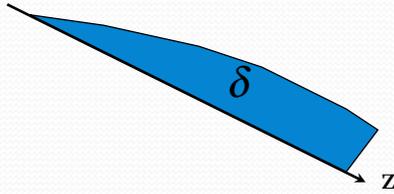
$$\delta^{*4} = z^* \quad \text{Re}_L(z) = \frac{4}{3} \delta^{*3} \quad Nu = \frac{4\delta^{*3}}{3z^*} = \frac{4}{3\delta^*} \quad \rightarrow \quad Nu = \left( \frac{4}{3} \right)^{4/3} \text{Re}_L^{-1/3} = 1,47 \text{Re}_L^{-1/3}$$

86

# Condensation en film de vapeur pure

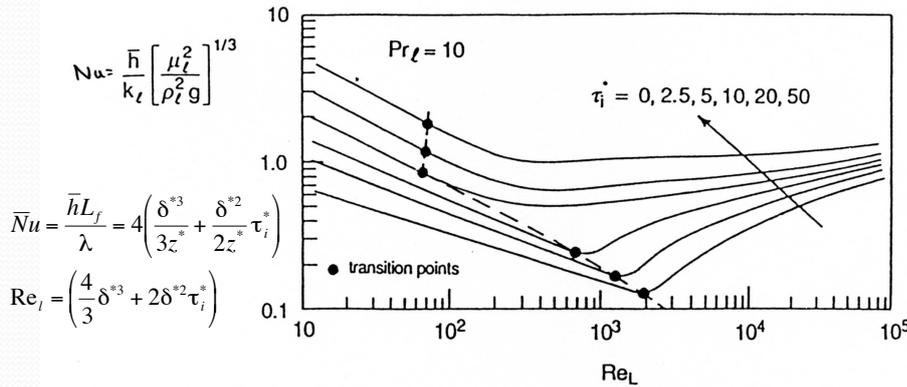
Modèle non inertiel de Rohsenow

$$\delta^{*4} + \frac{4}{3}\delta^{*3}\tau_i^* = z^* \quad \text{avec} \quad L_f = \left[ \frac{v_l^2}{g \sin \theta} \right]^{1/3}$$



$$\delta^* = \frac{\delta}{L_f} = \delta \left[ \frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g \sin \theta}{\mu_l^2} \right]^{1/3}$$

$$z^* = \frac{z}{L_f} \frac{4\lambda(T_p - T_{sat})}{\mu_l h_{lv}^*} \quad \tau_i^* = \frac{\tau_i}{(\rho_l - \rho_v) g \sin \theta L_f}$$



$$Nu = \frac{\bar{h}}{k_l} \left[ \frac{\mu_l^2}{\rho_l^2 g} \right]^{1/3}$$

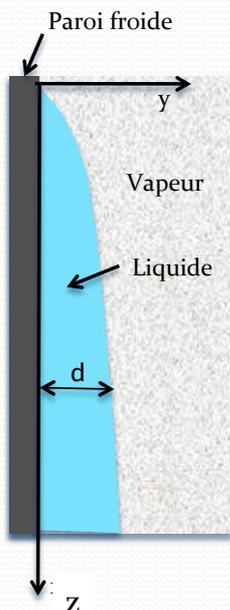
$$\bar{Nu} = \frac{\bar{h} L_f}{\lambda} = 4 \left( \frac{\delta^{*3}}{3z^*} + \frac{\delta^{*2}}{2z^*} \tau_i^* \right)$$

$$Re_L = \left( \frac{4}{3} \delta^{*3} + 2\delta^{*2} \tau_i^* \right)$$

Pour  $z$  donné, on calcule  $\tau_i^*$ ,  $z^*$  et par itération  $\delta^*$ .  
Graphe  $\rightarrow$  Nu,  $Re_L$

**Figure** Variation of the mean film condensation heat transfer coefficient with Reynolds number and  $\tau_i^*$  as predicted by the analytical model of Rohsenow et al. [9.56]. (Adapted from [9.56] with permission, copyright © 1956, American Society of Mechanical Engineers.)

# Condensation en film de vapeur pure avec effets inertiels (Sparrow et Gregg, 1959)



$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\rho_L - \rho_V}{\rho_L} g$$

$$u \frac{\partial T}{\partial z} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a_L \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Termes inertiels  $\rightarrow$  Résolution de type couche limite

$$\psi(z, \eta) = 4a_L C_1 z^{3/4} f(\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = C_1 y z^{-1/4} \quad \text{et} \quad C_1 = \left[ \frac{g C_{\rho L} (\rho_L - \rho_V)}{4 \nu_L \lambda_L} \right]^{1/4}$$

$$h(\eta) = \frac{T_{sat} - T}{T_{sat} - T_p}$$

Conditions limites: en  $y=0$ ,  $u=v=0$ ,  $T=T_p$

en  $y=\delta$ ,  $T=T_{sat}$  et

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

## Condensation en film de vapeur pure avec effets inertiels

$$1 + f''' + \frac{1}{Pr} [3ff'' - 2f'^2] = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{array}{ll} f'(0) = 0 & h(0) = 1 \\ f(0) = 0 & h(\eta_\delta) = 0 \\ 3f'h' + h'' = 0 & f''(\eta_\delta) = 0 \end{array}$$

Bilan d'énergie à l'interface liquide-vapeur

$$\int_0^{\delta} \left[ \lambda_L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta} \right] dx = \frac{\dot{M}}{b} h_{LV} = \int_0^{\delta} \rho_L u h_{LV} dy$$

Equation implicite permettant de calculer l'épaisseur  $\delta$  en fonction de  $x$

$$-\frac{3f(\eta_\delta)}{h'(\eta_\delta)} = Ja = \frac{C_{pL}(T_{sat} - T_p)}{h_{LV}} \quad \text{avec} \quad \eta_\delta = C_1 \delta z^{-1/4}$$

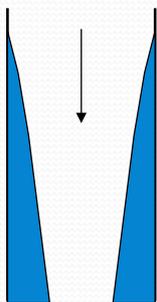
Coefficient d'échange convectif  $h$  et  $Nu$

$$h = \frac{q}{T_{sat} - T_p} = \frac{\lambda_L}{T_{sat} - T_p} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = -\lambda_L h'(0) C_1 x^{-1/4} = \lambda_L (0.68 + Ja^{-1})^{1/4} C_1 z^{-1/4}$$

$$Nu_x = \left[ \frac{g(\rho_L - \rho_V) z^3 h_{LV} (1 + 0.68 Ja)}{4 \nu_L \lambda_L (T_{sat} - T_p)} \right]^{1/4}$$

89

## Condensation dans un tube vertical en écoulement descendant



$$\frac{\partial \rho_g R_g U_g^2}{\partial z} = \frac{d}{dz} \frac{G^2 x^2}{\rho_g R_g} = -R_g \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tau_{ig} S_i}{A} + \dot{M}_l U_i + \rho_g R_g g$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{R_g} \frac{d}{dz} \frac{G^2 x^2}{\rho_g R_g} + \frac{\tau_{ig} S_i}{R_g A} + \rho_g g = \rho_g^* g$$

$$R_g = \left( 1 - \frac{2\delta}{D} \right)^2 \approx 1 - \frac{4\delta}{D} \quad S_i = \pi(D - 2\delta)$$

Résolution itérative :

à  $z$  donné, on connaît  $x$ ,

on se donne  $\delta$ ,

on modélise  $\tau_i$ , on calcule  $\rho_g^*, \tau_i^*, \delta^*, z^*$

on vérifie  $\delta^{*4} + \frac{4}{3} \delta^{*3} \tau_i^* = z^*$



90

## Quelques corrélations pour le nombre de Nusselt moyen

Avec  $\tau_i = 0$

En écoulement laminaire  $Re < 30$   $Nu = 1,47 Re_z^{-1/3}$

Régime laminaire à vagues  $30 < Re_z < 1800$

$$Nu = \frac{Re_z}{1,08 Re_z^{1,22} - 5,2}$$

Régime inertiel (Sparrow et Gregg, 1959)

$$Nu = (0,68 Ja + 1)^{1/4} \left( \frac{g \rho_L (\rho_L - \rho_v) h_{Lv}^* z^3}{4 \mu \lambda (T_{sat} - T_p)} \right)^{1/4} \quad Ja = \frac{C_p (T_{sat} - T_p)}{h_{Lv}}$$

Film turbulent à vagues

Corrélation de Kirkbridge  $Nu = 0,0077 Re^{0,4}$

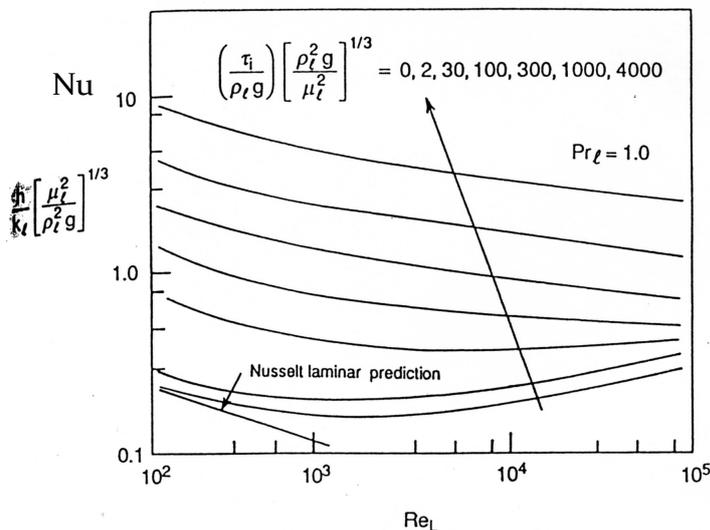
Colburn (1933)  $Pr < 0,05$   $Nu = 0,056 Re^{0,2} Pr^{1/3}$

Grober (1961)  $1 < Pr < 5$   $Nu = 0,0131 Re^{1/3}$

91

## Extension de la corrélation de Colburn avec $\tau_i \neq 0$

Modèle de Dukler -> extension du modèle de Rohsenow avec un modèle de viscosité turbulente



$$Nu = 0,065 Pr^{1/2} \sqrt{\tau_i^*}$$

$$\tau_i^* = \frac{\tau_i}{\rho_L (g v_L)^{2/3}}$$

Figure Variation of the local film condensation heat transfer coefficient with Reynolds number and  $\tau_i$ , as predicted by the analytical model of Dukler [9.42]. (Adapted from [9.42] with permission, copyright © 1960, American Institute of Chemical Engineers.)

92

## Application : calcul du coefficient d'échange en condensation sur plaque plane en absence d'écoulement de vapeur, sans et avec effets inertiels

Calculer la valeur numérique du coefficient d'échange à l'extrémité d'une plaque de 10 cm de long, à une température de 80°C, sur laquelle se condense de la vapeur d'eau à 100°C. On donne :

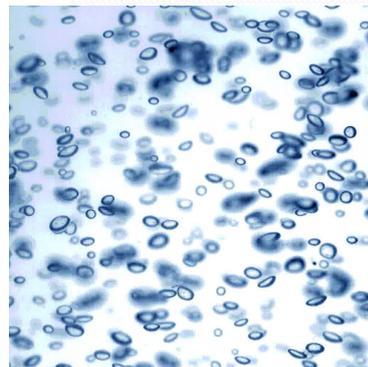
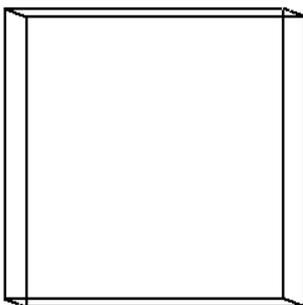
$$\rho_L = 958 \text{ kg/m}^3, \rho_v = 0.597 \text{ kg/m}^3, \nu_L = 2.9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s},$$
$$C_{pL} = 4185 \text{ J/kg/K}, \lambda_L = 0.679 \text{ W/m/K}, h_{LV} = 2257 \text{ kJ/kg}.$$

Comparer les expressions des nombres de Nusselt dans les 2 cas

93

## Description locale instantanée des écoulements diphasiques

- Simulation numérique directe – Tomographie – PIV 3D/3C résolue en temps
- Champs limités – nombre réduit d'interfaces



— x

Bonometti (2006)

Riboux (2007)

Benkenida (2002)

# ÉCOULEMENTS DIPHASIQUES AVEC CHANGEMENT DE PHASES

## TD n°1

### EXERCICE 1 : ÉCOULEMENT DANS UN ÉVAPORATEUR VERTICAL

De l'eau à température de saturation  $T_{\text{sat}}$  pénètre en bas d'un évaporateur cylindrique vertical de diamètre  $D=2$  cm. La pression à l'entrée de l'évaporateur est de 1,985 bars, le débit massique de circulation de l'eau est  $\dot{m}_1 = 0,2$  kg/s et la paroi de l'évaporateur est chauffée avec une densité de flux thermique constante  $q=3$  kW/m<sup>2</sup>.

On donne les propriétés physiques de l'eau à la pression 1,985 bars et à la température de saturation  $T_{\text{sat}}=120^\circ\text{C}$  :

- les masses volumiques du liquide et de la vapeur :  $\rho_l=943$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_v=1,12$  kg/m<sup>3</sup>
- les viscosités dynamiques du liquide et de la vapeur :  $\mu_l=2,31 \cdot 10^{-4}$  Pa.s,  $\mu_v=13 \cdot 10^{-6}$  Pa.s,
- la chaleur latente de vaporisation  $L=2200$  kJ/kg,
- la capacité calorifique du liquide à pression constante  $C_p=4,334$  kJ/kg/K,
- la tension superficielle  $\sigma=54,9 \cdot 10^{-3}$  N/m,
- la conductivité thermique du liquide  $\lambda=0,687$  W/m/K,
- le nombre de Prandtl du liquide  $Pr=1,43$ .

1°/ Donnez l'expression du titre massique  $x$  en fonction de la hauteur  $z$  ( $z=0$  en entrée d'évaporateur).

2°/ Quel est le régime d'écoulement en sortie de l'évaporateur à la hauteur  $h=1$  m ? Quel est le titre massique  $x_1$  correspondant ?

3°/ Afin de calculer la différence de pression  $P(z=h) - P(z=0)$  le long de l'évaporateur, on se placera dans la suite du problème dans le cadre de l'utilisation du modèle homogène (égalité des vitesses moyennes du liquide et de la vapeur).

a) Justifier l'utilisation du modèle homogène.

b) Exprimer le gradient de pression total  $-\frac{dP}{dz}$  à partir de l'équation de quantité de mouvement longitudinale pour le mélange. On supposera que le coefficient de frottement pariétal  $f_p$  est constant et égal à 0,005.

c) Exprimer le taux de vide  $\alpha$  en fonction du titre massique  $x$  et des masses volumiques  $\rho_l$  et  $\rho_v$ . En considérant que  $\rho_v \ll \rho_l$ , démontrez la relation suivante valable en régime d'ébullition saturée :

$$\frac{1}{1-\alpha} \approx 1 + Kz \quad \text{avec} \quad K = \frac{\rho_l}{\rho_v} \frac{4q}{GDL}$$

d) Intégrez l'équation de quantité de mouvement du mélange et calculez  $P(z=h)-P(z=0)$

# Écoulements diphasiques avec changement de phase

## TD n°2

### Exercice 1

On injecte dans un tube vertical de 2 cm de diamètre un mélange d'eau et d'air avec des débits  $Q_L=1\text{l/s}$  et  $Q_G=0,2\text{l/s}$ . On donne les propriétés physiques de l'eau : masse volumique  $\rho_L=1000\text{kg/m}^3$ , viscosité cinématique  $\nu_L=10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$  et de l'air :  $\rho_G=1,22\text{ kg/m}^3$ , viscosité cinématique  $\nu_G=15.10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ ,

- A partir des cartes de configuration de Taitel et Dukler, déterminez le régime d'écoulement observé.
- En utilisant le modèle homogène, calculez le gradient pression par frottement et comparez au gradient de pression hydrostatique (dû à la gravité).
- Calculez la perte de pression par frottement en utilisant le modèle de Lockhart et Martinelli. Les valeurs du taux de vide moyen  $R_G$  et de la vitesse de glissement moyenne  $U_G-U_L$  déterminées à partir de ce modèle vous paraissent-elles physiquement acceptables ?
- Quels résultats obtiendrait-on avec le modèle à flux de derive?

### Exercice 2

Du réfrigérant R-12 à une pression de 333kPa s'écoule de manière adiabatique depuis une vanne de détente située à l'entrée d'un évaporateur dans un tube de 1m de long et 1cm de diamètre. Le flux de masse surfacique est de  $250\text{ kg/m}^2/\text{s}$  et le titre massique de 0,25. le régime d'écoulement observé est annulaire. Déterminer le taux de vide, le gradient de pression gravitationnel et par frottement en utilisant d'une part le modèle annulaire et d'autre part le modèle de Lockhart et Martinelli. Comparer les résultats.

Les propriétés physiques du R-12 à 333kPa sont :

$$\rho_l=1388\text{ kg/m}^3, \rho_v=19,2\text{ kg/m}^3, \mu_l=262\text{ }10^{-6}\text{ Pa.s}, \mu_v=11,7\text{ }10^{-6}\text{ Pa.s}, \sigma=0,0114\text{ N/m}$$

# ÉCOULEMENTS DIPHASIQUES AVEC CHANGEMENT DE PHASES

## TD n°3

### EXERCICE 1 : CONTROLE DU DECLenchement DE L'EBULLITION

On considère un écoulement d'eau dans un tube vertical de 1 cm de diamètre. La pression le long du tube est maintenue virtuellement constante à 6124 kPa. L'eau pénètre dans le tube sous forme liquide sous-saturée avec un flux de masse de 9000 kg/m<sup>2</sup>/s. La paroi est maintenue à une température uniforme de 281°C. Estimer la sous saturation minimale à l'entrée ( $T_{\text{sat}} - T_{\text{le}}$ ) pour que l'ébullition ne se déclenche pas sur les 10 premiers centimètres du tube.

Pour l'eau dans les conditions de saturation à 6124 kPa,  $T_{\text{sat}} = 550\text{K}$ ,  $\rho_l = 756\text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 31,5\text{ kg/m}^3$ ,  $h_{\text{LV}} = 1563\text{ kJ/kg}$ ,  $C_p = 5,07\text{ kJ/kg/K}$ ,  $\mu_l = 99,2 \cdot 10^{-6}\text{ N s/m}^2$ ,  $\lambda = 0,581\text{ W/m/K}$ ,  $\text{Pr} = 0,87$ ,  $\sigma = 0,0197\text{ N/m}$

### EXERCICE 2 : EBULLITION SOUS-REFROIDIE

De l'éthanol liquide sous refroidi à 226 kPa s'écoule dans un tube vertical circulaire dont la paroi maintenue à 140°C. Le liquide pénètre à 50°C et l'ébullition démarre immédiatement. Le diamètre du tube est de 1,2 cm et le flux massique de 600 kg/m<sup>2</sup>/s. Déterminer le coefficient d'échange convectif en ébullition partielle à l'aide de la corrélation de Rohsenow, à une distance de l'entrée du tube où la température du liquide vaut 90°C. On prendra  $C_{\text{sf}} = 0,013$ . Pour l'éthanol saturé à 226 kPa,  $T_{\text{sat}} = 373\text{K}$ ,  $\rho_l = 734\text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 3,18\text{ kg/m}^3$ ,  $h_{\text{LV}} = 927\text{ kJ/kg}$ ,  $C_p = 3,30\text{ kJ/kg/K}$ ,  $\mu_l = 314 \cdot 10^{-6}\text{ N s/m}^2$ ,  $\lambda = 0,151\text{ W/m/K}$ ,  $\text{Pr} = 6,88$ ,  $\sigma = 0,0157\text{ N/m}$

### EXERCICE 3 : COEFFICIENT D'ÉCHANGE EN EBULLITION SATURÉE

Comparer les résultats de la corrélation de Kandlikar et ceux de la corrélation de Gungor et Winterton pour prédire le coefficient d'échange convectif d'un écoulement bouillant d'azote aux titres massiques 0,2 et 0,6 dans un tube vertical à 778 kPa. Le tube a un diamètre de 0,9 cm, le flux de masse est de 200 kg/m<sup>2</sup>/s et le flux de chaleur imposé à la paroi du tube est de 20 kW/m<sup>2</sup>. Pour l'azote saturé à 778 kPa,  $T_{\text{sat}} = 100\text{K}$ ,  $\rho_l = 691\text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 32\text{ kg/m}^3$ ,  $h_{\text{LV}} = 162,2\text{ kJ/kg}$ ,  $C_p = 2,31\text{ kJ/kg/K}$ ,  $\mu_l = 86,9 \cdot 10^{-6}\text{ Pa.s}$ ,  $\mu_v = 7,28 \cdot 10^{-6}\text{ Pa.s}$ ,  $\lambda = 0,0955\text{ W/m/K}$ ,  $\text{Pr} = 2,10$  et  $\sigma = 0,000367\text{ N/m}$ .

**BE : ECOULEMENTS DIPHASIQUES AVEC CHANGEMENT DE PHASE**

**Evaporateur vertical**

On considère un évaporateur cylindrique vertical de diamètre  $D= 5\text{mm}$ , dans lequel circule un liquide réfrigérant du R134a sous une pression de 10 bars. La paroi du tube est chauffée à une température constante de  $58^\circ\text{C}$ .

Dans les conditions de saturation à 10 bars correspondant à une température de saturation  $T_{\text{sat}}$  de  $40^\circ\text{C}$ , les propriétés physiques du réfrigérant liquide et vapeur sont les suivantes :

- la masse volumique du liquide  $\rho_l=1147,6 \text{ kg/m}^3$
- la masse volumique de la vapeur  $\rho_v=49,802 \text{ kg/m}^3$
- la viscosité dynamique du liquide  $\mu_l=1,64.10^{-4} \text{ Pa.s}$
- la viscosité dynamique de la vapeur  $\mu_v=1,25.10^{-5} \text{ Pa.s}$
- la tension superficielle liquide-vapeur  $\sigma=0,0061 \text{ N/m}$
- la chaleur latente de vaporisation  $h_v=255,7 \text{ kJ/kg}$
- la conductivité thermique du liquide  $\lambda=0,07479 \text{ W/m/K}$
- la capacité calorifique à pression constante du liquide  $C_p=1497 \text{ J/kg/K}$

1) Le liquide entre en bas du tube à la cote  $z=0$  avec un débit massique  $\dot{m}=15\text{g/s}$  à température de saturation. L'ébullition démarre immédiatement. On estimera le flux de chaleur échangé entre la paroi et le fluide par la corrélation de Schrock et Grossman qui permet de calculer le coefficient d'échange convectif  $H$  en ébullition saturée, en fonction d'un coefficient d'échange convectif de l'écoulement de liquide  $H_L$  et d'un paramètre  $X$  :

$$H = 7390H_L \left[ \frac{q}{Ch_{lv}} + 0,00015 \frac{1}{X^{0,66}} \right] \quad \text{avec} \quad q = H(T_p - T_{\text{sat}}) \quad \text{et} \quad G = \frac{4\dot{m}}{\pi D^2}$$

$$H_L = \frac{\lambda}{D} \cdot 0,023 \left( \frac{G(1-x)D}{\mu_l} \right)^{0,8} Pr^{1/3} \quad \text{et} \quad X = \left( \frac{1-x}{x} \right)^{0,875} \sqrt{\frac{\rho_v \mu_l}{\rho_l \mu_v}}^{0,125}$$

A l'aide des équations précédentes, estimer le coefficient d'échange  $H$  et la densité de flux de chaleur  $q$  pour les valeurs suivantes des titres massiques :  $x=0,2$   $x=0,3$   $x=0,4$   $x=0,6$  et  $x=0,8$ . A partir des valeurs obtenues, on proposera un lissage par un polynôme de degré 1 permettant de calculer l'évolution de  $q$  en fonction de  $x$  de la forme  $q = -348767x + 316408$ .

2) Donner une expression analytique du titre massique en fonction de la cote  $z$  repérée depuis l'entrée de l'évaporateur. Calculer l'évolution des vitesses débitantes de liquide et de vapeur  $j_l$  et  $j_v$ , et caractériser les régimes d'écoulements à partir de la carte de configuration de la figure 1.

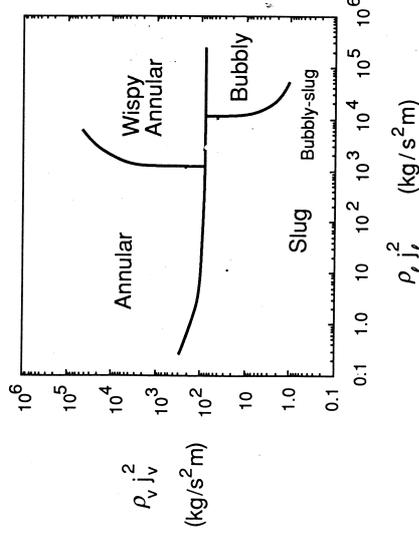


Figure 1 : Carte de configuration pour un écoulement bouillant de réfrigérant

3) En régime d'écoulement annulaire lisse et sans arrachage de gouttelettes, écrire une équation qui permette de calculer l'évolution du taux de vide  $R_{G1}$  le long du tube. On utilisera l'expression obtenue à la question 2 pour calculer l'évolution du titre massique  $dx/dz$  et on prendra une valeur de 0,005 pour les coefficients de frottement pariétal  $f_p$  et interfacial  $f_i$ . Cette équation peut être résolue numériquement. Les valeurs de  $R_{G1}$  obtenues en fonction du titre sont portées sur la figure 2. Tracer l'évolution de l'épaisseur  $\delta$  du film liquide en fonction de  $z$ .

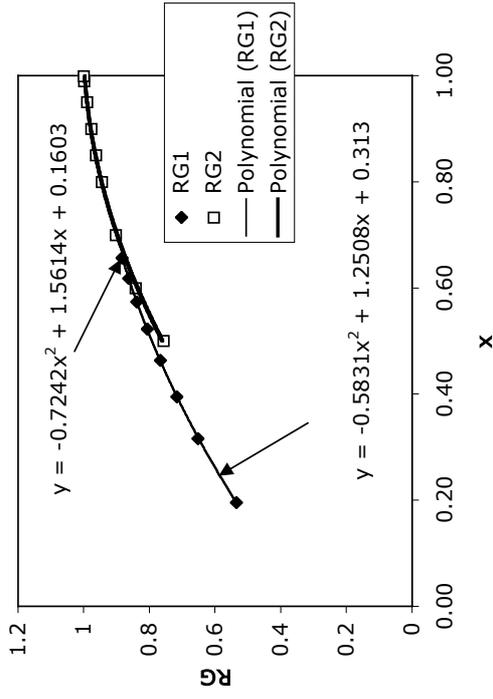


Figure 2 : Résolution numérique des equations  $f(R_G, x)=0$

4) Lorsque le film de liquide devient suffisamment mince, l'écoulement est laminaire ( $Re_f = U_f \delta \rho_f / \mu_f < 2000$ ). Ecrire une equation permettant de calculer l'évolution du titre massique de vapeur  $x$  en fonction de  $\delta, D, \lambda, T_p, T_{sat}, G$  et  $h_{lv}$ . On considèrera que l'échange thermique à travers le film de liquide se fait par conduction seule. Comme dans le cas précédent écrire une equation qui permette de calculer le taux de vide  $R_{G2}$  en fonction de  $x$ . Proposer un algorithme de résolution pour calculer l'évolution de  $R_{G2}$  avec  $z$ . La figure 2 donne l'évolution de  $R_{G2}$  en fonction de  $x$ . A l'aide de cette figure, tracer l'évolution de l'épaisseur du film liquide avec  $z$ . A partir de quelle cote  $z$  est-il raisonnable d'utiliser ce modèle?

5) Déterminer la valeur de  $z$  pour laquelle on obtient un écoulement de vapeur pure.

6) Donner l'expression de la différence de pression entre l'entrée du tube ( $z=0$ ) et la sortie du tube ( $z=4m$ ). Essayer d'estimer cette différence de pression et la contribution des différents termes.