Transferts en milieux poreux

G.Debenest

Romain Guibert &

Pierre Horgue

Sommaire

Plan

- *Rappels, notions*
- *Écoulements en milieux poreux*

- *Monophasiques*
- *Multiphasiques*

- *Transferts de masse en milieux poreux*

- *Approches équilibre local*
- *Approches non équilibre local*

- *Projets*

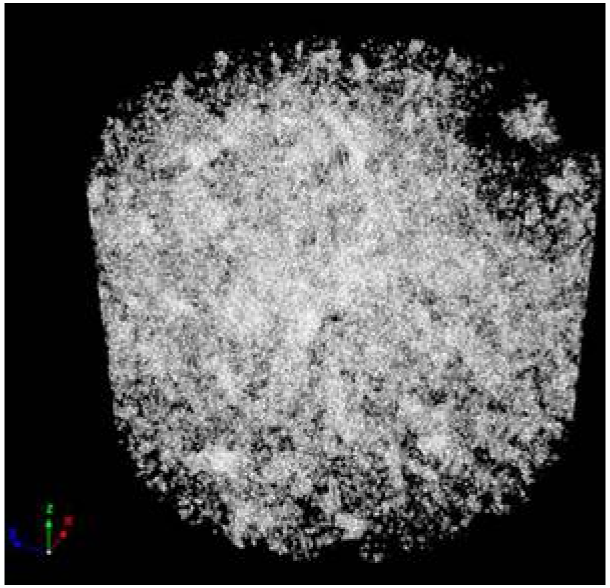
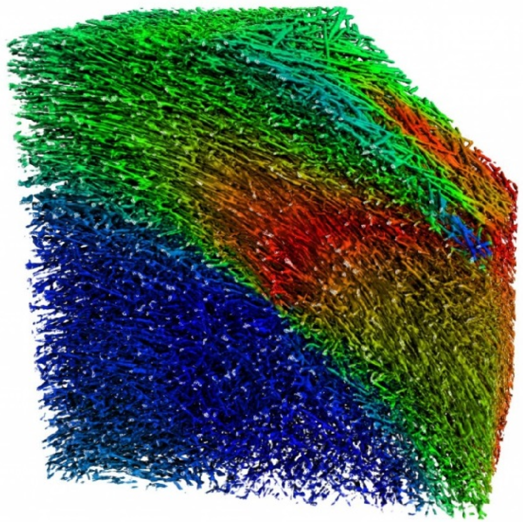
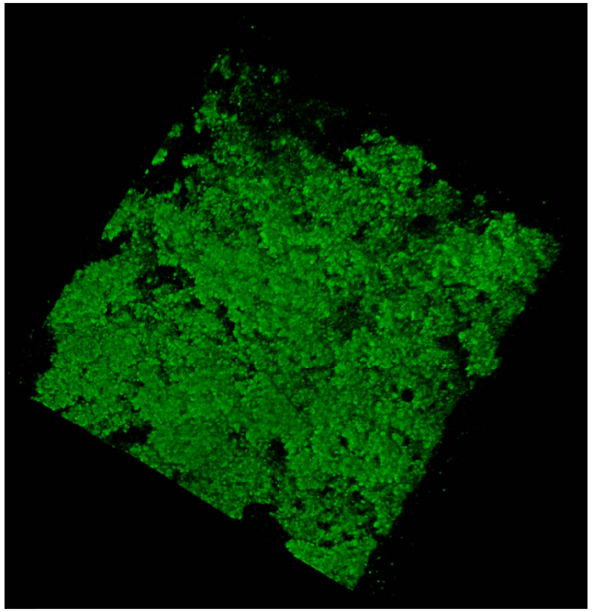
Notations

- *Un rapport à faire sur les deux projets*
- *Rendu sur moodle*
- *Deux semaines après le dernier TD*
- *À faire / binôme*

« Rappels »

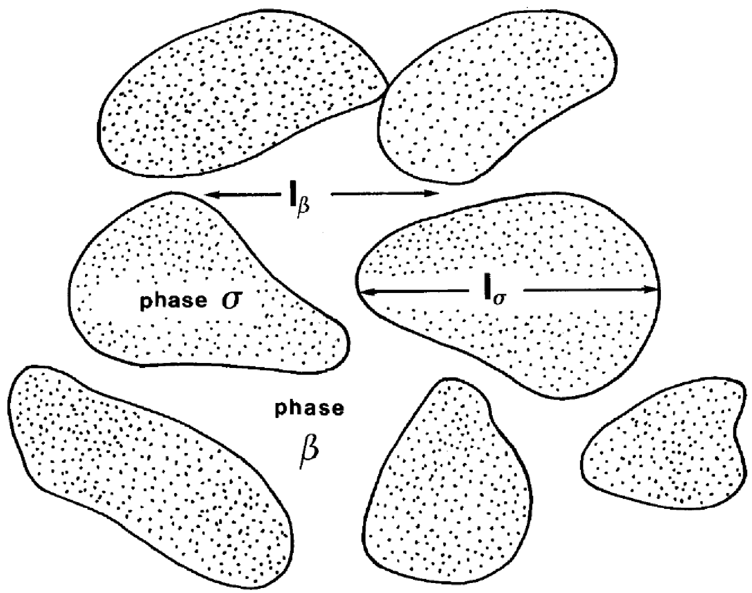
Définition:

- *Un milieu poreux est un milieu composé d'une structure solide et d'espaces vides appelés pores. Ces pores peuvent être connectés ou non, et remplis partiellement ou totalement de liquide ou de gaz. Les milieux poreux peuvent être consolidés, comme une roche par exemple, ou non consolidés, comme un sable ou un empilement de billes.*

Ecoulements en milieu poreux

- *Les lois de transport de masse et de quantité de mouvement dépendent de l'échelle à laquelle on considère le milieu.*



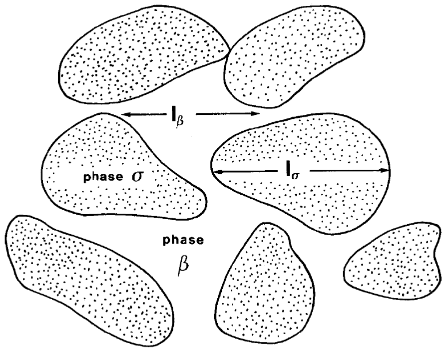
Ecoulements en milieu poreux

- *A l'échelle locale, supposons que σ soit une phase solide:*

Pour décrire l'écoulement, on a les équations de Navier Stokes:

$$\underbrace{\rho\,(\frac{\partial \overrightarrow{u}}{\partial t} + \overrightarrow{u} \cdot \nabla \overrightarrow{u})}_{\text{Acceleration}} \quad = \quad \underbrace{-\nabla p}_{\text{Pressure}} \quad + \quad \underbrace{\nu \triangle \overrightarrow{u}}_{\text{Viscosity}}$$

Dans le volume V_β



$$\underbrace{\nabla \cdot \overrightarrow{u} = 0}_{\text{Continuity Equation}}$$

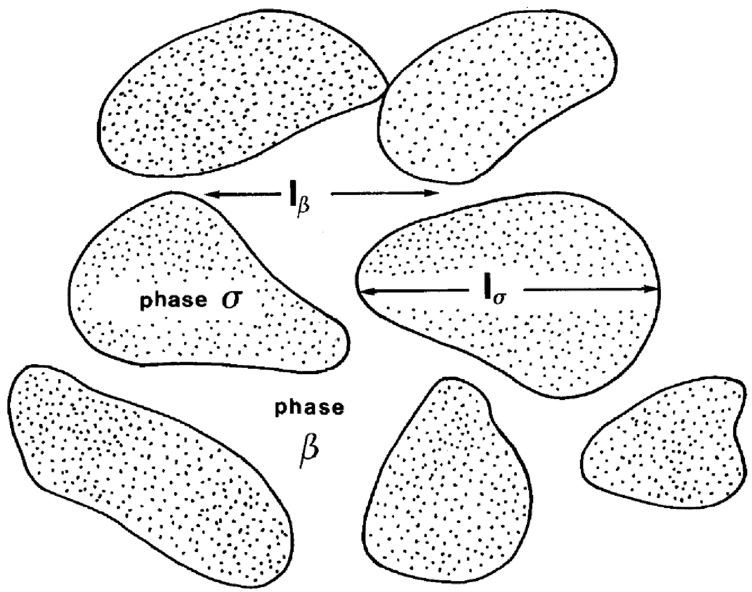
Ecoulements en milieu poreux

- *Une propriété importante, la porosité…*

Voir cours de 2HY

On peut la définir comme le rapport du volume de fluide sur le volume total de milieu.

$$\varepsilon = \frac{V_\beta}{V_\beta + V_\sigma}$$

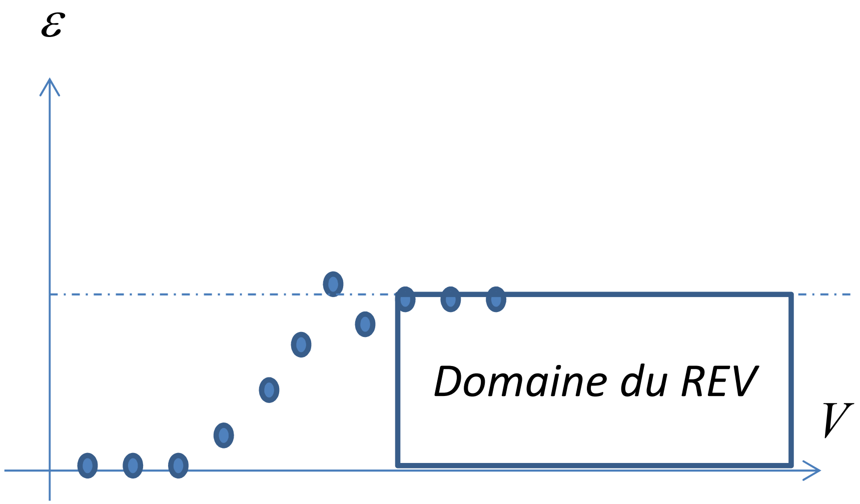


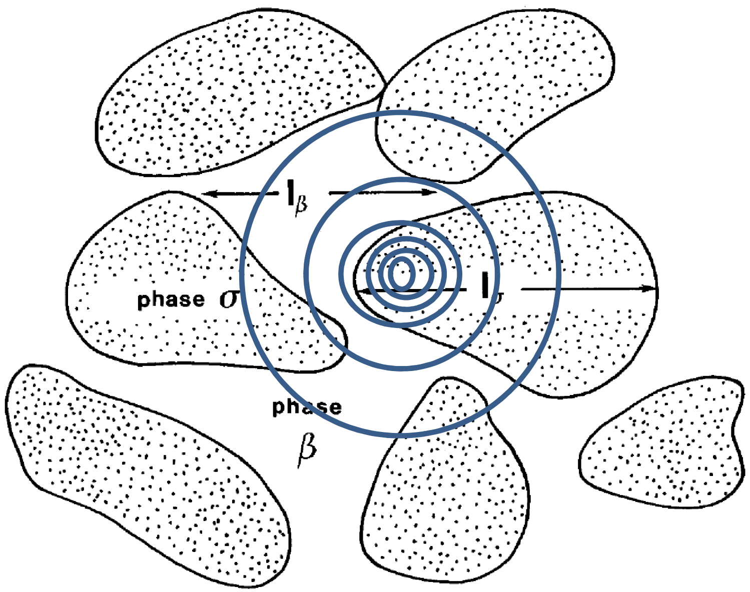
Ecoulements en milieu poreux

- *Une propriété importante, la porosité…*

Reprenons le milieu fictif…

$$\varepsilon = \frac{V_\beta}{V_\beta + V_\sigma}$$



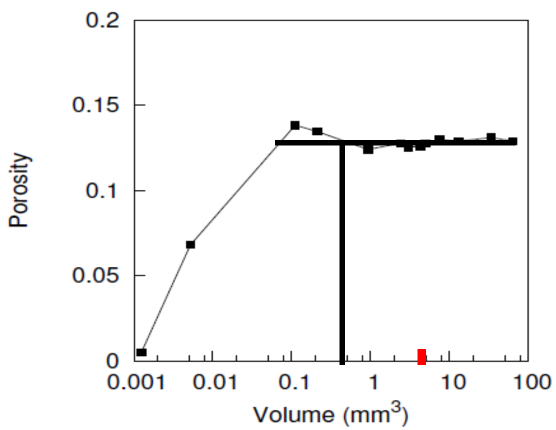


Ecoulements en milieu poreux

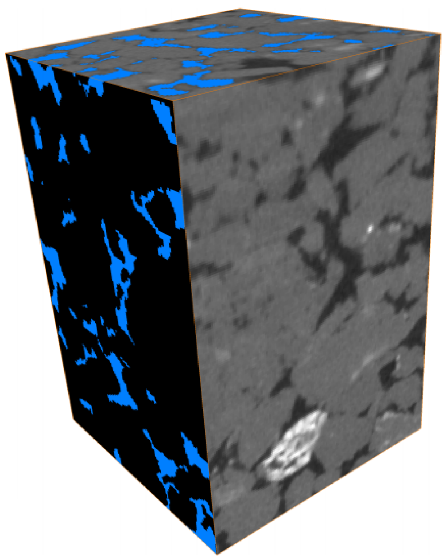
- *Une propriété importante, la porosité…*

Reprenons le milieu fictif…

$$\varepsilon = \frac{V_\beta}{V_\beta + V_\sigma}$$



Guibert et al. 2015 TiPM



Ecoulements en milieu poreux

- *Peut-on se passer de la résolution de Navier Stokes ?*
- *Choix 1 : celui du forcené….*
- *Choix 2 : celui du raisonné…*
- *Choix 3 : les Hydro…*

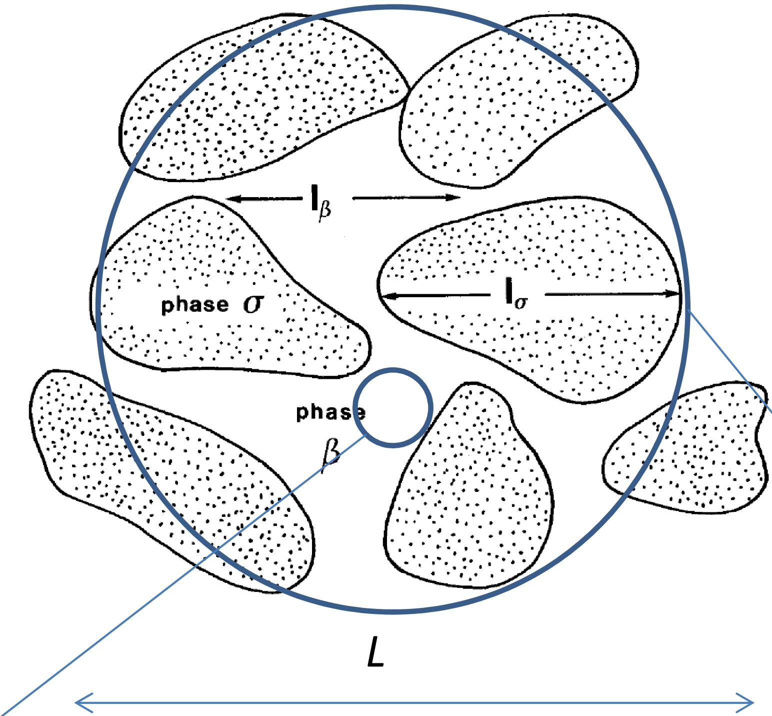
Ecoulements en milieu poreux

1) *Oui le forcené peut conserver NS si besoin est…*

2) *Oui le raisonné peut se passer de NS mais devra estimer une propriété importante*

3) *Les Hydro ont la capacité à comprendre le besoin et choisir une formulation!*

Ecoulements en milieu poreux



Ecoulement local → NS

Ecoulement macroscopique → Darcy

Ecoulements en milieu poreux

$$\underbrace{\rho\left(\frac{\partial \overrightarrow{u}}{\partial t} + \overrightarrow{u} \cdot \nabla \overrightarrow{u}\right)}_{\text{Acceleration}} = \underbrace{- \nabla p}_{\text{Pressure}} + \underbrace{\nu \triangle \overrightarrow{u}}_{\text{Viscosity}}$$

$$\underbrace{\nabla \cdot \overrightarrow{u} = 0}_{\text{Continuity Equation}}$$

$$V = \left(- \frac{k}{\mu} \nabla p^{*} \right)$$

Comment prouver que tout fonctionne?

$$\nabla \mathrm{v} = 0$$

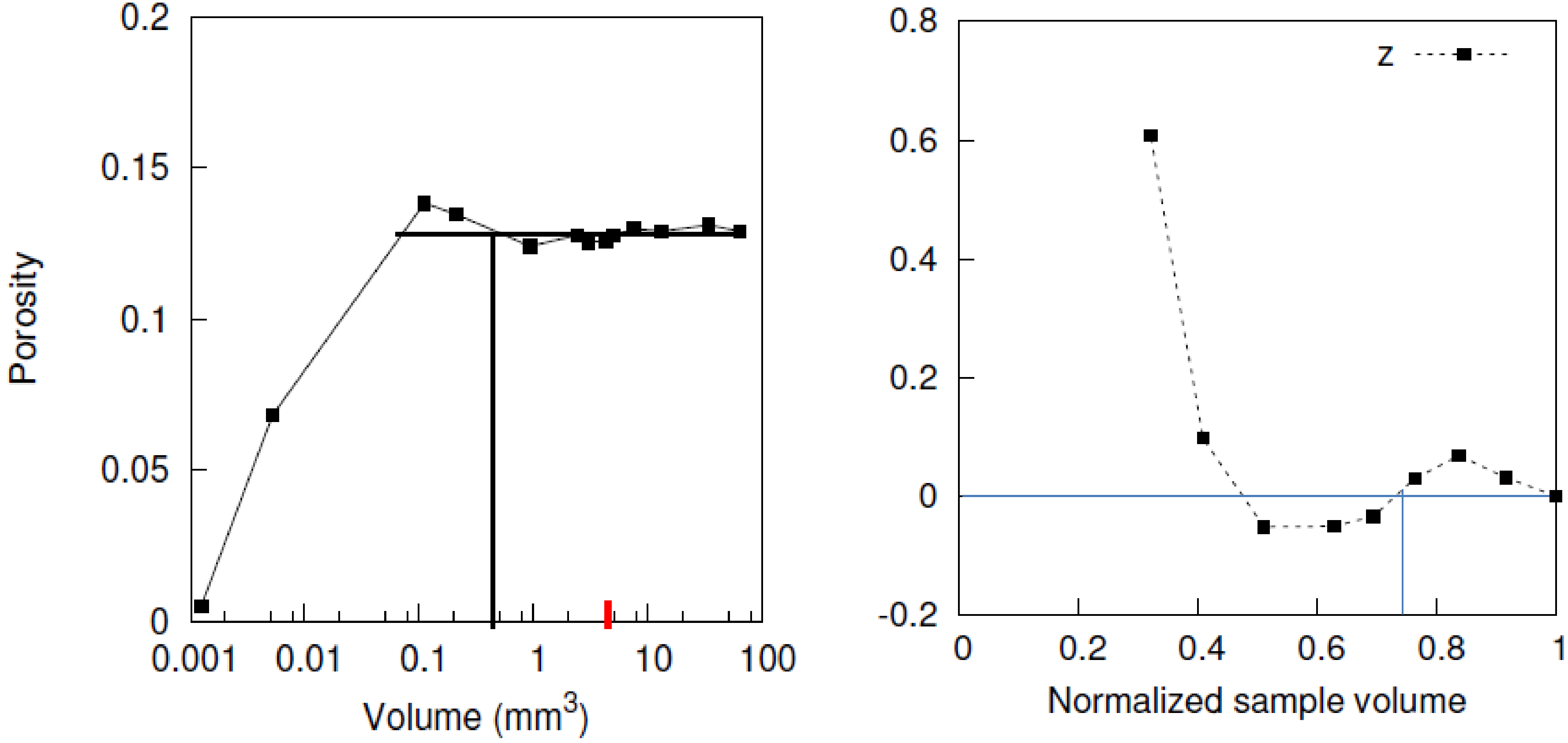
$$\nabla (-\frac{k}{\mu} \nabla p) = 0$$

Reprenez comsol, sélectionner nouveau, 1 D, diffusion et tentons d'imposer un flux de pression (vitesse) égale à celle imposée précédemment…

Que devrions nous retrouver?

Faisons le…

Ecoulements en milieu poreux



Ecoulements en milieu poreux

- *Mesures de k*

- *Expérimentalement : colonne type Darcy*

- *Numériquement : par modélisation*

- *Empiriquement : relations diverses*

Un petit exercice…Rappel…

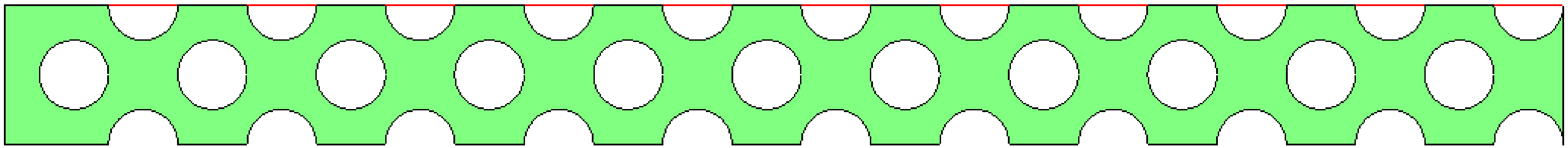
- *Soit deux milieux, que je vous impose.*

Estimons la perméabilité des deux milieux…

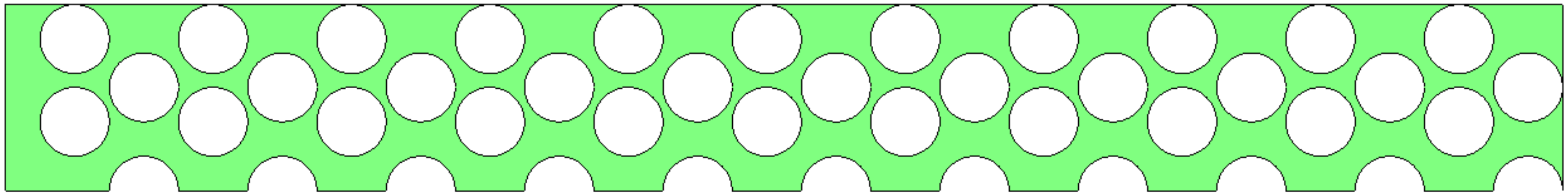
Rassurez-vous c'est moi qui travaille… ☺

Quoique ☹

Deux types de milieu



Porosité : 0,616
Φ= 2,5mm



Porosité : 0,5
Φ=2,5mm

Calculer la perméabilité par les formules usuelles de la littérature.

Ecoulements en milieu poreux

- *Rappel : S_{spec}, surface spécifique*

$$k = \varepsilon \frac{d^2}{32}$$ capillaire

$$k = \varepsilon \frac{b^2}{12}$$ Hele Shaw

$$k = C_0 \frac{\varepsilon^3}{S_{spec}}$$ Kozeny

$$k = \frac{d_m^2}{180} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \qquad dm = \frac{6(1-\varepsilon)}{S_{spec}}$$ Kozeny-Carman

Ecoulement en milieu poreux

Porosité : 0,616
Φ= 2,5mm

$$k = \varepsilon \frac{d^{2}}{32}$$

Porosité : 0,5
Φ=2,5mm

$$k = C_0 \frac{\varepsilon^3}{S_{spec}}$$

$$k = \frac{d_m^2}{180} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \qquad dm = \frac{6(1-\varepsilon)}{S_{spec}}$$

Le Prof?

K1 =
K2 =

Comparaison…

Ecoulement en milieu poreux

Porosité : 0,616
Φ= 2,5mm

$$k = \varepsilon \frac{d^2}{32}$$

Porosité : 0,5
Φ=2,5mm

$$k = C_0 \frac{\varepsilon^3}{S_{spec}}$$

$$k = \frac{d_m^2}{180} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \qquad dm = \frac{6(1-\varepsilon)}{S_{spec}}$$

S_{spec}=1600m^{-1}
Dm1 = 2,304/(1600)=0,00144m
Dm2=3/1600=0,001875m

Le Prof?

K1 = 2,92 10^{-8}m²
K2 = 2,6 10^{-8}m²

Comparaison…

K	M1	M2
capp	*1,2 10-7 m²*	*9,7 10-8m²*
K	*0,000073 m²*	*0,000039 m²*
KC	*1,83. 10-8 m²*	*9,7 . 10-9 m²*

Comment prouver que tout fonctionne?

$$\nabla \mathrm{v} = 0$$

$$\nabla(-\frac{k}{\mu}\nabla p) = 0$$

Reprenez comsol, sélectionner nouveau, 1 D, diffusion et tentons d'imposer un flux de pression (vitesse) égale à celle imposée précédemment…

Que devrions nous retrouver?

Faisons le…

Ecoulements en milieu poreux

- *Si Re >10, alors on généralise Darcy en utilisant la correction dite de Forchheimer*

$$-\nabla P = \frac{\mu}{k} V + \beta \rho V^2$$

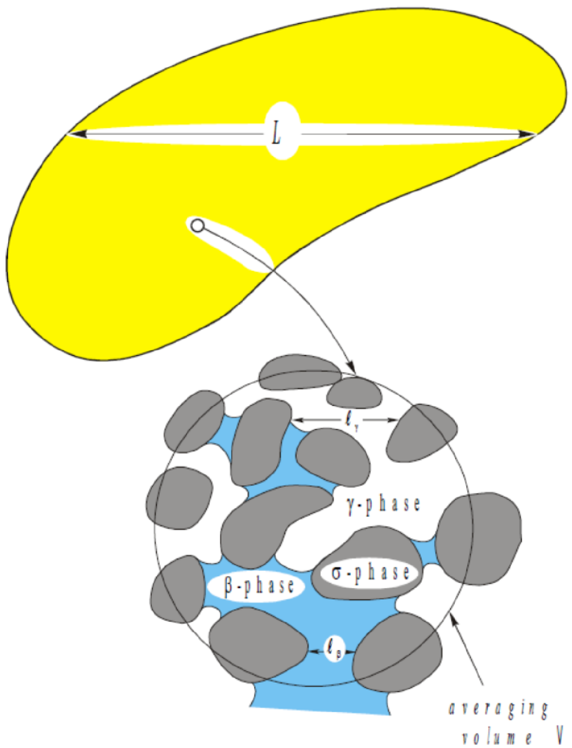
$$V(1 + \beta \rho V) = -\frac{k}{\mu} \nabla P$$

si $\beta << 1$, alors nous aurons la loi de Darcy.

Attention, β dépend de l'écoulement...

Ecoulements en milieu poreux

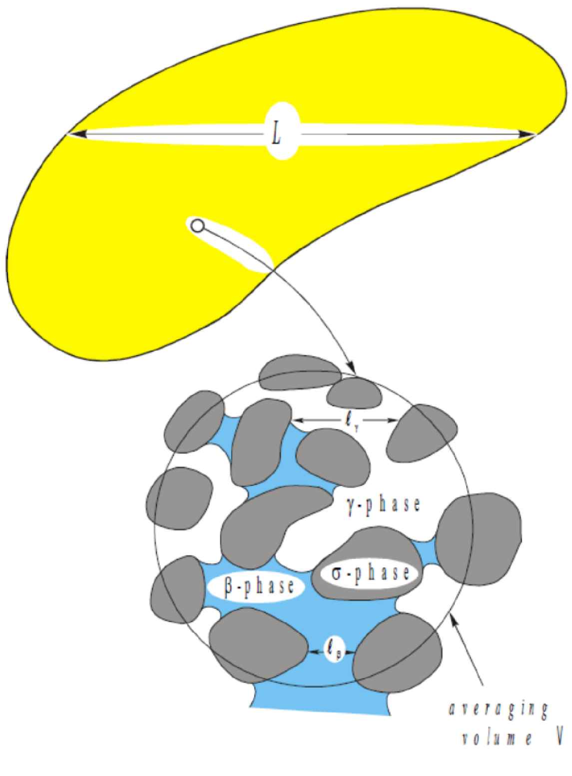
- *Si coexistence de plusieurs phases en mouvement ?*



Depuis Quintard, cours en ligne

Ecoulements en milieu poreux

- *Si coexistence de plusieurs phases en mouvement ?*

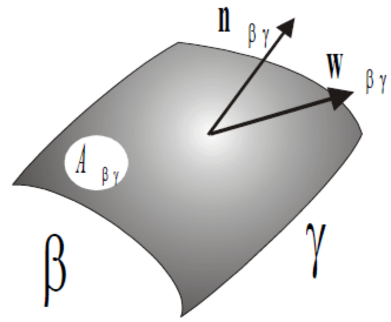


Depuis Quintard, cours en ligne

Ecoulements en milieu poreux

$$-\mathbf{n}_{\beta\gamma} p_\beta + \mu_\beta \mathbf{n}_{\beta\gamma} . \left(\nabla \mathbf{v}_\beta + \left(\nabla \mathbf{v}_\beta \right)^T \right) =$$

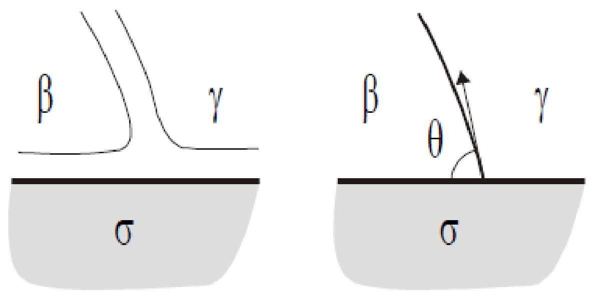
$$-\mathbf{n}_{\beta\gamma} p_\gamma + \mu_\gamma \mathbf{n}_{\beta\gamma} . \left(\nabla \mathbf{v}_\gamma + \left(\nabla \mathbf{v}_\gamma \right)^T \right) + 2\sigma H_{\beta\gamma} \mathbf{n}_{\beta\gamma}$$



$$(p_\beta - p_\gamma) = 2\sigma H_{\beta\gamma}$$

$$\nabla \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Vx}{\partial x} & \frac{\partial Vx}{\partial y} & \frac{\partial Vx}{\partial z} \\ \frac{\partial Vy}{\partial x} & \frac{\partial Vy}{\partial y} & \frac{\partial Vz}{\partial z} \\ \frac{\partial Vz}{\partial x} & \frac{\partial Vz}{\partial y} & \frac{\partial Vz}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$-\sigma_{\gamma\beta} \cos(\theta) + \sigma_{\gamma\sigma} - \sigma_{\beta\sigma} = 0$$



Ecoulements en milieu poreux

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0$$

$$0 = -\nabla p_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \nabla^2 \mathbf{v}_\beta$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\gamma = 0$$

$$0 = -\nabla p_\gamma + \rho_\gamma \mathbf{g} + \mu_\gamma \nabla^2 \mathbf{v}_\gamma$$

$$\text{C.L. 1} \qquad \mathbf{v}_\beta = 0 \quad \text{sur } A_{\beta\sigma}$$

$$\text{C.L. 2} \qquad \mathbf{v}_\gamma = 0 \quad \text{sur } A_{\gamma\sigma}$$

$$\text{C.L. 3} \qquad \mathbf{v}_\beta = \mathbf{v}_\gamma \quad \text{sur } A_{\beta\gamma}$$

$$\text{C.L. 4} \qquad -\mathbf{n}_{\beta\gamma} p_\beta + \mu_\beta \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left(\nabla \mathbf{v}_\beta + \left(\nabla \mathbf{v}_\beta \right)^T \right) =$$

$$-\mathbf{n}_{\beta\gamma} p_\gamma + \mu_\gamma \mathbf{n}_{\beta\gamma} \cdot \left(\nabla \mathbf{v}_\gamma + \left(\nabla \mathbf{v}_\gamma \right)^T \right) + 2\sigma H_{\beta\gamma} \mathbf{n}_{\beta\gamma} \quad \text{sur } A_{\beta\gamma}$$

Ecoulements en milieu poreux

$$\mathbf{V}_\beta = \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \qquad P_\beta = \langle p_\beta \rangle^\beta$$

$$\mathbf{V}_\gamma = \langle \mathbf{v}_\gamma \rangle \qquad P_\gamma = \langle p_\gamma \rangle^\gamma$$

$$\frac{\partial \varepsilon S_\beta}{\partial t} + \nabla.\mathbf{V}_\beta = 0$$

$$\mathbf{V}_\beta = -\frac{1}{\mu_\beta}\mathbf{K}_\beta.\left(\nabla P_\beta - \rho_\beta \mathbf{g}\right)$$

$$\mathbf{K}_\beta = \mathbf{K}\ k_{r\beta}(S_\beta)$$

$$\frac{\partial \varepsilon S_\gamma}{\partial t} + \nabla.\mathbf{V}_\gamma = 0$$

$$\mathbf{V}_\gamma = -\frac{1}{\mu_\gamma}\mathbf{K}_\gamma.\left(\nabla P_\gamma - \rho_\gamma \mathbf{g}\right)$$

$$\mathbf{K}_\gamma = \mathbf{K}\ k_{r\gamma}(S_\beta)$$

$$P_\gamma - P_\beta = p_c(S_\beta)$$

$$S_\beta + S_\gamma = 1$$

p_c: pression capillaire $\qquad$ k_r: perméabilité relative

Ecoulements en milieu poreux

Peut-on déterminer Pc, Kr?

→ *Pc*

« Examinons l'exemple d'une roche mouillée par l'eau, totalement saturée d'eau, et placée en contact avec un réservoir d'huile. Les forces de capillarité empêchent l'huile de déplacer spontanément l'eau. Lorsqu'on augmente la pression d'huile de ΔP, une certaine quantité d'huile pénètre dans la roche et déplace l'eau des pores accessibles les plus gros, connectés au réservoir par des rayons supérieurs à une valeur R1 telle que $\Delta P = 2\sigma/R1$. La fraction du volume de pores occupés par l'huile, ou saturation en huile est définie par :

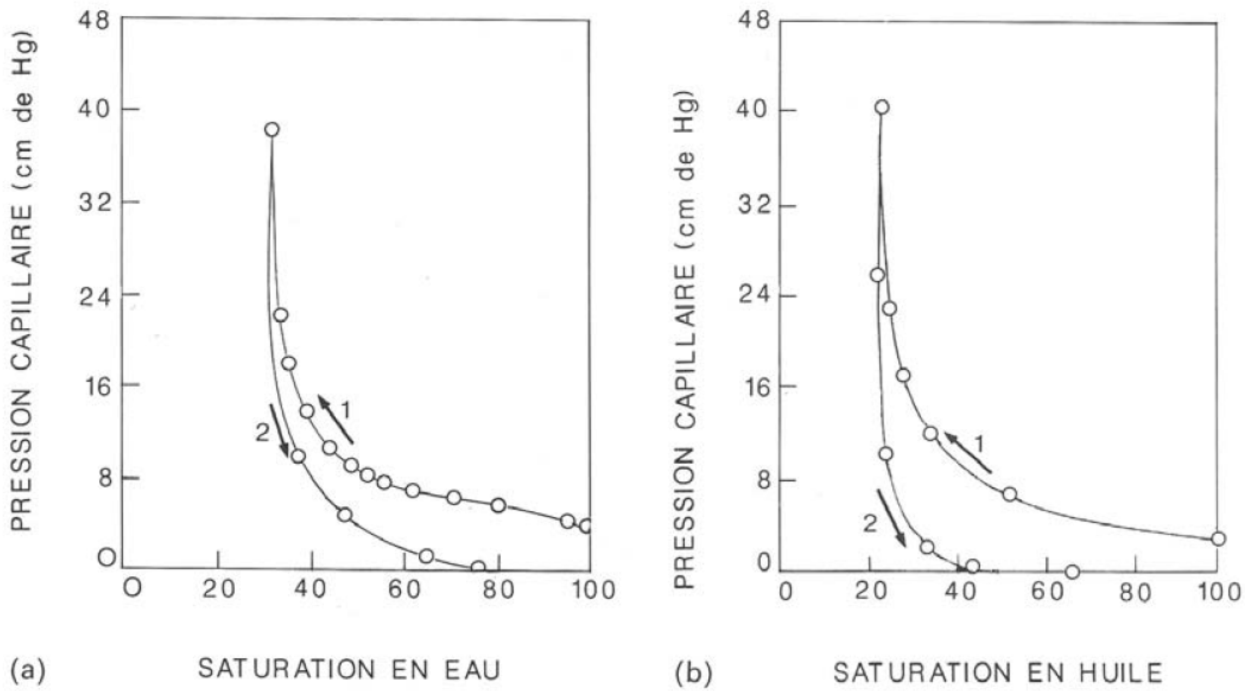
$$S_0 = \frac{volume\ huile}{volume\ pore} = 1 - S_w$$

Sw est la saturation en eau. On admet ici qu'huile et eau sont les seules phases fluides et que l'espace poreux est totalement saturé. L'huile est comme retenue dans la roche par une membrane semi-perméable qui ne laisse sortir que l'eau. En répétant le processus, après n incréments de pression ΔP et obtention de l'équilibre, la saturation en huile est directement obtenue par la mesure du volume d'huile injecté. On obtient ainsi une relation entre la pression d'huile Ph et la saturation en huile Sh. La courbe correspondante est la courbe de drainage.

Si le processus est inversé et que l'on impose une décroissance lente de la pression d'huile, l'eau rentre à nouveau dans la roche à travers la membrane semi-perméable. Une relation, différente de la précédente, est obtenue entre Ph et Sh. »

D'après François Renard, université de Grenoble cours de L3

Ecoulements en milieu poreux



Ecoulements en milieu poreux

<u>Perméabilité relative</u>

Dans une circulation polyphasique, on admet que chaque fluide i suit séparément la loi de Darcy, comme s'il occupait une certaine portion du milieu poreux. Les vitesses de Darcy de chaque fluide ne sont évidemment pas colinéaires, et peuvent même, dans certains cas, être diamétralement opposées (eau et gaz par exemple). Cependant, la perméabilité intrinsèque ki sera une fonction de la saturation du milieu en fluide i. Plus la portion du milieu poreux occupée par le fluide i, sera grande, plus la perméabilité liée à ce fluide sera grande. On définit généralement la perméabilité relative par

$$k_{ri} = \frac{k_i}{k}$$

On prend en compte les dépendances suivantes:

- ki est fonction de la portion de milieu poreux occupée par chaque fluide: k_i*=f(Si) où Si est appelé saturation du milieu poreux.*

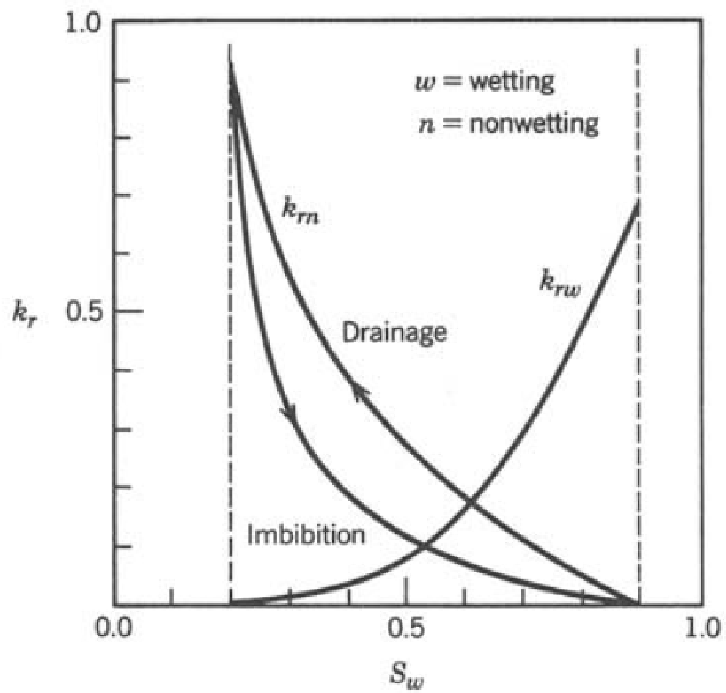
- si = saturation du fluide i,

- expérimentalement on mesure que kri < 1 (voir figure ci-dessous).

On appelle parfois le rapport kri/ μ*i, i la «mobilité» du fluide i.*

Ecoulements en milieu poreux

Ces courbes de perméabilité relative sont déterminées expérimentalement sur échantillon. Elles ne sont malheureusement pas biunivoques, et subissent des cycles d'hystérésis, comme la pression capillaire suivant que l'on réalise un drainage ou une imbibition. Ainsi une perméabilité relative n'est pas une fonction unique de la saturation. On néglige cependant très souvent cette hystérésis



$$k_0 = (S_{0c})^4$$

$$k_g = (1 - S_{0c})^2 (1 - S_{0c}^2)$$

$$S_{0c} = \frac{S_0 - S_{0r}}{1 - S_{0r}}$$

Note: Sor est la saturation résiduelle en huile, i.e. la saturation à partir de laquelle l'huile peut couler

Ecoulements en milieu poreux

- *En ce qui concerne les sols, et l'hydrologie en général…*

Gradient de pression dans l'air négligé

$$\nabla P_\beta = -\nabla P_c + \nabla P_\gamma = -\nabla P_c$$

Equation dite de Richards (1931)

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} = \nabla \bullet \left(\frac{Kk_r}{\mu_\beta} \nabla Pc \right) - \nabla \bullet \left(\frac{Kk_r}{\mu_\beta} \rho_\beta \mathbf{g} \right)$$

Ecoulements en milieu poreux

- *Les écoulements multiphasiques nécessitent donc:*

- *Un estimateur de la perméabilité,*
- *Un estimateur de la perméabilité relative,*
- *Un estimateur de la pression capillaire.*

Ecoulements en milieu poreux

- *A part Richards, on peut avoir…*

K(s) avec pc=0

Ce sera le cas dans le projet 2 (4 séances)

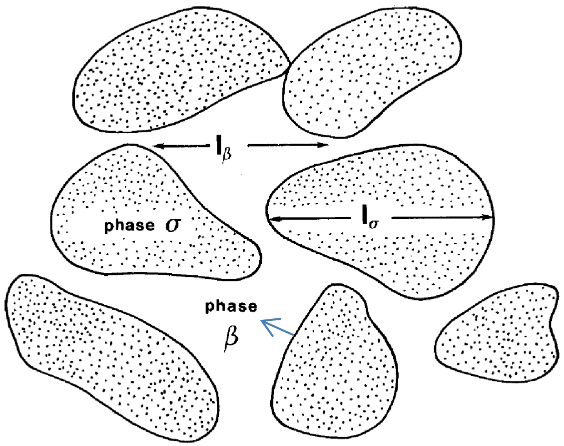
Après la quantité de mouvement, voyons le transfert de masse.

Ecoulements en milieu poreux

- *Transferts de masse en milieu poreux…*

Plusieurs cas, tel que traceur passif, réactif, adsorption, …

Commençons par le plus simple…



$$\nabla.\mathbf{v}_\beta = 0$$

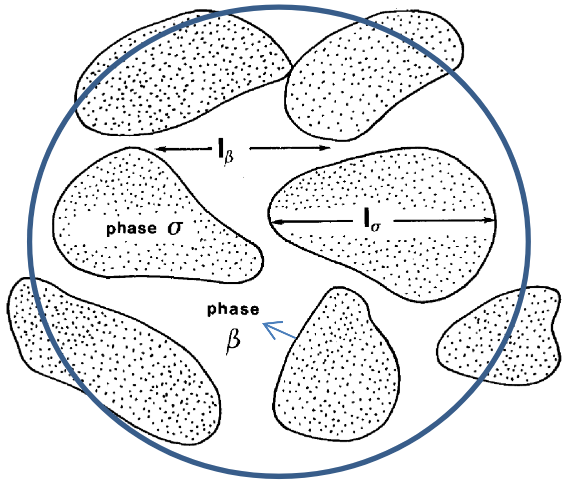
$$\frac{\partial c_\beta}{\partial t} + \nabla.\left(\mathbf{v}_\beta c_\beta\right) = \nabla.\left(D_\beta \nabla c_\beta\right)$$

$$C.L.1 \quad \mathbf{n}_{\beta\sigma}.D_\beta \nabla c_\beta = 0 \quad \text{sur } A_{\beta\sigma}$$

Ecoulements en milieu poreux

- *Transferts de masse en milieu poreux…*

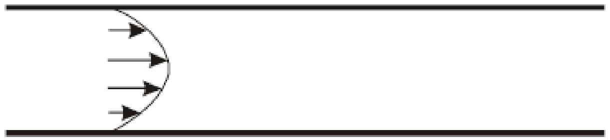
$$\frac{\partial \varepsilon_\beta \langle c_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \nabla . \left(\langle \mathbf{v}_\beta \rangle \langle c_\beta \rangle^\beta \right) = \nabla . \left(\varepsilon_\beta \mathbf{D}^*_\beta . \nabla \langle c_\beta \rangle^\beta \right)$$



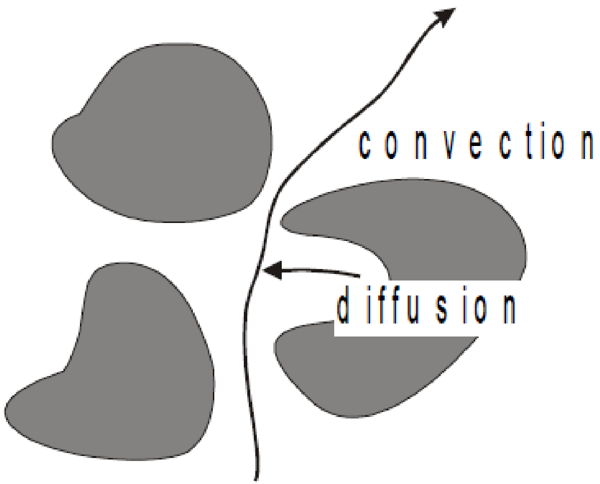
$\mathbf{D}^*_\beta$ *Tenseur de dispersion qui dépend de :*

- *Géométrie*
- *Ecoulement et des fluctuations de vitesse/ moyenne*

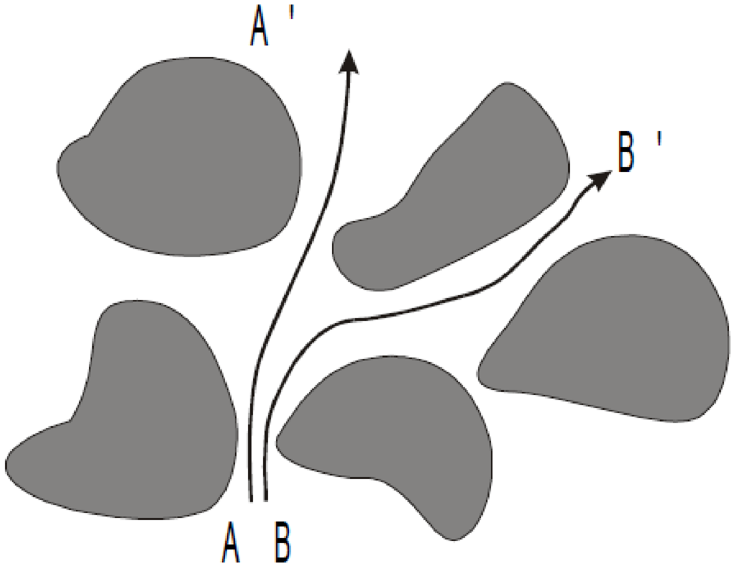
Ecoulements en milieu poreux



Taylor dispersion



Retardation due to dead-end pores



Mechanical dispersion

Ecoulements en milieu poreux

- *Peut-on déterminer ce tenseur?*

Plusieurs méthodes :

- *Méthode des moments (Brenner, Adler)*
- *Méthodes d'homogénéisation*
- *Méthodes de prise de moyenne volumique*

(Quintard, Whitaker)

Ecoulements en milieu poreux

- *Méthode de prise de moyenne*

$$c_\beta = < c_\beta > + \widetilde{c_\beta}$$

$$\left\langle \nabla \psi_\beta \right\rangle = \nabla \left\langle \psi_\beta \right\rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \psi_\beta \, dA$$

$$\left\langle \nabla \cdot \mathbf{A}_\beta \right\rangle = \nabla \cdot \left\langle \mathbf{A}_\beta \right\rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \mathbf{A}_\beta \, dA$$

$$\left\langle \frac{\partial \psi_\beta}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \left\langle \psi_\beta \right\rangle}{\partial t} - \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \mathbf{w}_{\beta\sigma} \psi_\beta \, dA$$

Ecoulements en milieu poreux

Les précédents théorèmes appliqués à l'équation de convection diffusion locale donnent:

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta}{\partial t} + \nabla.\left(\left\langle \mathbf{v}_\beta \right\rangle \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta \right) + \nabla.\left(\left\langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \tilde{c}_\beta \right\rangle \right) =$$

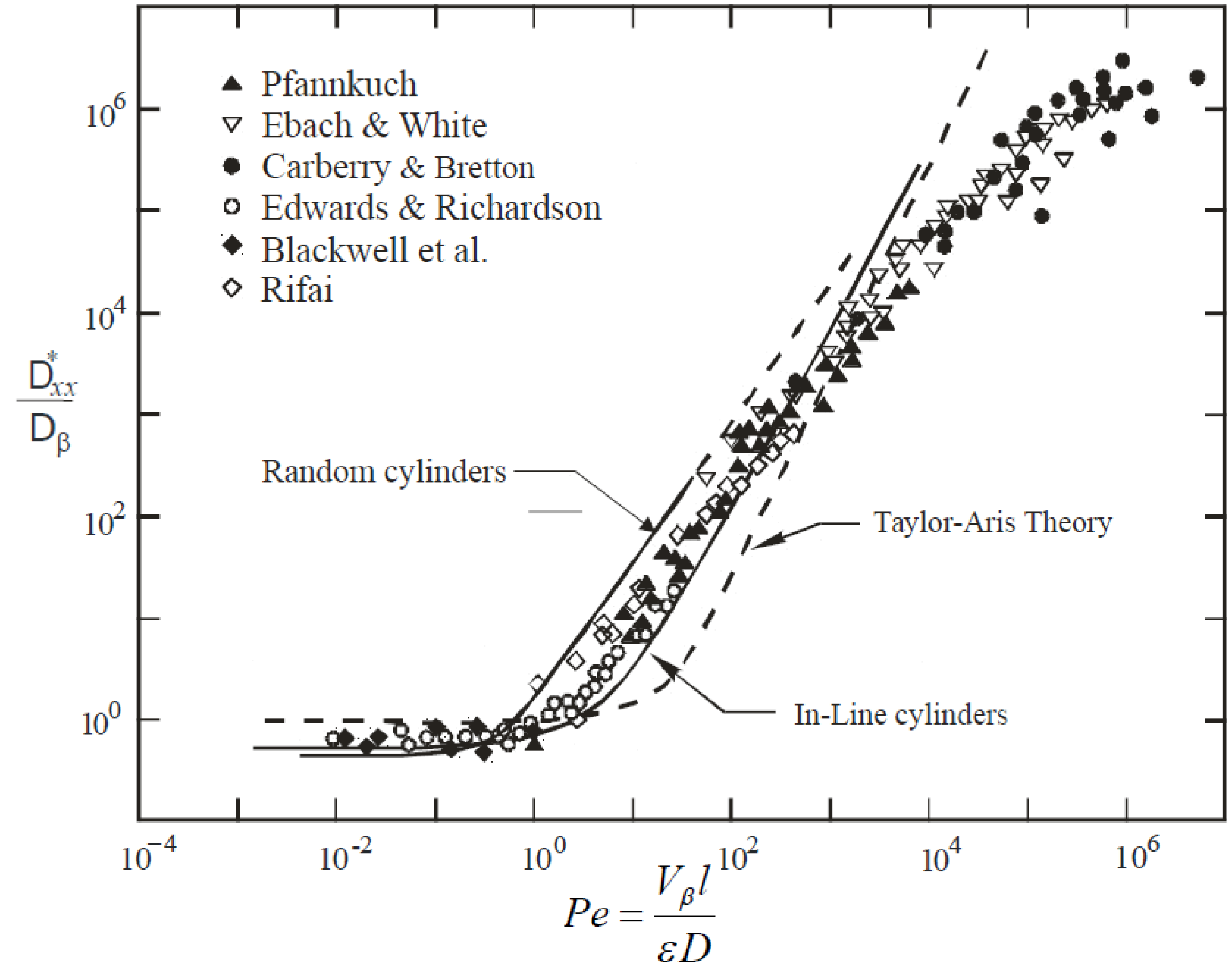
$$\nabla.\left(\varepsilon_\beta D_\beta \nabla \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{c}_\beta \, dA \right)$$

On introduit :

$$\tilde{c}_\beta = \mathbf{b}_\beta . \nabla \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta$$

Voir Whitaker, S. (1998). The method of volume averaging (Vol. 13). Springer Science & Business Media.

Ecoulements en milieu poreux



$$\mathrm{Deff} = Dm.Pe^2 / 48$$

$$\mathrm{P}e = \frac{U_0(a/2)}{D_m}$$

Ecoulements en milieu poreux

- *La dispersion n'est pas un scalaire…*

Effet de l'anisotropie généré par le champ de vitesse?

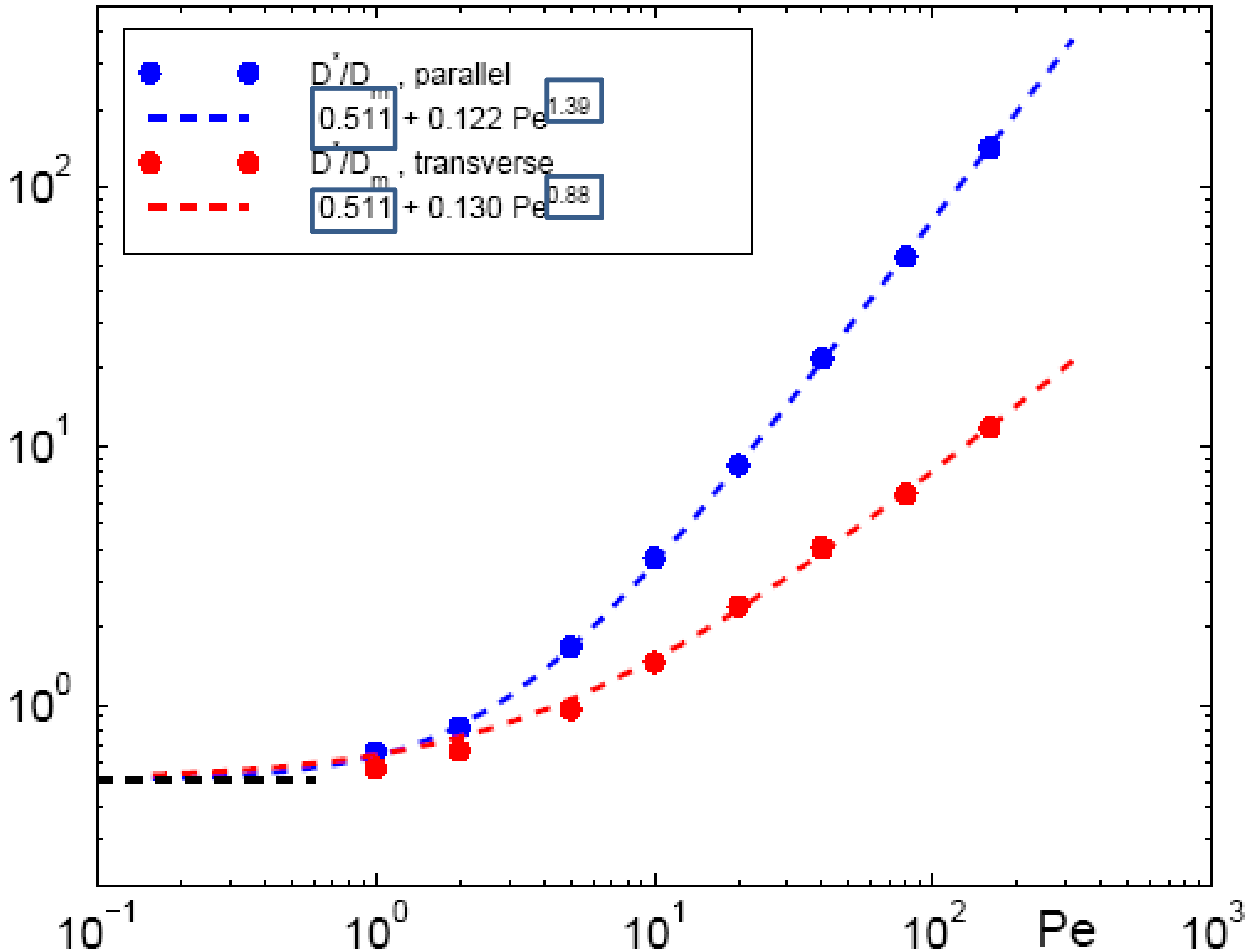
$$U = U.\overrightarrow{ex} \rightarrow D^* = \begin{bmatrix} D_L & - & - \\ - & D_T & - \\ - & - & D_T \end{bmatrix}$$

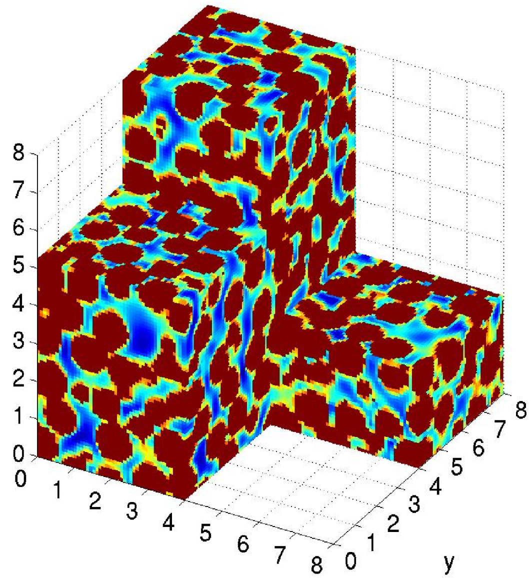
Exemple (si la dispersion est linéaire):

$$\mathbf{D}^* = \mathbf{D}_0 + \alpha_T \left\| \mathbf{U}_\beta \right\| \mathbf{I} + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{\mathbf{U}_\beta \mathbf{U}_\beta}{\left\| \mathbf{U}_\beta \right\|}$$

Ecoulements en milieu poreux

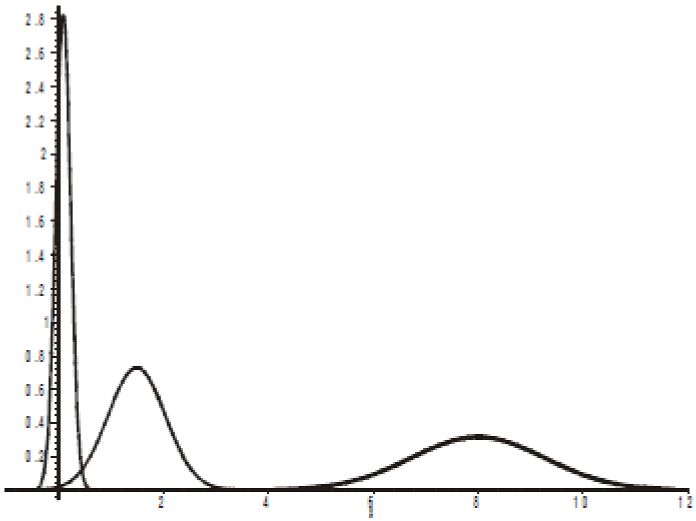
Calcul de D*





Ecoulements en milieu poreux

- *Dans des cas 1D, on peut résoudre le problème de la dispersion.*

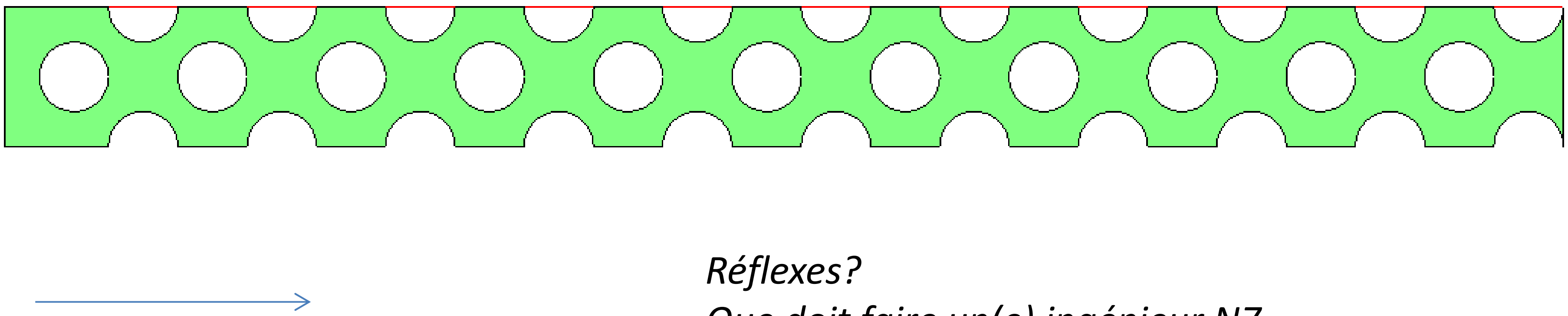


$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{\left(x - Ut\right)^2}{4Dt} \right)$$

On essaie? Mais plus compliqué…

Ecoulements en milieu poreux

Je reprends le milieu que l'on a utilisé pour la perméabilité, symétrique, 2D, écoulement majoritairement 1D (Φ = 2,5mm)



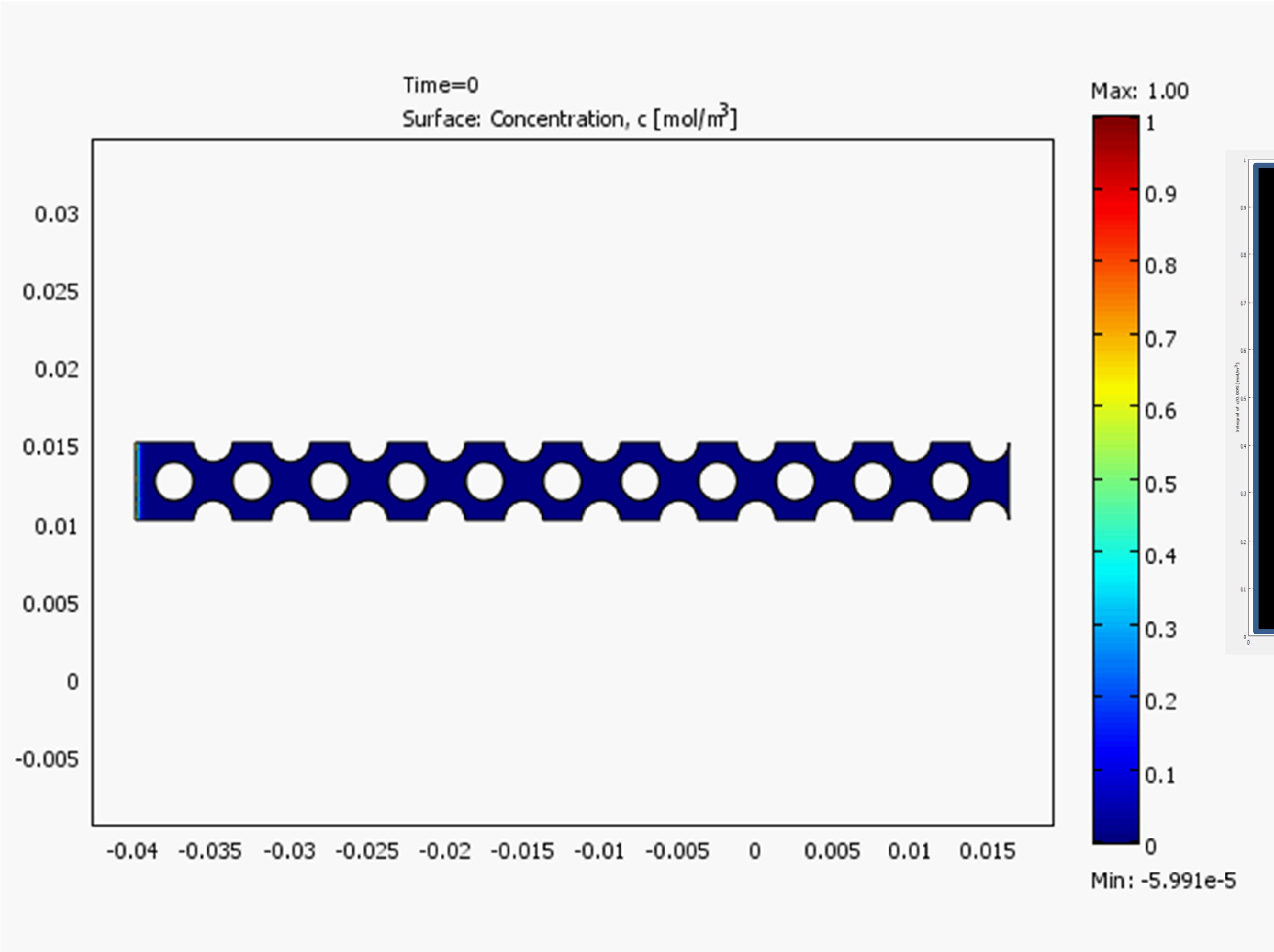
CL:
Vin imposée, 0,000001m/s
D = 2.10^{-9} m²/s
C=1mol/m3 si t<10000 s
tps final : 100 000s

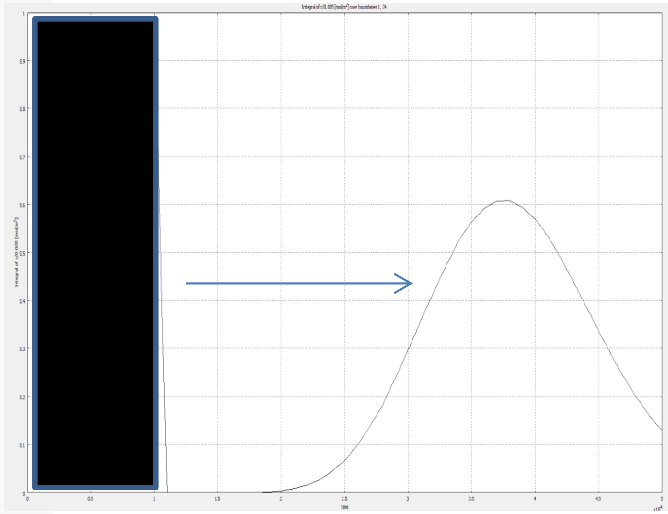
Réflexes?
Que doit faire un(e) ingénieur N7, bourrin, en forme mais pas fatigué

- offrir un café à l'enseignant?
- ..?

Ecoulements en milieu poreux

- *Résultats*





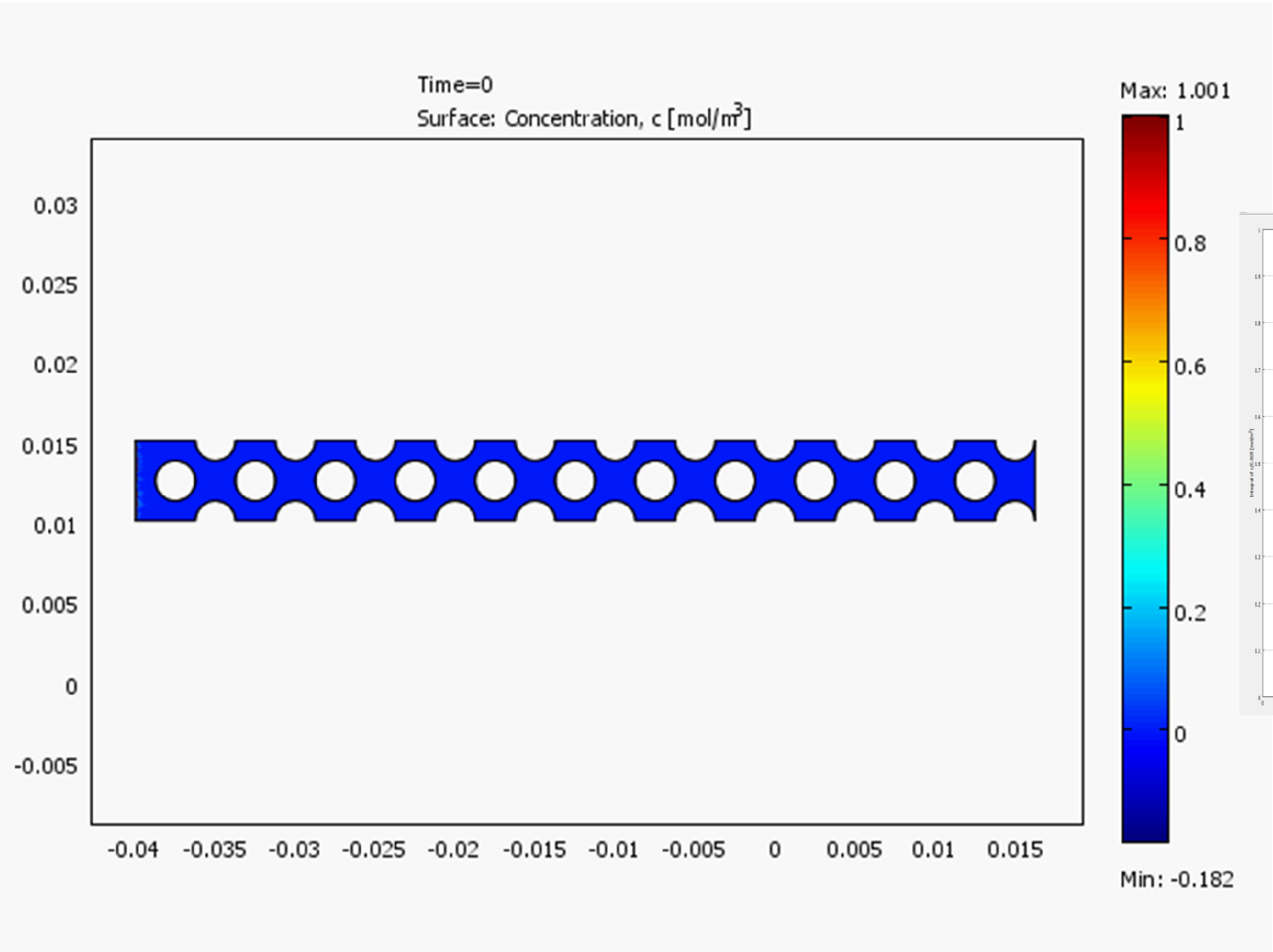
Ecoulements en milieu poreux

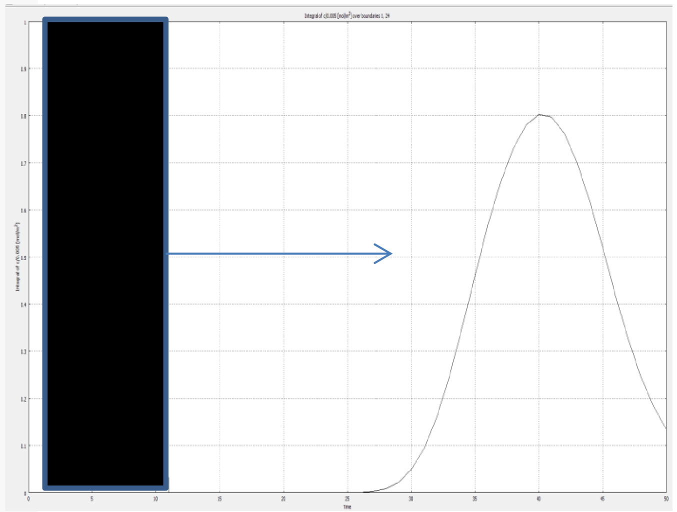
- *Observations?*

Ecoulements en milieu poreux

CL:
Vin imposée, 0,001m/s
$D = 2.10^{-9}\ m^2/s$
C=1mol/m3 si t<10s

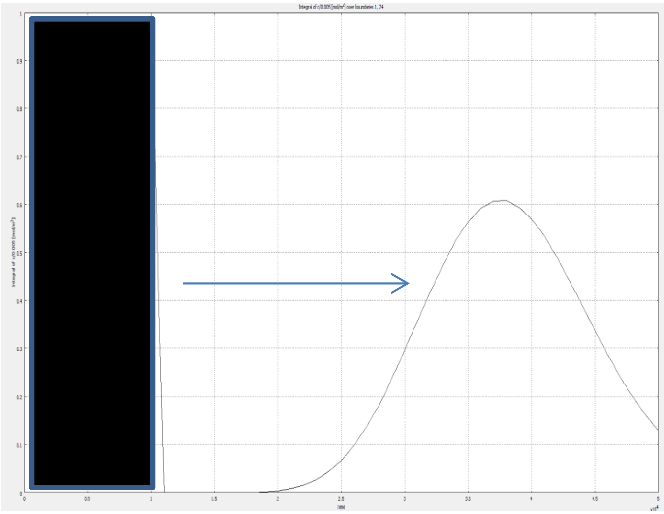
- *Même expérience avec*



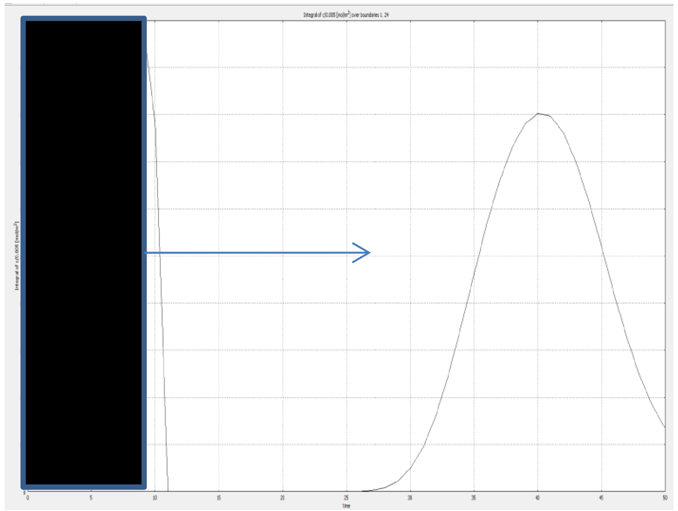


Ecoulements en milieu poreux

- *Effet de l'écoulement*



#



Ecoulement en milieu poreux

- *A vous!*

Prenez le modèle symétrique, imposer les con

Ecoulements en milieu poreux

- *Intégration du transport dans le milieu « solide »*

$$\nabla.\mathbf{v}_{\beta} = 0$$

$$\frac{\partial c_{\beta}}{\partial t} + \nabla.\left(\mathbf{v}_{\beta} c_{\beta}\right) = \nabla.\left(D_{\beta} \nabla c_{\beta}\right)$$

Rappel du précédent système d'équations

$$\frac{\partial c_{\sigma}}{\partial t} = \nabla.\left(D_{\sigma} \nabla c_{\sigma}\right)$$

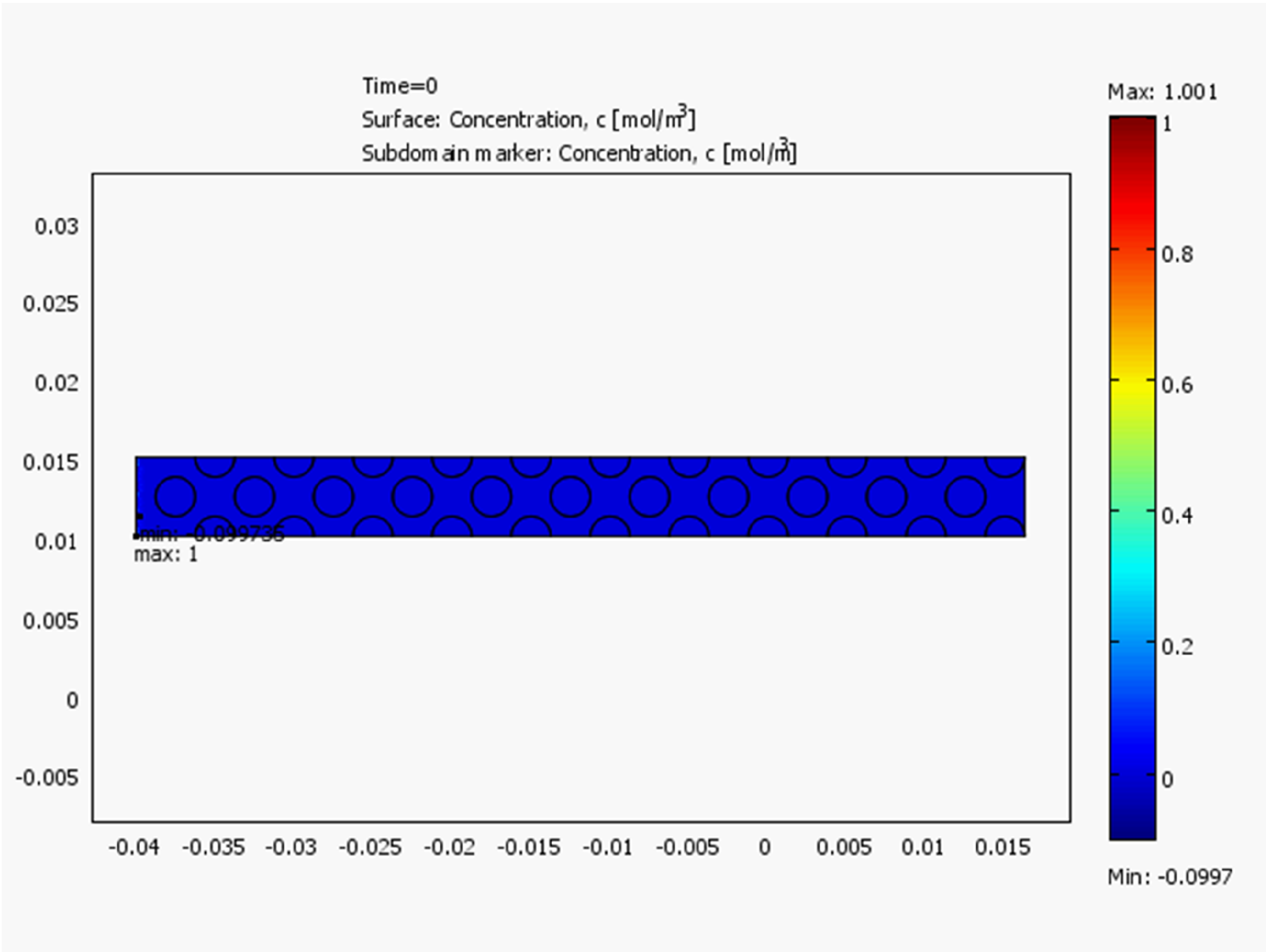
$$n_{\beta\sigma}.\left(D_{\sigma} \nabla c_{\sigma}\right) = n_{\sigma\beta}.\left(D_{\beta} \nabla c_{\beta}\right)$$

Sur $A_{\beta\sigma}$

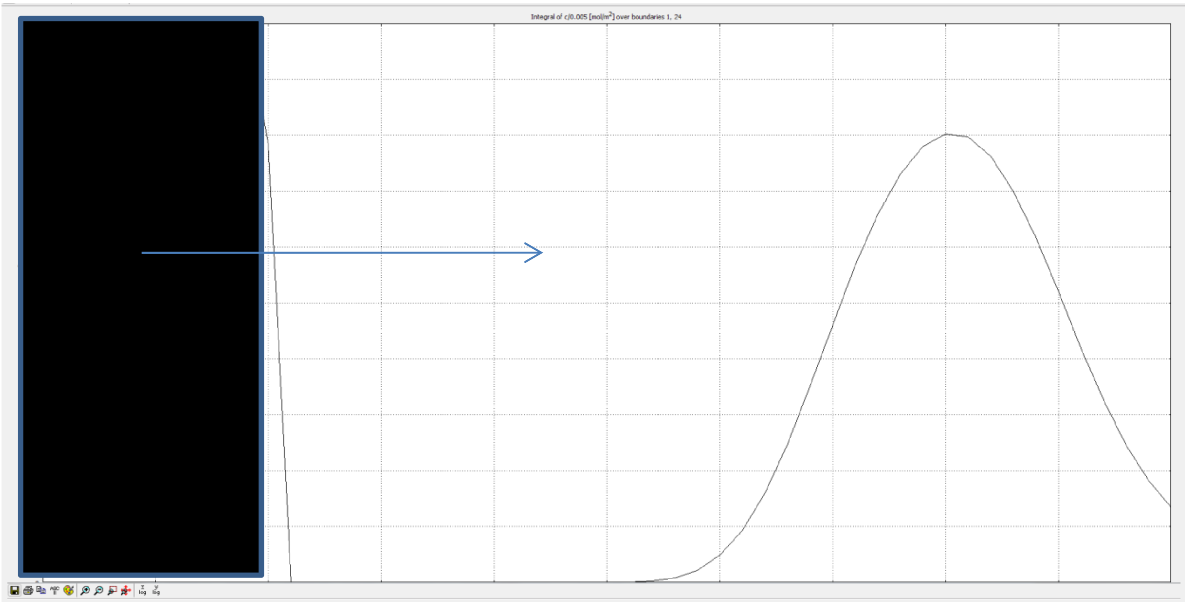
$$c_{\sigma} = c_{\beta}$$

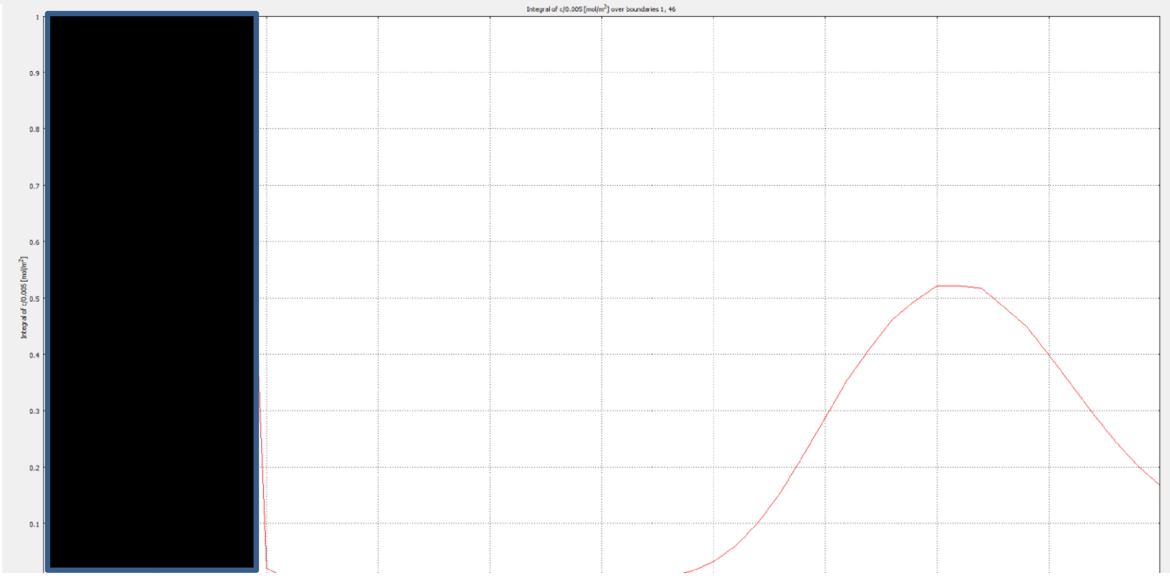
Ecoulements en milieu poreux

- *Effets? Forme de la courbe d'élution en sortie?*



Ecoulements en milieu poreux

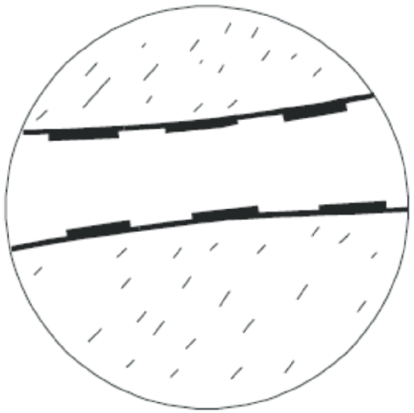




Ecoulements en milieu poreux

- *Autres phénomènes?*

Adsorption, réaction…



Solide

c_σ

$$c_\sigma = K_d \rho_\beta c_\beta$$ *linéaire*

$$c_\sigma = b\left(\rho_\beta c_\beta\right)^m$$ *Freundlich*

$$c_\sigma = \frac{a\rho_\beta c_\beta}{1+b\rho_\beta c_\beta}$$ *Langmuir*

$$c_\sigma = F(c_\beta)$$

Ecoulement en milieu poreus

- *Bilan de masse / phase*

$$\frac{\partial \rho_\beta \varepsilon_\beta C_\beta}{\partial t} + \nabla . \left(\rho_\beta C_\beta \mathbf{V}_\beta \right) = \nabla . \left(\rho_\beta \varepsilon_\beta \mathbf{D}^*_\beta . \nabla C_\beta \right) - K_{\beta\sigma} \qquad I$$

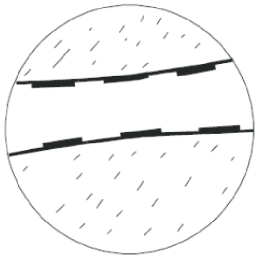
$$\frac{\partial \rho_\sigma \varepsilon_\sigma C_\sigma}{\partial t} = -K_{\sigma\beta} \qquad II$$

$$K_{\beta\sigma} = -K_{\sigma\beta} = -\frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} . \rho_\beta D_\beta \nabla c_\beta \, dA$$

$$\frac{\partial \left(\rho_\beta \varepsilon_\beta C_\beta + \rho_\sigma \varepsilon_\sigma C_\sigma \right)}{\partial t} + \nabla . \left(\rho_\beta C_\beta \mathbf{V}_\beta \right) = \nabla . \left(\rho_\beta \varepsilon_\beta \mathbf{D}^*_\beta . \nabla C_\beta \right) \qquad III$$

Ecoulement en milieu poreux

- *Si équilibre local, j'ai une relation entre la concentration microscopique et la concentration moyenne à l'échelle du VER*



Solide

c_σ

$$c_\sigma = F(c_\beta) \quad \Rightarrow \quad C_\sigma = F(C_\beta)$$

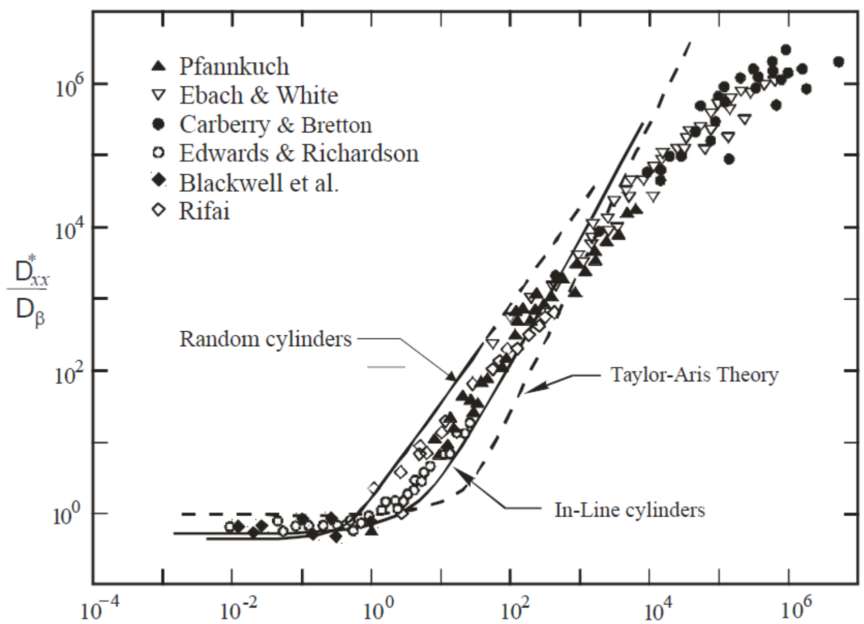
$$\frac{\partial \rho_\beta \varepsilon_\beta R C_\beta}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_\beta C_\beta \mathbf{V}_\beta \right) = \nabla.\left(\rho_\beta \varepsilon_\beta \mathbf{D}_\beta^{*} . \nabla C_\beta \right)$$

$$R = 1 + \frac{\varepsilon_\sigma \rho_\sigma K_d}{\varepsilon_\beta}$$

Ecoulements en milieu poreux

Que faire et quel type de modèle si l'on transporte un constituant dans un milieu poreux…?

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta}{\partial t} + \nabla . \left(\left\langle \mathbf{v}_\beta \right\rangle \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta \right) = \nabla . \left(\varepsilon_\beta \mathbf{D}^*_\beta . \nabla \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta \right)$$



On teste?

Ecoulements en milieu poreux

- *Prenons le modèle symétrique…*

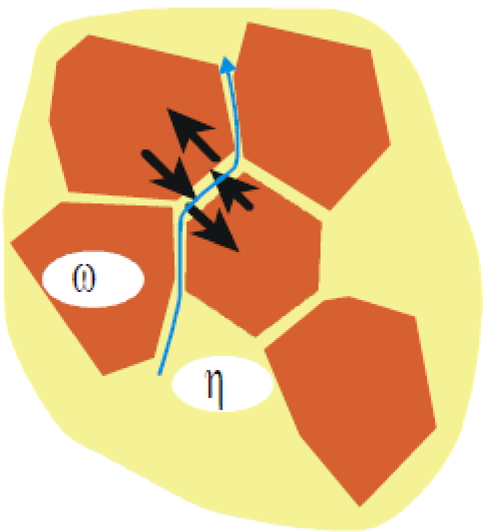
Déterminer les coefficients de l'équation macroscopique.

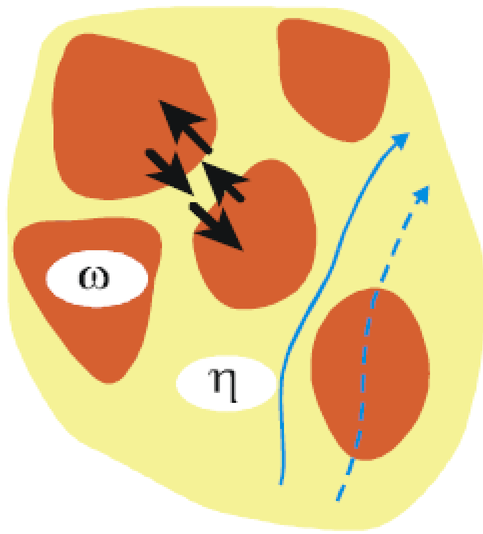
Puis comparer la réponse entre micro et macro.

Ca marche?

Ecoulements en milieu poreux

Prenons deux milieux, à une certaine échelle. Dans les deux milieux, on peut avoir transport de masse. Si un milieu est plus « mobile » que l'autre, que va-t-il se passer? Est-ce qu'une équation pourra représenter le transport d'un constituant?

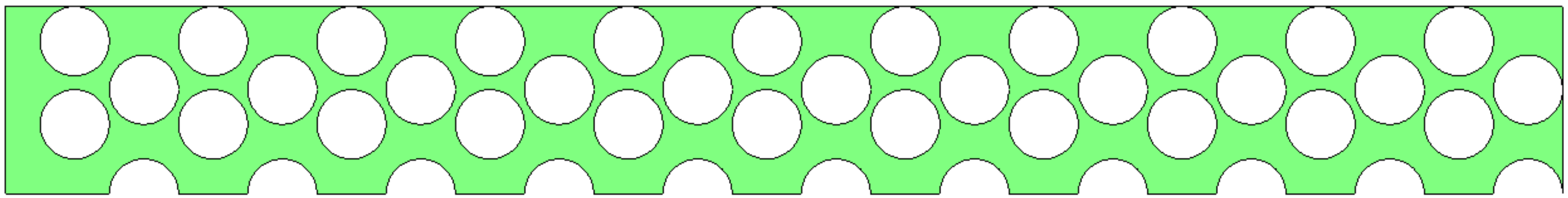




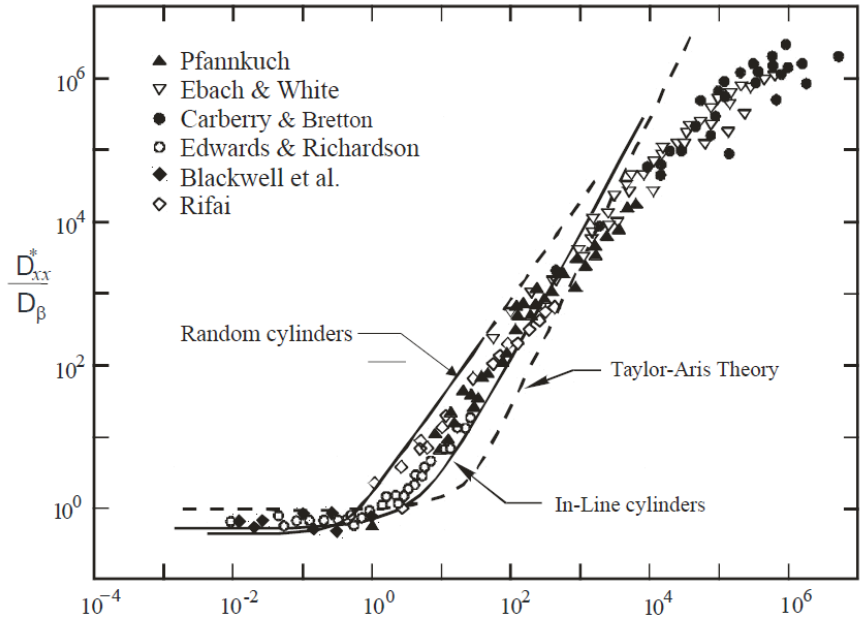
Ecoulements en milieu poreux

Vous savez quoi?

On va tenter de le faire ensemble…



Ecoulements en milieu poreux



$$\frac{\partial \varepsilon_\beta \langle c_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \nabla.\left(\langle \mathbf{v}_\beta \rangle \langle c_\beta \rangle^\beta \right) = \nabla.\left(\varepsilon_\beta \mathbf{D}^*_\beta . \nabla \langle c_\beta \rangle^\beta \right)$$

Votre avis ?

Ecoulements en milieu poreux

$$\theta_m \frac{\partial c_m}{\partial t} + v_m \frac{\partial c_m}{\partial x} = D_m \frac{\partial^2 c_m}{\partial x^2} - \alpha\left(c_m - c_{im}\right)$$

Coats et Smith (1964)

$$\theta_{im} \frac{\partial c_{im}}{\partial t} = -\alpha\left(c_{im} - c_m\right)$$

$$\varphi_\omega \varepsilon_\omega \frac{\partial C_\omega}{\partial t} + \mathbf{V}_\omega . \nabla C_\omega = \nabla . \left(\mathbf{D}^*_\omega . \nabla C_\omega \right) - \alpha \left(C_\omega - C_\eta \right)$$

$$\varphi_\eta \varepsilon_\eta \frac{\partial C_\eta}{\partial t} + \mathbf{V}_\eta . \nabla C_\eta = \nabla . \left(\mathbf{D}^*_\eta . \nabla C_\eta \right) - \alpha \left(C_\eta - C_\omega \right)$$

Ce sera l'objet de votre projet 1 !

Ecoulements en milieu poreux

$$\phi_m c_m \frac{\partial \left\{ P_m \right\}^m}{\partial t} = \nabla . \left(\frac{1}{\mu} \mathbf{K}_m^* . \nabla \left\{ P_m \right\}^m \right) - \frac{\alpha}{\mu} \left(\left\{ P_m \right\}^m - \left\{ P_f \right\}^f \right)$$

$$\phi_f c_f \frac{\partial \left\{ P_f \right\}^f}{\partial t} = \nabla . \left(\frac{1}{\mu} \mathbf{K}_f^* . \nabla \left\{ P_f \right\}^f \right) - \frac{\alpha}{\mu} \left(\left\{ P_f \right\}^f - \left\{ P_m \right\}^m \right)$$