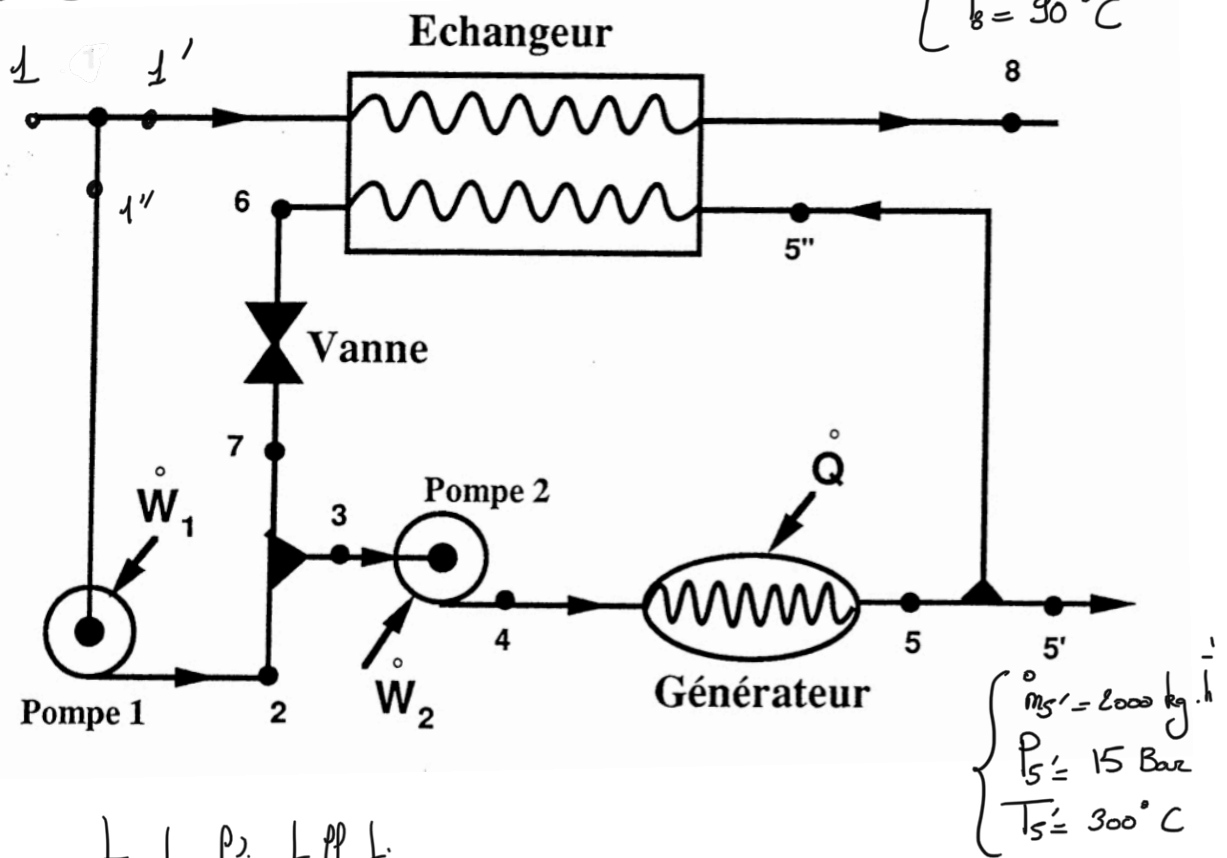


# 1) Bilan de masse, pression, énergie et entropie :

$$\begin{cases} P_1 = 2 \text{ Bar} \\ T_1 = 25^\circ \text{ C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{m}_2 = 800 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1} \\ P_2 = 2 \text{ Bar} \\ T_2 = 90^\circ \text{ C} \end{cases}$$



## 1) Fonctionnement de l'installation :

La partie inférieure de l'installation permet la production de vapeur. Une partie de la vapeur formée est utilisée pour chauffer l'eau qui circule dans la partie supérieure (afin d'améliorer l'efficacité). Pour assurer le sens de circulation du fluide on doit insérer une vanne et une pompe supplémentaire.

### Détermination de l'état en tout point :

- point 1 : on a  $T_1 = 25^\circ \text{ C}$  et  $P_1 = 2 \text{ Bar}$ . Sur le diagramme on lit  $T_{\text{sat}}(2 \text{ Bar}) = 120^\circ \text{ C}$ . On a donc  $T_1 < T_{\text{sat}}(P_1)$   
 $\Rightarrow$  état liquide

• point 8 : on a  $T_8 = 90^\circ\text{C}$  et  $P_8 = 2\text{Bar}$   $\Rightarrow$  état liquide

• point 5' : on a  $T_{5'} = 300^\circ\text{C}$  et  $P_{5'} = 15\text{Bar}$ . Sur le diagramme on lit  $T_{\text{sat}}(P_{5'}) \approx 200^\circ\text{C}$ . On a donc  $T_{5'} > T_{\text{sat}}(P_{5'})$   
 $\Rightarrow$  vapeur surchauffée.

Pour les autres points, on a pas les données de température et pression pour déterminer avec certitude leurs états. Néanmoins, on peut intuitiver leur état (qu'il faudra vérifier après calcul des bilans de masse et d'énergie).

• jonct. on 5, 5', 5'' : pour assurer le sens de circulation dans la boucle on doit avoir  $P_5 = P_{5''}$  (sinon la branche de plus haute pression refoulerait dans la branche à plus basse pression).

On doit aussi avoir  $P_5 \geq P_{5'}$ . Comme on néglige la dissipation mécanique dans la jonction (i.e. pas de frottements visqueux)

$$\Rightarrow P_5 = P_{5'} = P_{5''}$$

Comme on apporte aucune chaleur au niveau de la jonction. On peut supposer que  $T_5 = T_{5'} = T_{5''}$

$\Rightarrow$  vapeur surchauffée

• point 6 : on a  $T_6 = 45^\circ\text{C}$  et  $P_6 \approx P_{5''}$  (pas de dissipation mécanique)

$\Rightarrow$  eau liquide

• point 2: on a  $P_2 = 13 \text{ Bar}$ . L'élevation de pression est liée à la puissance mécanique  $\dot{W}_1$  apportée par la pompe  $P_1$  au cours d'une évolution adiabatique. On peut donc supposer que

$$T_2 \approx T_1 \Rightarrow \text{eau liquide}$$

• jonction 2,3,7: comme pour la jonction 5,5',5'' on doit avoir

$$P_3 = P_7 = P_2$$

au point 7, on peut supposer  $T_7 \approx T_6 \Rightarrow \text{état liquide}$   
on est donc liquide au point 3

2) Bilan de masse:

L'installation est un système ouvert en régime permanent, on a donc  
Bilan sur l'ensemble de l'installation:

$$\underbrace{\dot{m}_1}_{\text{entrée}} = \underbrace{\dot{m}_8 + \dot{m}_{5'}}_{\text{sortie}} = 2800 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$\text{On a aussi } \dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_8 \Rightarrow \dot{m}_2 = \dot{m}_{5'} = 2000 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$$

À la jonction 2,3,7:  $\dot{m}_2 + \dot{m}_7 = \dot{m}_3$

À la jonction 5,5',5'':  $\dot{m}_5 = \dot{m}_{5'} + \dot{m}_{5''}$

On a de plus  $\dot{m}_3 = \dot{m}_4 = \dot{m}_5$  et  $\dot{m}_{5''} = \dot{m}_6 = \dot{m}_7$

Il suffit donc de connaître  $\dot{m}_3$  pour pouvoir déterminer tous les débits massiques

Bilan de pression :

On connaît  $P_1 = P_8 = 2 \text{ Bar}$ ,  $P_2 = 13 \text{ Bar}$  et  $P_{5'} = 15 \text{ Bar}$

À la jonction 2,3,7 : pour assurer le sens d'écoulement il faut assurer

$$P_2 = P_7 = 13 \text{ Bar}$$

L'évolution dans la jonction est adiabatique et sans apport de travail utile

$$\Rightarrow \Delta \dot{H} = \dot{m}_3 h_3 - (\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_7 h_7) = 0$$

Gibbs:  $dh = T ds + v dp$  où  $T ds = \delta q + \delta \varphi$

On a donc  $dh = \delta \varphi + v dp = 0$

lié à l'irréversibilité  $\geq 0$

$$\Rightarrow v dp = -\delta \varphi$$

Comme on néglige la dissipation mécanique  $\delta \varphi = 0$  et  $dp = 0$

$$\Rightarrow P_3 = P_2 = P_7 = 13 \text{ Bar}$$

À la jonction 5,5'',5' : en appliquant le même raisonnement on obtient

$$P_5 = P_{5'} = P_{5''} = 15 \text{ Bar}$$

point 4 : on néglige la dissipation mécanique dans le générateur

$$\Rightarrow P_4 = P_5 = 15 \text{ Bar}$$

point 6 : on néglige la dissipation mécanique dans l'échangeur

$$P_6 = P_{5''} = 15 \text{ Bar}$$

Rq: dans la vanne, on ne néglige pas la dissipation mécanique.

Comme on n'apporte ni chaleur, ni travail utile on a

$$dh = 0 = \delta\psi + v\delta P \Rightarrow v\delta P = -\delta\psi < 0$$

$$\Rightarrow P_7 < P_6$$

RECAPITULATIF:

point	1	2	3	4	5	5'	5''	6	7	8
P (Bar)	2	13	13	15	15	15	15	15	13	2
$\dot{m}$ (kg·h <sup>-1</sup> )	2800	2000	$\dot{m}_3$	$\dot{m}_3$	$\dot{m}_3$	2000	$\dot{m}_3 - 2000$	$\dot{m}_3 - 2000$	$\dot{m}_3 - 2000$	800
etat	L	L	L	L	V	V	V	L	L	L

3) Bilans d'énergie:

• Vapeur surchauffée: (5, 5' et 5'')

$$\begin{cases} P_5 = P_{5'} = P_{5''} = 15 \text{ Bar} \\ T_5 = T_{5'} = T_{5''} = 300^\circ\text{C} \end{cases}$$

sur le diagramme  $3000 < h_5 < 3100 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$

sur les tables de surchauffe

$$\underbrace{3036,2}_{16 \text{ Bar}} < h_5 < \underbrace{3041,6}_{14 \text{ Bar}} \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$$

Pour les applications numériques on prendra  $h_5 = 3040 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$

• Liquide:

On utilise  $h - h_0 = C_p (T - T_0)$  avec  $C_p = 4,19 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$  et  $\left. \begin{cases} h_0 = 0 \\ T_0 = 0,01^\circ\text{C} \end{cases} \right\}$  point triple

Rq: •  $dh = C_p dT + (1 - \alpha T) v dP$

$\alpha = 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  (varie peu)

•  $\frac{dv}{v} = \alpha dT - \chi_T dP$

$\chi_T = 10^{-4} \text{ Bar}^{-1}$  (varie peu pour  $P < 25 \text{ Bar}$ )

On a donc  $P_n \left( \frac{v}{v_0} \right) \approx \alpha (T - T_0) - \chi_T (P - P_0)$

Si on considère des variations de température de  $45^\circ\text{C}$  et de pression de 5 Bar on obtient  $P_n \left( \frac{v}{v_0} \right) \approx 10^{-3} \times 45 - 10^{-4} \times 15 \sim 10^{-2} \Rightarrow v \approx v_0 = 10^{-3} \text{ kg.m}^{-3}$

Dans ces conditions:  $dh = C_p dT + (1 - \alpha T) v_0 dP$

$\Rightarrow h - h_0 = C_p (T - T_0) + v_0 (P - P_0) - \alpha v_0 \int_{P_0}^P T dP$

il est nécessaire de connaître  $T(P)$  pour le calcul. On peut néanmoins estimer l'intégrale en prenant  $T = T_{\text{max}}$

$\Rightarrow h - h_0 \approx C_p (T - T_0) + v_0 (P - P_0) - \alpha v_0 T (P - P_0)$

Pour  $T = T_1 = 25^\circ\text{C}$  et  $P = P_1 = 2 \text{ Bar}$  et avec pour référence le point triple de l'eau ( $P_0 = 6 \text{ mBar}$ ,  $T_0 = 0,01^\circ\text{C}$  et  $h_0 = 0 \text{ kJ.kg}^{-1}$ ) il vient

$$h_1 = \underbrace{4190 \times 24,99}_{104\ 708} + \underbrace{10^{-3} (2 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^2)}_{199} - \underbrace{10^{-6} \times 298 (2 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^2)}_{59}$$

$\Rightarrow h \approx C_p (T - T_0)$

$T_1 = 25^\circ\text{C} \Rightarrow h_1 = 104,7 \text{ kJ.kg}^{-1}$

$T_2 = 90^\circ\text{C} \Rightarrow h_2 = 377 \text{ kJ.kg}^{-1}$

$T_6 = 45^\circ\text{C} \Rightarrow h_6 = 189,5 \text{ kJ.kg}^{-1}$

• point 2 :

1<sup>er</sup> principe  $\dot{m}_2 (h_2 - h_1) = \dot{W}_1$

Evolution adiabatique réversible (pas de dissipation mécanique)

$\Rightarrow dh = v dP \approx v_0 dP \Rightarrow \begin{cases} h_2 = 105,8 \text{ kJ.kg}^{-1} \\ \dot{W}_1 = 2200 \text{ kJ.h}^{-1} = 0,61 \text{ kW} \end{cases}$

Comme  $h_2 = c_p(T_2 - T_0) \Rightarrow T_2 = 25,25^\circ\text{C}$  (on a donc bien  $T_2 \approx T_1$ )

• point 7 : dans la vanne, on a une évolution isenthalpique (pas d'échange de chaleur ou de travail utile)

$$\Rightarrow h_7 = h_6 = 189,5 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \text{ et } T_7 = T_6 = 45^\circ\text{C}$$

• Echangeur :

Pour l'ensemble de l'échangeur, l'évolution est isenthalpique (ni chaleur, ni travail échangé avec l'extérieur) :  $\dot{m}_8(h_8 - h_1) + \dot{m}_6(h_6 - h_5'') = 0$

$$\Rightarrow \dot{m}_6 = \dot{m}_8 \frac{(h_8 - h_1)}{(h_5'' - h_6)} = 76,4 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1} \text{ dont on déduit } \dot{m}_3 = 2076,4 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$$

• point 3 :

$$1^{\text{er}} \text{ principe } \dot{m}_3 h_3 - (\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_7 h_7) = 0 \quad (\dot{m}_7 = \dot{m}_6)$$

$$\Rightarrow h_3 = 109 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \text{ et } T_3 = 26^\circ\text{C}$$

• point 4 :

$$\text{Dans la pompe } P_2 \quad \dot{m}_3(h_4 - h_3) = \dot{W}_2 = \dot{m}_3 v_0 (P_4 - P_3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{W}_2 = 415 \text{ kJ}\cdot\text{h}^{-1} = 0,11 \text{ kW} \\ h_4 = 109,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \text{ et } T_4 \approx 26^\circ\text{C} \end{cases}$$

• Générateur :

$$\dot{Q} = \dot{m}_3(h_5 - h_4) = 6086 \text{ MJ}\cdot\text{h}^{-1} = 1690 \text{ kW}$$

#### 4) Bilans d'entropie :

Vapeur surchauffée  $s_5 = s_5' = s_5'' = 6,92 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  (Tables)

Liquide  $ds = C_p \frac{dT}{T} - \alpha v dP \approx C_p \frac{dT}{T} - \alpha v_0 dP$

$$\Rightarrow s - s_0 = C_p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - \alpha v_0 (P - P_0) \quad \text{avec } s_0 = 0 \text{ au point triple}$$

$$\begin{cases} s_1 = s_2 = 0,367 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \\ s_3 = s_4 = 0,381 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \\ s_6 = s_7 = 0,639 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \end{cases}$$

#### IRREVERSIBILITÉ DANS LE GÉNÉRATEUR. ( $T_{\text{chaf}} = 1473^\circ\text{K}$ )

$$\Delta \dot{\Psi} = \dot{m}_4 (s_5 - s_4) - \frac{\dot{Q}}{T_{\text{chaf}}} = 9443 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{h}^{-1}$$

#### IRREVERSIBILITÉ DANS L'ÉCHANGEUR :

$$\Delta \dot{\Psi} = \dot{m}_8 (s_8 - s_1) + \dot{m}_6 (s_6 - s_5'') = 178 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{h}^{-1}$$

#### IRREVERSIBILITÉ DANS TOUT LE CIRCUIT :

$$\Delta \dot{\Psi} = (\dot{m}_8 s_8 + \dot{m}_5' s_5' - \dot{m}_1 s_1) - \frac{\dot{Q}}{T_{\text{chaf}}} = 9636 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{h}^{-1}$$

La production d'entropie se fait donc essentiellement dans le générateur



