

L'air humide

1) Composition de l'air humide

- L'air atmosphérique est composé essentiellement d'azote (78%), d'oxygène (21%) de dioxyde de carbone (0,003%), de méthane et de gaz rares (argon 1%, néon, hélium).
- Il contient aussi de la vapeur d'eau dans des quantités très variables. Cette vapeur d'eau joue un rôle crucial dans les problèmes de conditionnement d'air et de séchage. L'air atmosphérique est donc un mélange d'air sec et de vapeur d'eau.
- C'est un mélange idéal de gaz dans lequel chaque gaz suit une loi des gaz parfaits et les forces d'interaction moléculaires entre les 2 gaz sont considérées comme négligeables.
- La pression totale P est la somme des pressions partielles P_i et ϕ_i est la fraction molaire de la phase i

$$P = \frac{nRT}{V} = \sum_i \frac{n_i RT}{V} = \sum_i P_i = \sum_i \phi_i P$$

Enthalpie massique de l'air humide

- L'enthalpie massique de l'air humide s'exprime en fonction des masses m_a , m_v , $m = (m_a + m_v)$ de l'air sec, de la vapeur d'eau, de la masse totale et des enthalpies massiques de l'air sec h_a et de la vapeur d'eau h_v

$$h = \frac{m_a}{m} h_a + \frac{m_v}{m} h_v$$

- L'air sec est considéré comme un gaz parfait, son enthalpie est calculée par rapport au point triple de l'eau :

$$h_a = C_{pa}(T - T_0) \quad \text{avec } C_{pa}=1,005 \text{ kJ/Kg/K} \text{ et } T_0=273,16\text{K}=0,01 \text{ °C}$$

- La vapeur d'eau peut être considérée comme un gaz parfait (faible Pression partielle)

$$h_v = L_v + C_{pv}(T - T_0) \quad \text{avec } C_{pv}=1,820 \text{ kJ/Kg/K} \text{ et } L_v=2501,3 \text{ kJ/kg}$$

l'enthalpie de vaporisation de l'eau à T_0

Enthalpie massique de l'air humide

- L'enthalpie massique de l'eau liquide est déterminée à partir de :

$$dh_l = C_{pl}dT + (1 - \alpha T)v dP \approx C_{pl}dT \quad \alpha \approx 10^{-5} \text{K}^{-1} \text{ et } v \approx 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_l = C_{pl}(T - T_0) \quad \text{avec } C_{pl} = 4,186 \text{ kJ/Kg/K}$$

- Les masses molaires de l'air et de l'eau valent :

$$M_a = 28,96 \text{ g/mol} \text{ et } M_{eau} = 18,015 \text{ g/mol}$$

2) Caractérisation de l'air humide

- Humidité absolue

- Dans la plupart des évolutions de l'air humide, la masse d'air sec ne varie pas alors que la masse de vapeur d'eau peut diminuer par condensation ou augmenter par évaporation. L'air humide est caractérisé par son humidité absolue :

$$x = \frac{m_v}{m_a} \text{ en kg d'eau / kg d'air sec} \quad (x \approx 10 \text{ g d'eau/kg d'air sec})$$

L'humidité absolue peut être reliée à la fraction molaire ou à la pression partielle de vapeur d'eau :

$$x = \frac{m_v}{m_a} = \frac{n_v M_v}{n_a M_a} = \frac{n_v M_v}{(1 - n_v) M_a} = \frac{\phi_v M_v}{(1 - \phi_v) M_a} = \frac{P_v M_v}{(P - P_v) M_a}$$

Humidité relative

- La composition de l'air humide peut être aussi caractérisée par son humidité relative et son degré d'hygrométrie. A une température T , la quantité de vapeur ne peut dépasser une valeur maximale $m_{v,max}$ correspondant à la pression de saturation à la température T : $P_{sat}(T)$.
- Exemple, pour l'air humide à 20°C à un bar, $P_{sat}(T)=2,337$ kPa et donc $x_{sat}=14,85$ g d'eau / kg d'air sec $x_{sat} = \frac{P_{sat}M_v}{(P-P_{sat})M_a}$

- On définit l'humidité relative

$$\psi = \frac{m_v}{m_{v,max}} = \frac{P_v}{P_{sat}}$$

- pour connaître l'évolution de $P_{sat}(T)$, on peut utiliser le diagramme entropique, ou les tables ou la relation de Clapeyron

$$\frac{dP_{sat}}{dT} = \frac{L_v}{T(v_v - v_l)} \approx \frac{L_v}{T(v_v)} \approx \frac{L_v P_{sat}}{T^2(r_v)} \rightarrow \ln\left(\frac{P_{sat}}{P_K}\right) = \frac{L_v}{r_v} \left(\frac{1}{T_K} - \frac{1}{T}\right)$$

avec $T_K=273,16$ K

$P_K= 611,3$ Pa

Exemple :

- On considère de l'air à $T=20^\circ\text{C}$ et à $P=1$ bar dont l'humidité relative est de 60%. On souhaite déterminer les pressions partielles d'air sec et de vapeur d'eau, l'humidité absolue ainsi que les masses d'air sec et de vapeur d'eau contenues dans une pièce de volume $V = 5 \times 3 \times 4 \text{ m}^3$.

$$\varphi = 0.6 = \frac{P_v}{P_{v,\text{sat}}}$$

$$P_{v,\text{sat}} = 0,02337 \text{ bar}$$

$$P_v = 0,6 P_{\text{sat}} = 0,014 \text{ bar}$$

$$P_{\text{air}} = 1 - 0,014 = 0,986 \text{ bar}$$

$$x = \frac{M_v P_v}{M_a P_a} = \frac{18}{29} \times \frac{0,014}{0,986} = 8,81 \text{ g d'eau / kg air sec}$$

$$m_v = M_v \times m_v = M_v \frac{P_v U}{RT} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \times 0,014 \cdot 10^5}{8,32 \times 293} = 620 \text{ g}$$

$$m_a = \frac{m_v}{x} = \frac{0,620}{8,81 \cdot 10^{-3}} = 70 \text{ kg d'air}$$

$$x = \frac{m_v}{m_a}$$

Volume massique de l'air humide

- On peut exprimer le volume massique en fonction de l'humidité absolue x

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{m_a + m_v}{V} = \frac{p_a}{r_a T} + \frac{p_v}{r_v T} = \frac{p_a}{r_a T} \left(1 + \frac{p_v}{p_a} \frac{r_a}{r_v} \right)$$

$$r_a = \frac{R}{M_a}$$

$$r_v = \frac{R}{M_v}$$

$$\rho = \frac{p_a}{r_a T} \left(1 + \frac{p_v M_v}{p_a M_a} \right) = \frac{p_a}{r_a T} (1 + x)$$

$$\rho = \frac{\phi_a P}{r_a T} (1 + x) = \frac{P M_a}{R T} \frac{(1 + x)}{1 + x \frac{M_a}{M_v}}$$

$$\phi_a = \frac{p_a}{P}$$

$$x = \frac{\phi_v M_v}{\phi_a M_a} = \frac{(1 - \phi_a) M_v}{\phi_a M_a}$$

$$\rho = \frac{P}{R T} \frac{1 + x}{\frac{1}{M_a} + \frac{x}{M_v}}$$

$$\phi_a = \frac{1}{1 + x \frac{M_a}{M_v}}$$

$$\rho = \frac{P}{T} \frac{1 + x}{r_a + x r_v}$$

Enthalpie par unité de masse d'air sec

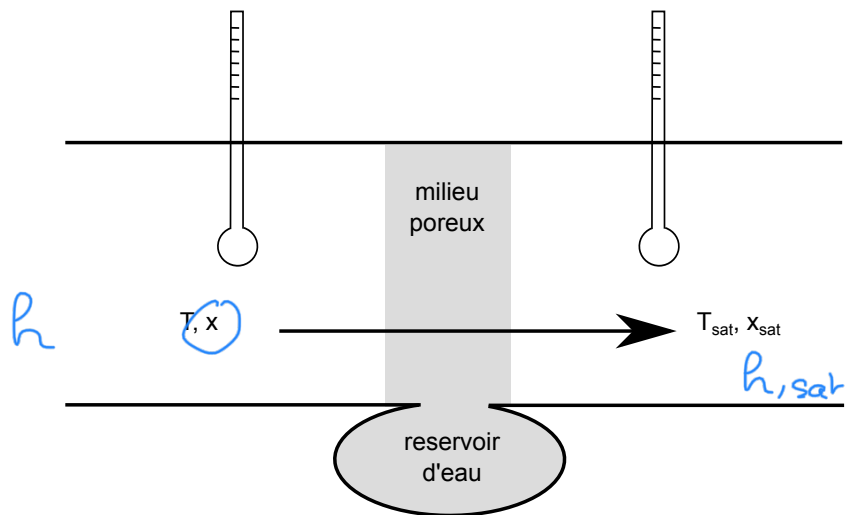
- Comme dans la plupart des évolutions de l'air humide, seule la teneur en vapeur d'eau change, on peut définir une enthalpie par unité de masse d'air sec :

$$h = h_a + xh_v = C_{Pa}(T - T_0) + x(L_v + C_{Pv}(T - T_0))$$

avec $T_0=273,16\text{K}$

Mesure de l'humidité

- L'état thermodynamique de l'air est défini par sa pression P , sa température T et son degré d'humidité absolue x qu'on peut déterminer à l'aide de la méthode des deux thermomètres



T = température sèche

T_{sat} = - - - - - humide

$$\underbrace{\dot{m}_a}_{\dot{m}_{sortie}} x_{sat} = \dot{m}_a x + \dot{m}_e$$

↓
débit d'eau
liquide évaporé

Bilan enthalpique

$$\dot{m}_a h_{sat} = \dot{m}_a h + \dot{m}_e h_e$$

h = enthalpie par unité de masse d'air = $h_a + x h_v$

$$h_{sat} = C_{pa} (T_{sat} - T_0) + x_{sat} [C_{pv} (T_{sat} - T_0) + L_{uv}]$$

$$h = c_{pa} (T - T_0) + x [c_{pv} (T - T_0) + L_{lv}]$$

$$\frac{\dot{m}_e h_e}{\dot{m}_a} = (x_{sat} - x) c_{pl} (T - T_0)$$

$$x = \frac{x_{sat} (L_{lv} + c_{pv} (T_{sat} - T_0)) - c_{pl} (T - T_0) + c_{pa} (T_{sat} - T)}{L_{lv} + (c_{pv} - c_{pl}) (T - T_0)}$$

Exemple :

- On veut déterminer l'humidité relative et l'humidité absolue d'un air à $P = 101,3 \text{ kPa}$ et dont les températures sèche et humide sont respectivement 25°C et 20°C .

$$T = 25^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{sat}} = 20^\circ\text{C}$$

$$P_{\text{sat}}(20^\circ\text{C}) = 0,02337 \text{ bar}$$

$$x_{\text{sat}} = \frac{P_{\text{sat}} M_v}{(P - P_{\text{sat}}) M_a} = 14,8 \frac{\text{g eau}}{\text{kg air}}$$

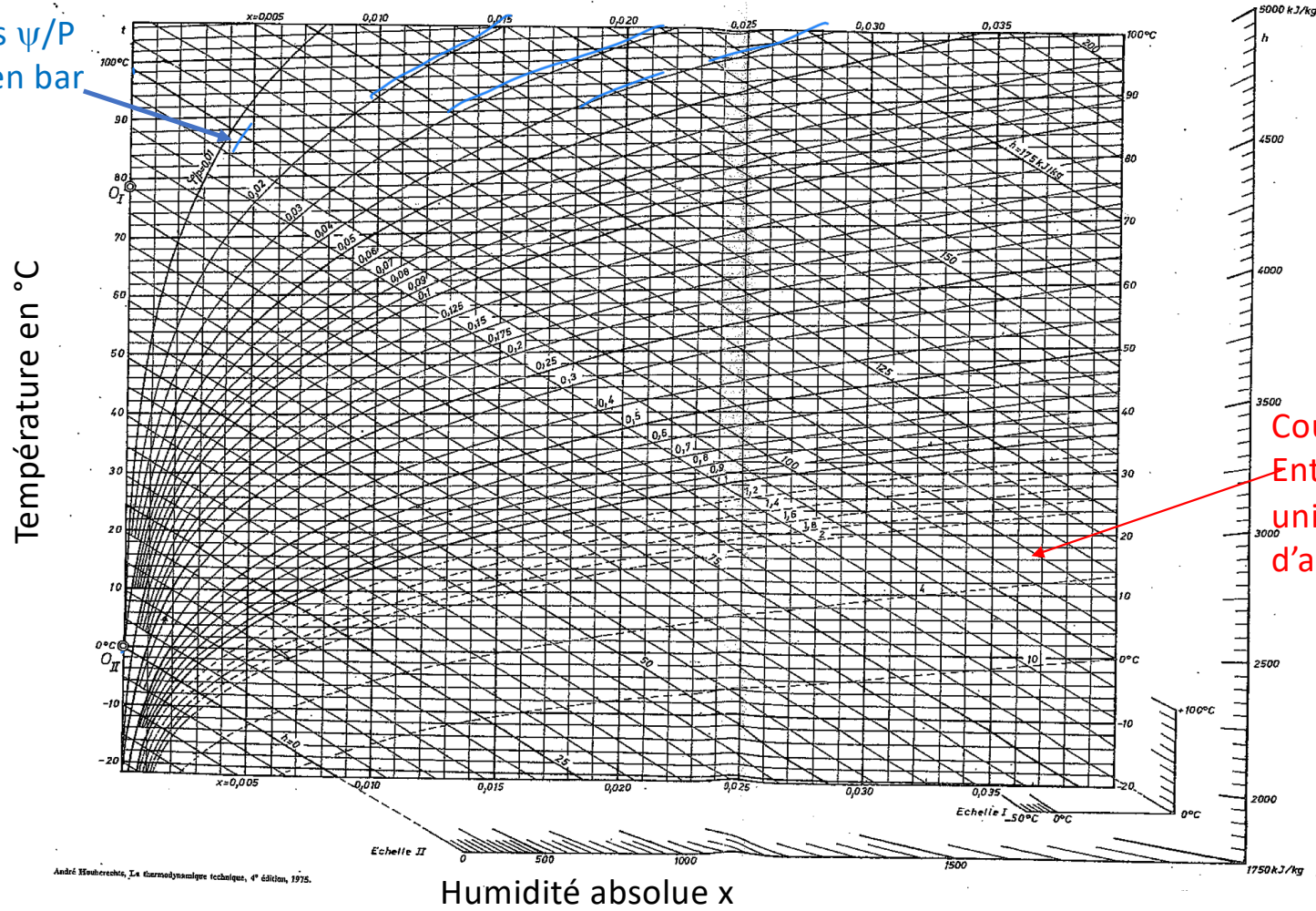
$$x = 12,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg eau / kg air}$$

$$x = \frac{M_v P_v}{(P - P_v) M_a} \Rightarrow P_v = \frac{x P}{x + \frac{M_v}{M_a}} = 0,0199 \text{ bar}$$

$$\psi = \frac{P_v}{P_{\text{sat}}} = \frac{0,0199}{0,02337} = 85\%$$

Diagramme(h, x) de l'air humide

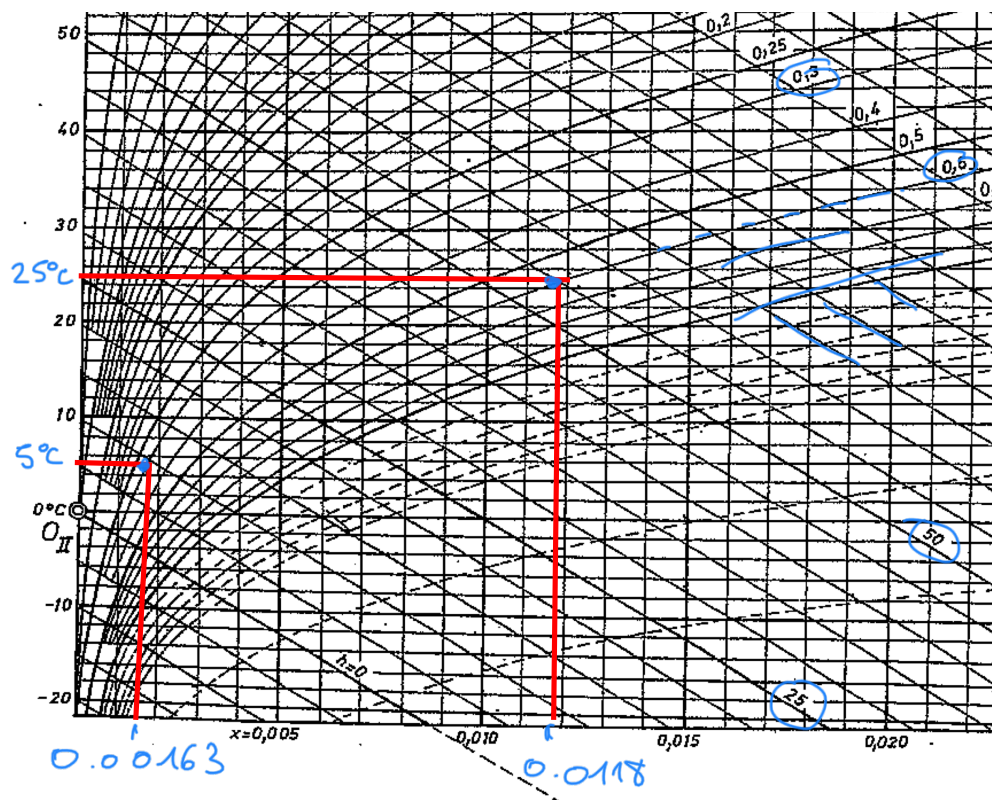
Courbes ψ/P
avec P en bar



Courbes $h = \text{Cte}$
Enthalpie par
unité de masse
d'air sec

Exercice : climatisation d'air

- Une climatisation (à pression atmosphérique $P=1$ bar) amène de l'air initialement à $T_1=5^\circ\text{C}$ et $\psi_1=30\%$ à une température de $T_2=25^\circ\text{C}$ et une humidité relative $\psi_2=60\%$. Sachant que le débit d'air aspiré est de $V=45\text{ m}^3/\text{min}$, on souhaite déterminer la puissance de chauffage et le débit d'eau nécessaire.



$$\dot{Q} = \rho \dot{V} (h_s - h_e) = 47,8 \text{ kW}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} (h_s - h_e)$$

$$h_e = 9 \text{ kJ/kg}$$

$$h_s = 60 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V}$$

$$\dot{V} = 45 \text{ m}^3/\text{min} = 0,75 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho = \frac{P}{T} \frac{1 + \alpha}{\alpha + \alpha \alpha_v} = 1,25 \text{ kg/m}^3$$

$$\alpha_a = \frac{R}{\rho_a} = 287 \text{ J/kg/K}$$

$$\alpha_v = \frac{R}{\rho_v} = 461 \text{ J/kg/K}$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_a (x_s - x_e) = \rho \dot{V} (x_s - x_e) = 9,53 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$x_s = 11,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg d'eau / kg air} = 0,57 \text{ kg/min}$$

$$x_e = 1,63 \cdot 10^{-3} \text{ kg d'eau / kg air}$$