

TWO-PHASE FLOW WITH PHASE CHANGE

TD n°1

EXERCICE 1 : TWO-PHASE FLOW IN A VERTICAL EVAPORATOR

Water at saturation temperature T_{sat} flows at the inlet of a vertical cylindrical evaporator with diameter $D=2$ cm. The pressure at the evaporator inlet is equal to 1.985 bars, the water mass flow rate is equal to 0.2 kg/s and the wall heat flux on the evaporator is constant and equal to $q=3$ kW/m².

The physical properties of water at 1.985 bars and at saturation temperature $T_{\text{sat}}=120^\circ\text{C}$ is:

- densities of liquid and vapour : $\rho_l=943$ kg/m³, $\rho_v=1.12$ kg/m³
- dynamic viscosities of liquid and vapour: $\mu_l=2.31 \cdot 10^{-4}$ Pa.s, $\mu_v=13 \cdot 10^{-6}$ Pa.s,
- latent heat of vaporisation $h_{lv}=2200$ kJ/kg,
- heat capacity of the liquid at constant pressure $C_p=4.334$ kJ/kg/K,
- surface tension $\sigma=54.9 \cdot 10^{-3}$ N/m,
- thermal conductivity of the liquid $\lambda=0.687$ W/m/K,
- Prandtl number for the liquid $Pr=1.43$.

1°/ Express the quality x versus the height z ($z=0$ at the evaporator entrance).

2°/ What is the flow pattern at the evaporator outlet at the height $h=1$ m ? What is the value of the quality?

3°/ To calculate the pressure difference $P(z=h) - P(z=0)$ along the evaporator, the homogeneous model will be used (equality of liquid and vapour velocities).

a) Justify the use of the homogeneous model.

b) Express the total pressure gradient from the momentum balance equation for the mixture. The wall friction factor f_p is supposed to be constant and equal to 0.005.

c) Give the expression of the void fraction α versus the quality x and the densities ρ_l and ρ_v . Considering that $\rho_v \ll \rho_l$, derive the following relation in saturated boiling regime:

$$\frac{1}{1 - R_g} \approx 1 + Kz \quad \text{with} \quad K = \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{4q}{GDh_{lv}}$$

d) Integrate the momentum balance equation and calculate $P(z=h)-P(z=0)$.

ÉCOULEMENTS DIPHASIQUES AVEC CHANGEMENT DE PHASES

TD n°1

EXERCICE 1 : ÉCOULEMENT DANS UN ÉVAPORATEUR VERTICAL

De l'eau à température de saturation T_{sat} pénètre en bas d'un évaporateur cylindrique vertical de diamètre $D=2$ cm. La pression à l'entrée de l'évaporateur est de 1,985 bars, le débit massique de circulation de l'eau est 0,2 kg/s et la paroi de l'évaporateur est chauffée avec une densité de flux thermique constante $q=3$ kW/m².

On donne les propriétés physiques de l'eau à la pression 1,985 bars et à la température de saturation $T_{\text{sat}}=120^\circ\text{C}$:

- les masses volumiques du liquide et de la vapeur : $\rho_l=943$ kg/m³, $\rho_v=1,12$ kg/m³
- les viscosités dynamiques du liquide et de la vapeur : $\mu_l=2,31 \cdot 10^{-4}$ Pa.s, $\mu_v=13 \cdot 10^{-6}$ Pa.s,
- la chaleur latente de vaporisation $h_{lv}=2200$ kJ/kg,
- la capacité calorifique du liquide à pression constante $C_p=4,334$ kJ/kg/K,
- la tension superficielle $\sigma=54,9 \cdot 10^{-3}$ N/m,
- la conductivité thermique du liquide $\lambda=0,687$ W/m/K,
- le nombre de Prandtl du liquide $Pr=1,43$.

1°/ Donnez l'expression du titre massique x en fonction de la hauteur z ($z=0$ en entrée d'évaporateur).

2°/ Quel est le régime d'écoulement en sortie de l'évaporateur à la hauteur $h=1$ m ? Quel est le titre massique x_1 correspondant ?

3°/ Afin de calculer la différence de pression $P(z=h) - P(z=0)$ le long de l'évaporateur, on se place dans la suite du problème dans le cadre de l'utilisation du modèle homogène (égalité des vitesses moyennes du liquide et de la vapeur).

a) Justifiez l'utilisation du modèle homogène.

b) Exprimez le gradient de pression total à partir de l'équation de quantité de mouvement longitudinale pour le mélange. On supposera que le coefficient de frottement pariétal f_p est constant et égal à 0,005.

c) Exprimez le taux de vide α en fonction du titre massique x et des masses volumiques ρ_l et ρ_v . En considérant que $\rho_v \ll \rho_l$, démontrez la relation suivante valable en régime d'ébullition saturée :

$$\frac{1}{1 - R_g} \approx 1 + Kz \quad \text{avec} \quad K = \frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{4q}{GDh_{lv}}$$

d) Intégrez l'équation de quantité de mouvement du mélange et calculez $P(z=h)-P(z=0)$