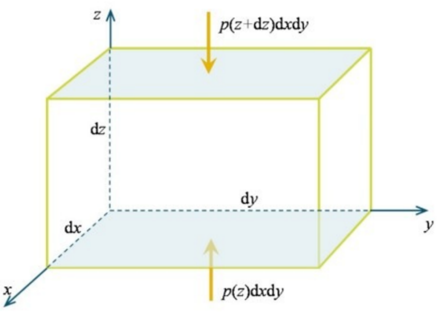
Département 3EA
$2^{ème}$
INP Toulouse – ENSEEIHT

Introduction à la mécanique des fluides
Olivier LIOT
24 avril 2024

Statique des fluides : activités et exercices

1 Loi fondamentale de la statique des fluides

Le but de cette activité est d'établir la relation fondamentale de la statique des fluides. On considère un élément de volume, compris entre x et $x + dx$, y et $y + dy$, z et $z + dz$ (voir le schéma ci-contre). On considère le fluide au repos dans un champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ orienté vers le bas ; et que toutes les faces sont soumises à une pression bien qu'elles ne sont pas toutes représentées.



1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le volume élémentaire de fluide (on rappelle que la pression induit une force proportionnelle à la surface de l'extérieur vers l'intérieur du volume).

2. Appliquer le principe fondamental de la dynamique au système. Le projeter suivant les 3 axes.

3. Grâce à un développement limité à l'ordre 1 de la pression, et en considérant les 3 coordonnées, en déduire une relation entre gravité et gradient de pression.

2 Manomètre

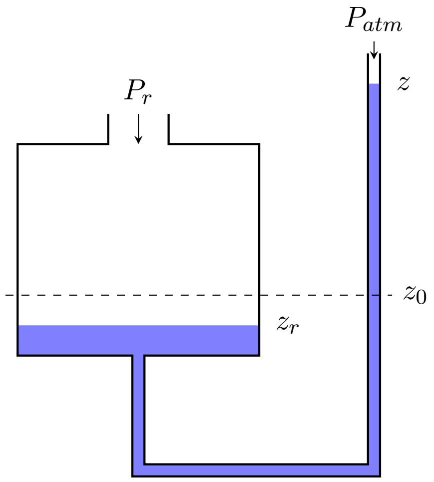
La figure à la fin de l'exercice schématise un manomètre à liquide (masse volumique ρ). Ce manomètre est composé d'un réservoir de section constante S, et d'un tube de section s, ouvert à l'atmosphère.

Le tube vertical est transparent, il est ainsi possible de mesurer le niveau du liquide (noté z) dans celui-ci. Lorsque le réservoir est à la pression atmosphérique ($P_r = P_0 = P_{atm}$), on a $z_r = z_0$. Lorsque $P_r \neq P_{atm}$, les cotes des deux surfaces libres deviennent z_r et z, (seule cette dernière est visible).

1. Exprimez la pression relative $P' = P_r - P_{atm}$ en fonction de $(z - z_0)$ et de ρ, g, s, S (on pourra supposer que $s/S \ll 1$).

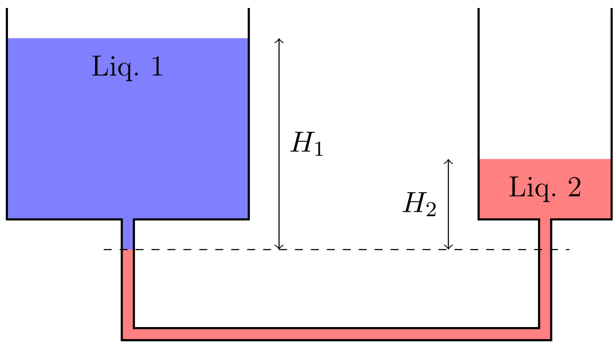
2. Exprimez la sensibilité $\Delta z/\Delta P'$

3. On incline le tube du manomètre, sa direction faisant un angle α avec le plan horizontal. La position du ménisque le long du tube est repérée par son abscisse Z. Calculer la nouvelle sensibilité.



3 Manomètre différentiel

Un manomètre différentiel est constitué de deux récipients cylindriques, de sections droites respectives S_1 et S_2, reliées par un tube de section intérieure s constante.



L'ensemble contient deux liquides non miscibles de masses volumiques ρ_1 et ρ_2.

1. Initialement, la pression au-dessus des deux liquides est identique et vaut p_0, la surface de séparation est définie par H_1 et H_2. Déduire une relation entre ρ_1, ρ_2, H_1 et H_2.

2. On provoque au-dessus du liquide 1 une surpression ΔP et la surface de séparation des deux liquides se déplace de Δh. En déduire la sensibilité $\Delta H/\Delta P$.

3. Faire l'analyse numérique avec $\rho_1 = 998\text{kg.m}^{-3}$, $\rho_2 = 1024\text{kg.m}^{-3}$, $S_1/s = S_2/s = 100$

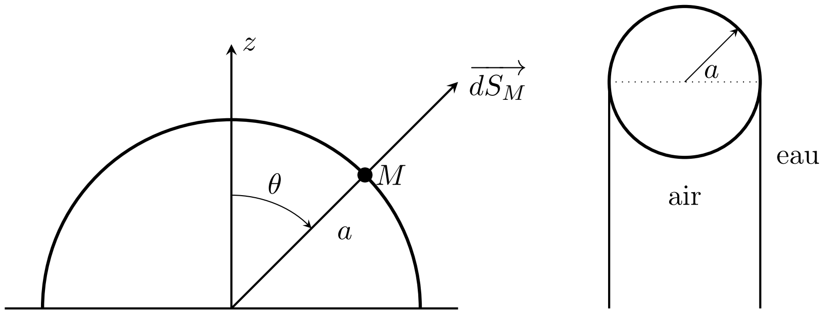
4 Expérience de Torricelli

L'expérience de Torricelli (physicien et mathématicien italien, 1608-1647) consiste à remplir complètement un tube de mercure (liquide dans les conditions ambiantes, masse volumique $\rho_{Hg} = 13546 kg.m^{-3}$). Le tube est ensuite bouché, puis retourné dans un récipient contenant également du mercure avant d'être débouché. Le tube ne se vide pas et une colonne de mercure d'environ 76 cm reste dans le tube.

1. Pourquoi la colonne de mercure ne se vide-t-elle pas complètement ?

2. Proposez une relation entre la hauteur de la colonne de mercure et la pression atmosphérique.

5 Tuba



1. On considère une demi-sphère de rayon a plongée dans un liquide de masse volumique ρ et posée sur le fond du récipient (voir la figure de gauche). On note $P(O)$ la pression en O.

(a) Exprimer la pression en M en fonction de $P(O)$ et de θ.

(b) Comment est dirigée la résultante des forces de pression ? Exprimer la projection sur Oz de la force exercée sur une surface dS_M autour de M en fonction de θ, $P(O)$ et dS_M.

(c) Quelle est l'aire de la surface élémentaire de largeur $d\theta$ faisant le tour de la demi-sphère ?

(d) Calculer la force exercée sur la demi-sphère.

2. Un plongeur avec un tuba plonge avec une bille sur l'embout du tuba (voir la figure de droite). Le rayon de la bille est $a = 1\,\mathrm{cm}$, le haut de la bille est $h = 10\,\mathrm{cm}$ sous l'eau.

(a) Déterminer la force exercée par l'eau sur la balle.

(b) Pourquoi le plongeur doit-il souffler plus fort pour soulever la balle losrqu'il plonge que lorsqu'il est dans l'air ?