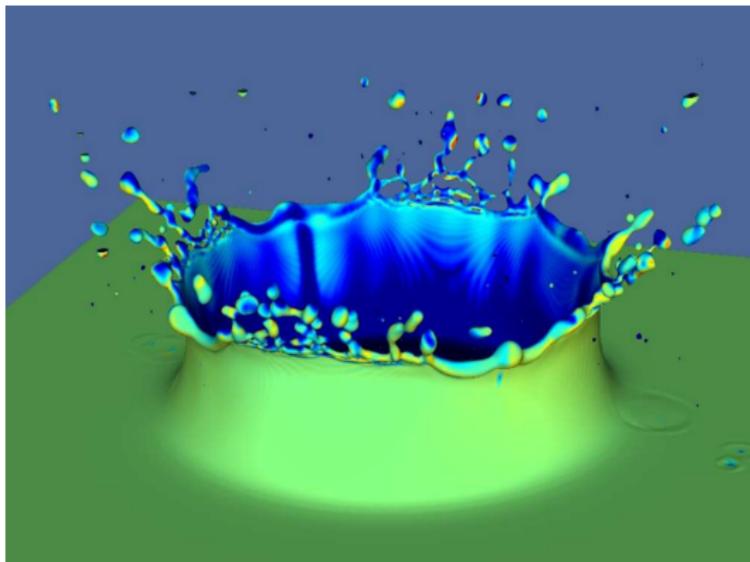


# Introduction à la Mécanique des Fluides



Olivier Liot

A quoi pensez-vous quand vous lisez/entendez Mécanique des Fluides?



Sillage derrière une aile d'avion

A quoi pensez-vous quand vous lisez/entendez Mécanique des Fluides?

Mécanique des fluides

→ écoulements de fluides

↳ fluide parfait

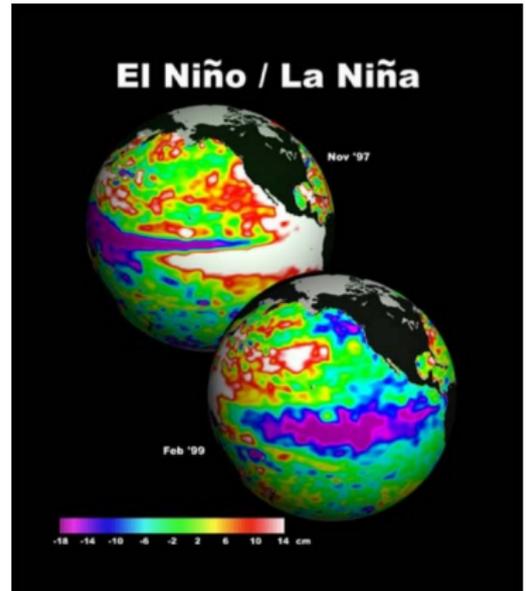
↳ = incompressible

→ fluide : - liquide  
- gaz

→ parfait : pas de viscosité

→ incompressible :  $\rho$  est.

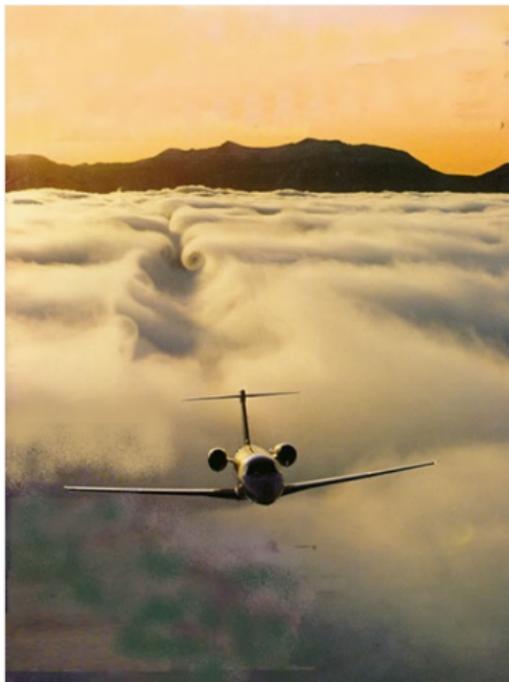
> Dans l'environnement : météorologie et climat



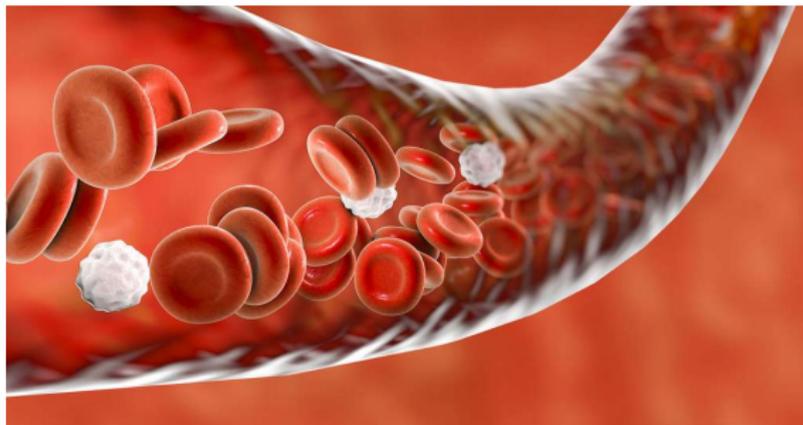
- > Dans l'environnement : dispersions de polluants, de sédiments

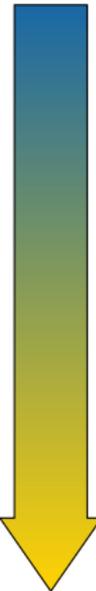
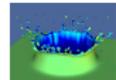


## > Dans les transports



> En biologie et en médecine





Préhistoire Conception embarcations et canaux

Antiquité Loi de la flottabilité

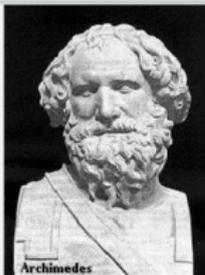
XV<sup>ème</sup> Observations expérimentales

XVII<sup>ème</sup> Loi de Newton

XVIII<sup>ème</sup> Théorie des fluides parfaits

XIX<sup>ème</sup> Théorie des fluides visqueux

XX<sup>ème</sup> Théorie de la couche limite, turbulence. Mécanique des fluides numérique



Archimède  
(287-212 av JC)



Newton  
(1642-1727)



Leibniz  
(1646-1716)



Bernoulli  
(1667-1748)



Euler  
(1707-1783)



Navier  
(1785-1836)



Stokes  
(1819-1903)



Reynolds  
(1842-1912)

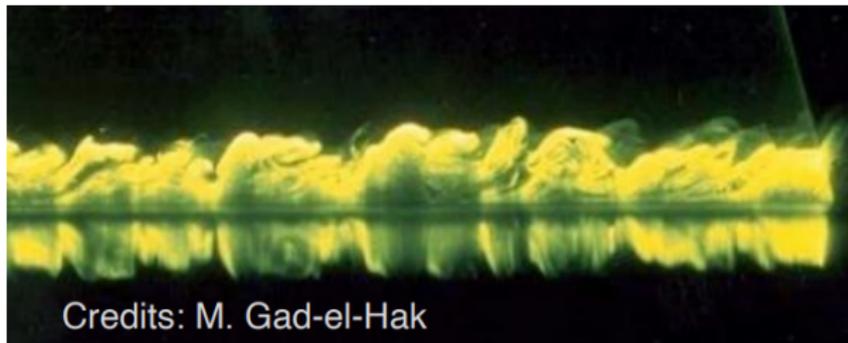
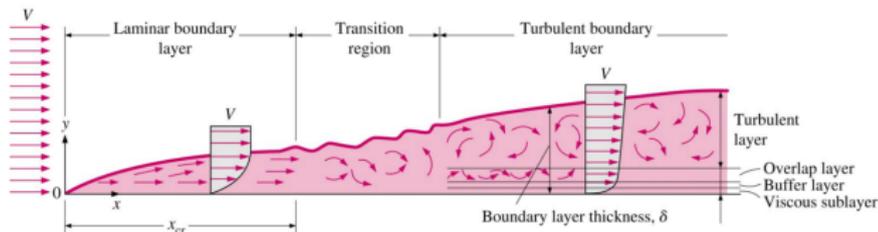


Prandtl  
(1875-1953)

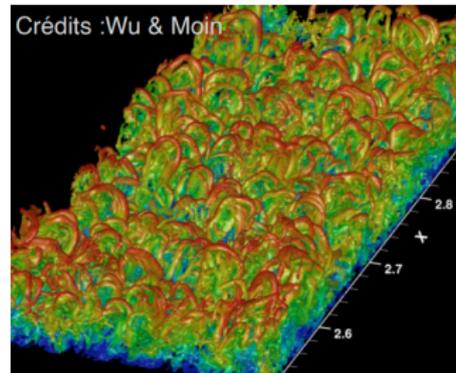


Taylor  
(1886-1975)

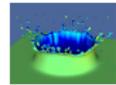
> Théories  $\Rightarrow$



> Simulations numériques  $\Downarrow$



> Expériences  $\Uparrow$



## Descriptions qualitatives

Géométrie 1D, 2D, 3D, conditions de bord

Temporalité Stationnarité/instationnarité

Type de fluide Compressible/incompressible

Description spatiale Homogène/inhomogène

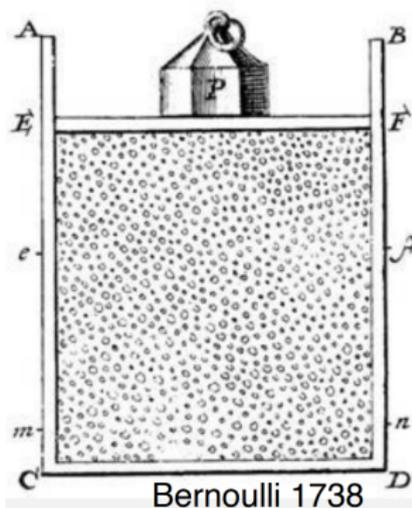
Dissipation d'énergie Visqueux/non-visqueux

Structure de l'écoulement Laminaire/turbulent

## Milieu discontinu

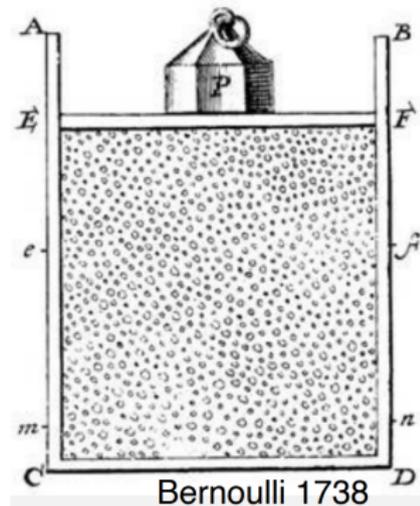
Combien y a-t-il de molécules dans 1L d'eau ?

- > Masse volumique :  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
- > Masse molaire :  $M = 18 \text{ g/mol}$
- > Nombre d'Avogadro :  $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$



Milieu discontinu

Prenez votre smartphone



## Milieu discontinu

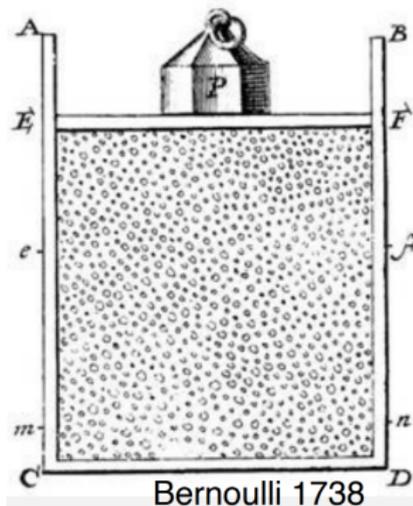
Combien y a-t-il de molécules dans 1L d'eau ?

>  $3,3 \times 10^{20}$  molécules

>  $6,6 \times 10^{20}$  molécules

>  $3,3 \times 10^{25}$  molécules

#QDL#Q#ABC#D##5#



## Milieu discontinu

Combien y a-t-il de molécules dans 1L d'eau ?

- >  $3,3 \times 10^{20}$  molécules
- >  $6,6 \times 10^{20}$  molécules
- >  $3,3 \times 10^{25}$  **molécules**
- >  $6,6 \times 10^{25}$  molécules

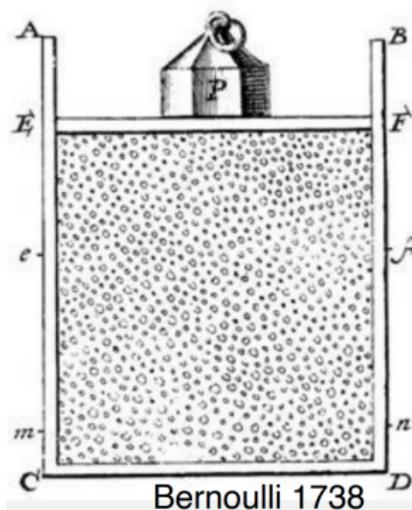
- > Un fluide est un milieu discontinu
- > Trop de molécules pour une description individuelle

*Nb de molécules dans 1L.*

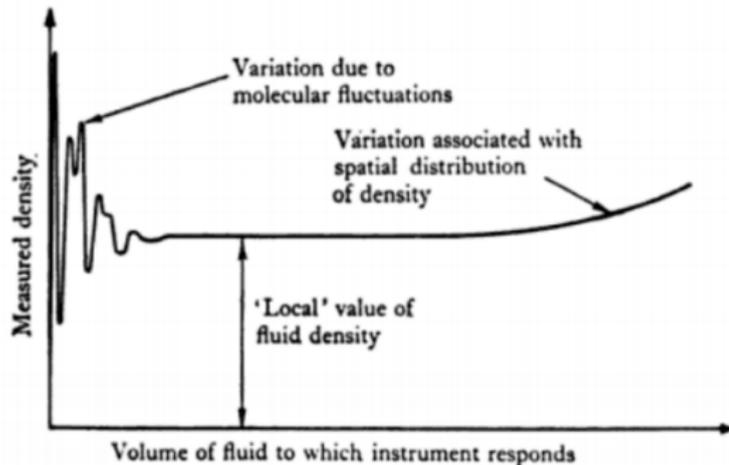
$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{et} \quad m = n \times M$$

$$\quad \quad \quad \text{et} \quad N = n \times N_A$$

$$N = \frac{m N_A}{M} = \frac{\rho V N_A}{M}$$



Milieu discontinu (microscopique)  $\Rightarrow$  milieu continu (macroscopique)



Batchelor, *Introduction to fluid dynamics*, 2000

> Masse volumique

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

> Vitesse

$$\vec{u} = \vec{u}(x, y, z, t)$$

### Particule fluide

Volume de fluide, à l'échelle mésoscopique, pour lequel les grandeurs qui le caractérisent sont indépendantes des fluctuations microscopiques, mais uniformes sur le volume.

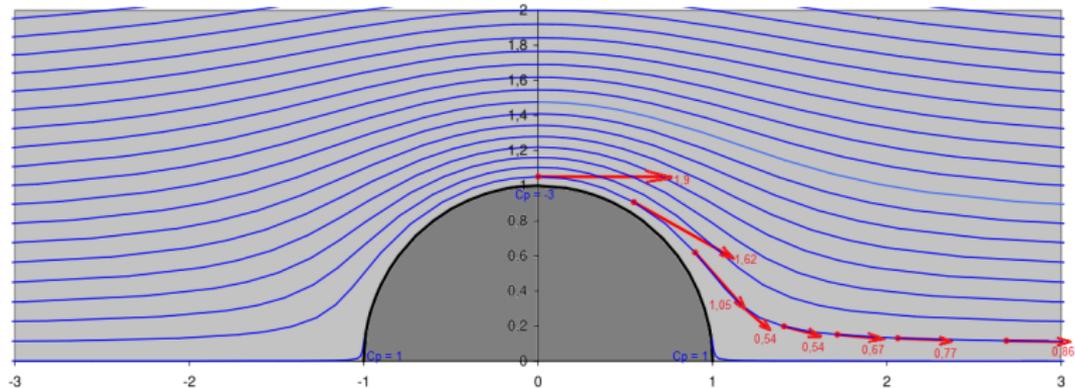
## Ligne de courant

### Définition d'une ligne de courant

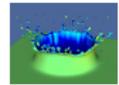
Ligne dont la tangente en chaque point est, à un instant donné, le vecteur vitesse à ce point et cet instant.

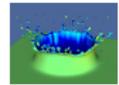
> Équation d'une ligne de courant

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \left( \frac{dz}{u_z} \right)$$



Source : Wikipedia





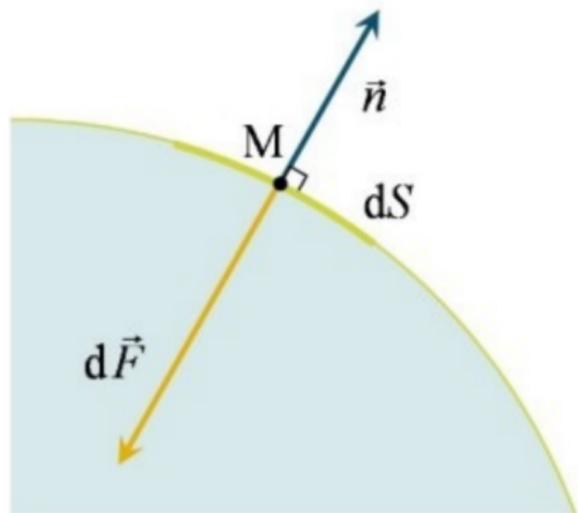
## Propriété

Dans un fluide **au repos**, la contrainte qui s'exerce sur un élément de surface  $dS$  est nécessairement **normale** à  $dS$

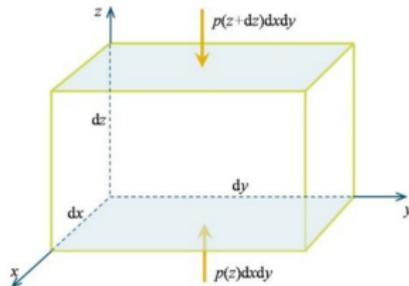
⇒ La pression est indépendante de l'orientation la surface sur laquelle elle agit

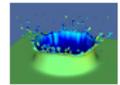
$$\vec{dF} = -p \vec{n} \cdot dS$$

Rq : en unité S.I., la pression s'exprime en Pascal :  $\text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$



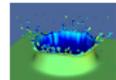
- A. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le volume élémentaire de fluide (on rappelle que la pression induit une force proportionnelle à la surface de l'extérieur vers l'intérieur du volume).
- B. Appliquer le principe fondamental de la dynamique au système. Le projeter suivant les 3 axes.
- C. Grâce à un développement limité à l'ordre 1 de la pression, et en considérant les 3 coordonnées, en déduire une relation entre gravité et gradient de pression.





**Prenez votre smartphone**





Quelle est la loi fondamentale de la statique des fluides?

A.  $\overrightarrow{\text{grad}}P = \rho \overrightarrow{g}$

B.  $\text{div}P = \rho \overrightarrow{g}$

C.  $\overrightarrow{\text{grad}}P = -\rho \overrightarrow{g}$

D.  $\overrightarrow{\text{grad}}P = \frac{\rho}{2} \overrightarrow{g}$

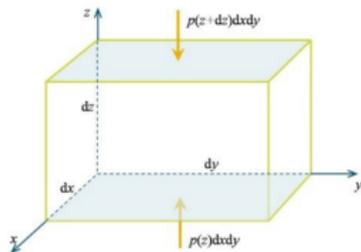
#QDLE#Q#A\*BCD#45#

Quelle est la loi fondamentale de la statique des fluides?

- A.  $\overrightarrow{\text{grad}}P = \rho \overrightarrow{g}$
- B.  $\text{div}P = \rho \overrightarrow{g}$
- C.  $\overrightarrow{\text{grad}}P = -\rho \overrightarrow{g}$
- D.  $\overrightarrow{\text{grad}}P = \frac{\rho}{2} \overrightarrow{g}$

La loi fondamentale de la statique des fluides s'écrit

$$\overrightarrow{\text{grad}}P = -\rho \overrightarrow{g}$$



Ainsi, selon  $\overrightarrow{e}_z$ , si  $\rho$  est uniforme,  $\frac{d}{dz}(P + \rho g) = 0 \Rightarrow P(z) = -\rho g z + \text{cte}$ . La constante est déterminée par une pression connue à une altitude donnée.

Bilan de forces : forces  
pression



$$\vec{e}_x \quad P(x) dy dz - P(x+dx) dy dz = 0$$

$$\vec{e}_y \quad P(y) dx dz - P(y+dy) dx dz = 0$$

$$\vec{e}_z \quad P(z) dx dy - P(z+dz) dx dy - \rho dx dy dz g = 0$$

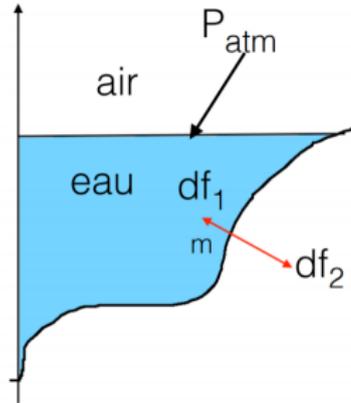
$$P(x+dx) - P(x) = \frac{\partial P}{\partial x} dx$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \end{array} \right.$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{\text{grad}} P = \rho \vec{g}}}$$

Calcul de la pression au point  $m$ .  $Z$



$$\begin{aligned}
 |df_1| &= P_{atm} dS \\
 |df_2| &= P(m) dS \\
 &= (P_{atm} - \rho g z_m) dS \\
 |df| &= |df_1| - |df_2| = \rho g |z_m| dS
 \end{aligned}$$



Tonneau de Pascal

## La poussée d'Archimède

Force dans la direction opposée à  $\vec{g}$  et d'intensité égale au poids du liquide déplacé par le volume immergé.

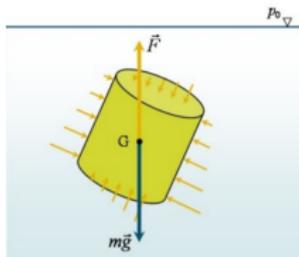


Calcul de la force hydrostatique s'exerçant sur un volume immergé ou partiellement immergé  $V$  (délimité par une surface  $S$ ) :

$$\vec{H} = - \iint_S P \vec{n} dS \quad \Leftrightarrow \quad \vec{H} = - \iiint_V \vec{\text{grad}} P dV$$

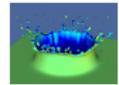
Thm d'Ostrogradski

$$\Rightarrow \vec{H} = - \iiint_V \rho \vec{g} dV$$



Attention : ne fonctionne pas s'il y a une singularité de pression

$$\Rightarrow \vec{H} = -\rho \vec{g} V$$

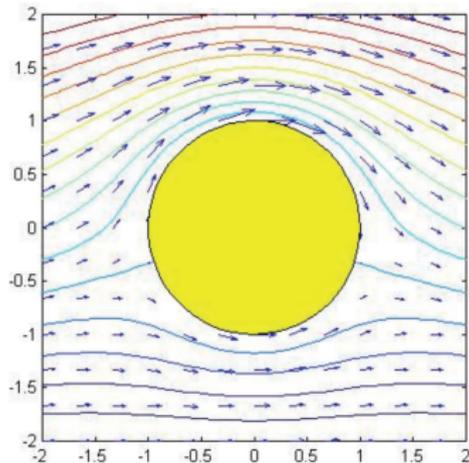


## Ligne de courant

Ligne dont la tangente en chaque point est, à un instant donné, le vecteur vitesse à ce point et cet instant.

> Équation d'une ligne de courant

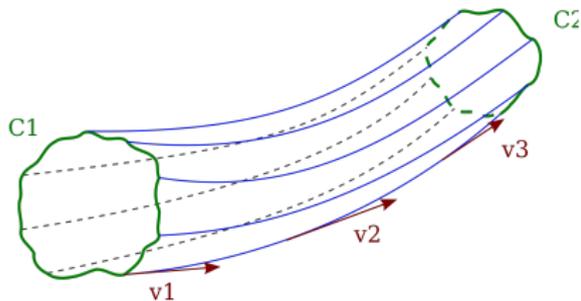
$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \left( \frac{dz}{u_z} \right)$$



## Tube de courant

Surface formée de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé

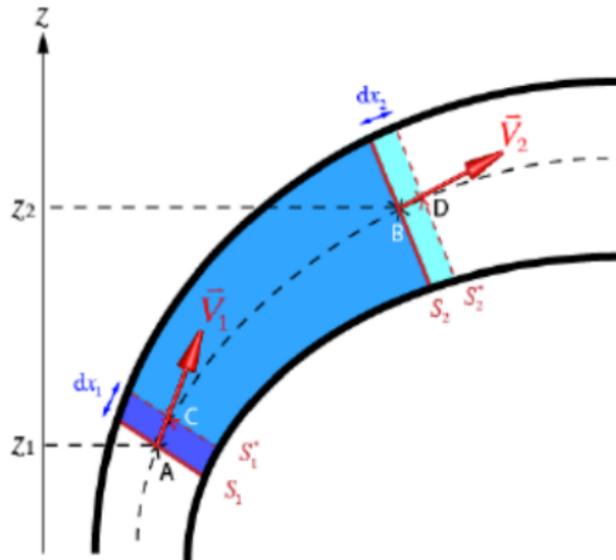
> Pas de flux à travers les parois latérales



## 0- Hypothèses

- > Fluide incompressible ( $\rho$  cste)
- > Fluide parfait (pas de viscosité)
- > Écoulement isotherme
- > Pas de solide mobile dans l'écoulement
- > Pesanteur : seule force de volume

- > **Système** : tube de courant
- > **Méthode** : bilan d'énergie



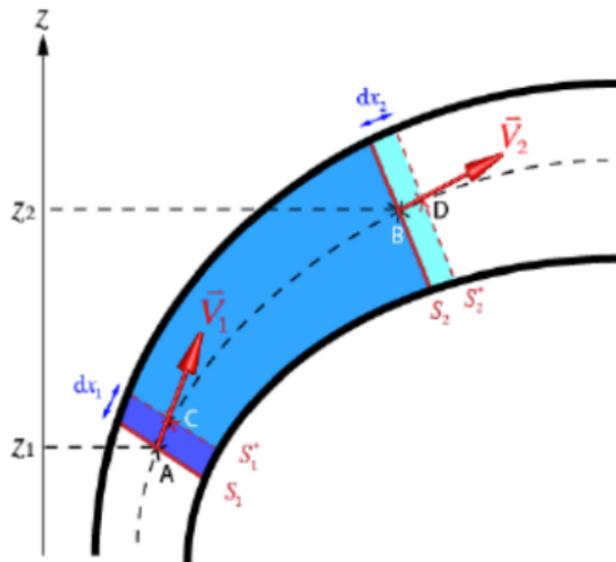
Système fermé considéré

## 1- Conservation de la masse

$\rightarrow \Sigma$  fermé :  $m_{12} = m_{12}$   
 $\rightarrow \Sigma^+$  coïncident avec  $\Sigma$  à  $t$   
 $\hookrightarrow$  il rente entre  $t$  et  $t+dt$   
 une masse de fluide :  
 $dm_1 = \rho \times S_1 \times dx_1 = \rho S_1 V_1 dt$   
 $\hookrightarrow$  il sort entre  $t$  et  $t+dt$  :  
 $dm_2 = \rho S_2 V_2 dt$   
 stationnaire  $\Rightarrow dm_1 = dm_2$   
 $\Rightarrow \rho V_1 S_1 = \rho V_2 S_2$   
 $\Rightarrow V_1 S_1 = V_2 S_2$   
 conservation du débit



- > **Système** : tube de courant
- > **Méthode** : bilan d'énergie



Système fermé considéré

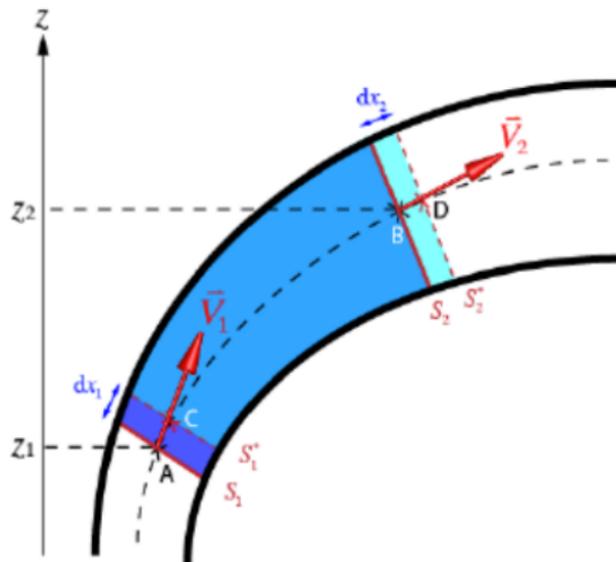
## 1- Conservation de la masse

- > Système fermé  $\Rightarrow m_{12} = m_{1'2'}$
- > Variation de masse  
 $\Rightarrow dm_{ij'} = \rho V_i S_i dt$
- > Stationnaire/incompressible  
 $\Rightarrow dm_{11'} = dm_{22'} = dm$

### Conservation du débit

$$\rho V_1 S_1 = \rho V_2 S_2$$

- > **Système** : tube de courant
- > **Méthode** : bilan d'énergie



Système fermé considéré

## 2- Bilan d'énergie

→ énergie cinétique en  $\Sigma$   
 $\Delta E_c = E_{c,1} - E_{c,2} = E_{11} - E_{12}$   
 b) A l'équilibre  $\Rightarrow \Delta E_c = F_{c,1} - F_{c,2}$   
 $\Rightarrow \Delta E_c = dm \left( \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} \right)$

→ énergie potentielle  
 $\Delta E_p = E_{p,1} - E_{p,2} = dm g (z_1 - z_2)$

→ Travail des forces  
 L) forces de pression.  
 $W_p = W_1 + W_2 = P_1 \Delta V_{11} - P_2 \Delta V_{22}$   
 $= \frac{dm}{\rho} (P_1 - P_2)$

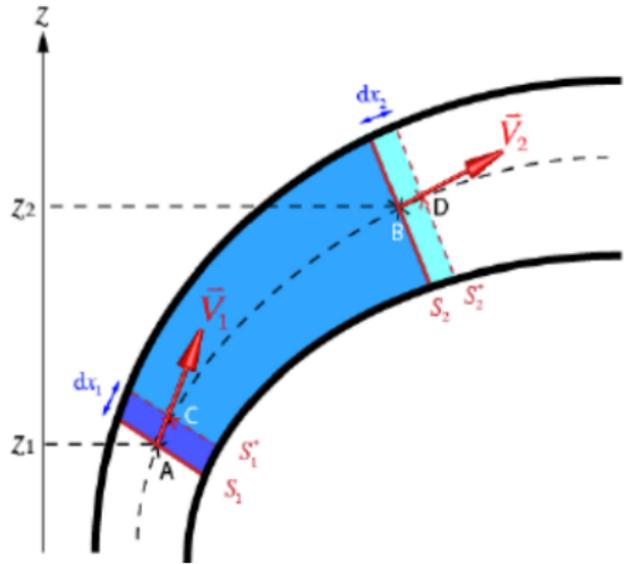
+ Théorème de l'énergie mécanique:  
 $\Delta E_c + \Delta E_p = W_p$   
 $dm \left( \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} \right) + dm g (z_1 - z_2) = \frac{dm}{\rho} (P_1 - P_2)$

$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$

$\underbrace{\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g}}_{H_1} + \underbrace{z_1}_{\text{charge}} = \underbrace{\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}}_{H_2} + z_2$

$\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{cte}$  sur une ligne de courant, ou toute

- > **Système** : tube de courant
- > **Méthode** : bilan d'énergie



Système fermé considéré

## 2- Bilan d'énergie

- > Énergie cinétique :

$$\delta E_c = dm \left( \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} \right)$$

- > Énergie potentielle:

$$\delta E_p = dm g (z_2 - z_1)$$

- > Travail des forces de pression :

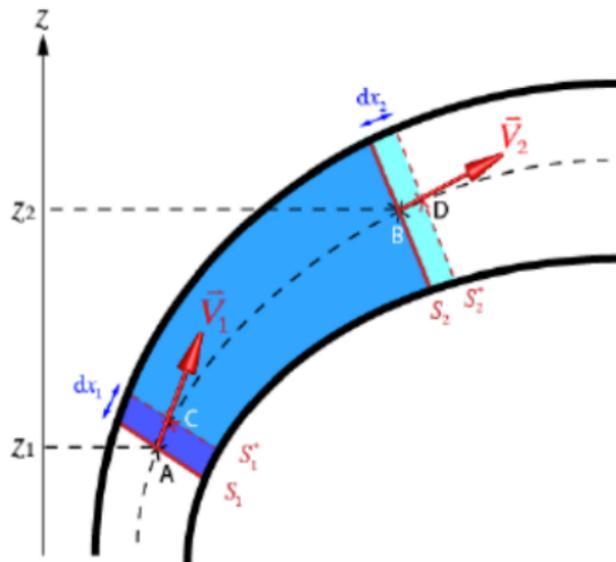
$$W_p = dm \left( \frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} \right)$$

### Théorème de Bernoulli

$$\underbrace{\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1}_{H_1} = \underbrace{\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2}_{H_2}$$

- >  $H_i$  : charge (homogène à une hauteur)

- > **Système** : tube de courant
- > **Méthode** : bilan d'énergie



Système fermé considéré

- > Lien entre hauteur du jet et pression dans la buse
- > Quel débit pour avoir un jet de 8 m de haut?
- > Quelle pression en A?

→ Pressions  $P_D = P_C = P_{atm}$   
 → Vitesse :  $V_C = 0 \text{ m/s}$

$$\frac{P_D}{\rho g} + \frac{V_D^2}{2g} + z_D = \frac{P_C}{\rho g} + \frac{V_C^2}{2g} + z_C$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{2g \Delta z}$$

$$\Rightarrow Q = V_B S_D = S_B \sqrt{2g \Delta z}$$

$$\rightarrow Q = 98 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \approx 1 \text{ L/s}$$

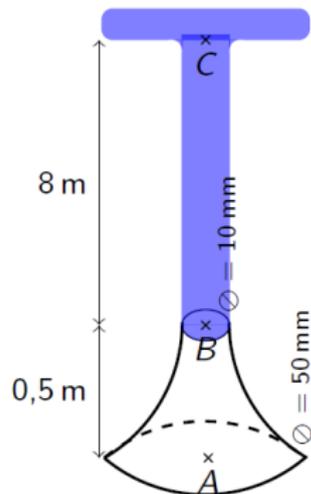
Pression en A?  
 Bernoulli :  $\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B$   
 $z_A = 0$

$$P_A = P_{atm} + \rho \left( \frac{V_B^2}{2} - \frac{V_A^2}{2} \right) + \rho g z_0$$

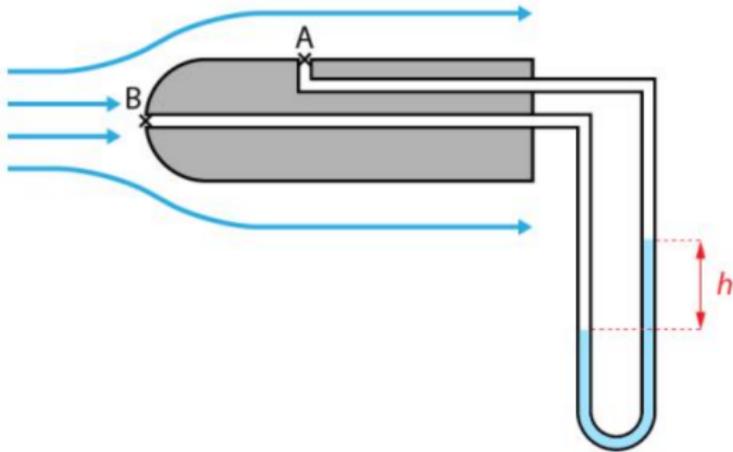
→ conservation du débit :  $S_A V_A = S_B V_B$

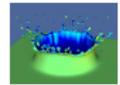
$$P_A = P_{atm} + \rho \frac{V_B^2}{2} \left( 1 - \frac{S_B^2}{S_A^2} \right) + \rho g z_0$$

$$P_A = 0,78 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 0,8 \text{ bar}$$



- > Note : un jet à l'air libre est uniformément à la pression extérieure





**Prenez votre smartphone**



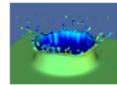
Quelle est l'expression de la vitesse  $u_\infty$  en fonction de  $P_B - P_A$ ?

A.  $u_\infty = 2 \frac{P_B - P_A}{\rho}$

B.  $u_\infty = \sqrt{2 \frac{P_B - P_A}{\rho}}$

C.  $u_\infty = 2 \sqrt{\frac{P_B - P_A}{\rho}}$

D.  $u_\infty = \sqrt{\frac{P_B - P_A}{\rho}}$



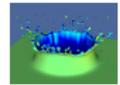
Quelle est l'expression de la vitesse  $u_\infty$  en fonction de  $P_B - P_A$ ?

A.  $u_\infty = 2 \frac{P_B - P_A}{\rho}$

B.  $u_\infty = \sqrt{2 \frac{P_B - P_A}{\rho}}$

C.  $u_\infty = 2 \sqrt{\frac{P_B - P_A}{\rho}}$

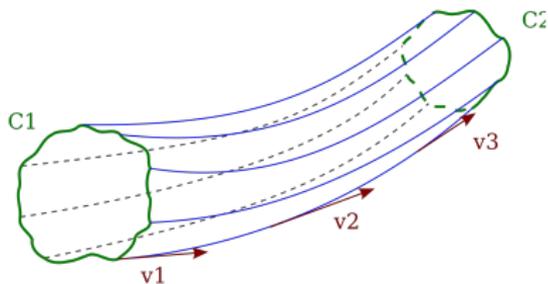
D.  $u_\infty = \sqrt{\frac{P_B - P_A}{\rho}}$



**Objectif** : déterminer la force exercée par un fluide sur une paroi *via* un **bilan de quantité de mouvement**

## Hypothèses sur l'écoulement

- > Stationnaire
  - > 1D (suivant une abscisse curviligne)
  - > Incompressible
- 
- > Système utilisé : tube de courant
  - > **Définition** : surface formée de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé



Leonhard Euler (1707-1783)

**Note** : en régime stationnaire, le débit est conservé dans le tube de courant

$$\delta \vec{p} = m_2 \vec{v}_2 + dm_{12} \vec{v}_2 - m_1 \vec{v}_1 - dm_{11} \vec{v}_1$$

$$\delta \vec{p} = -dm_{11} \vec{v}_1 + dm_{12} \vec{v}_2$$

→ conservation du débit | stationnaire compressible  
 $dm_{11} = dm_{12} = dm = \rho_1 v_1 dt$

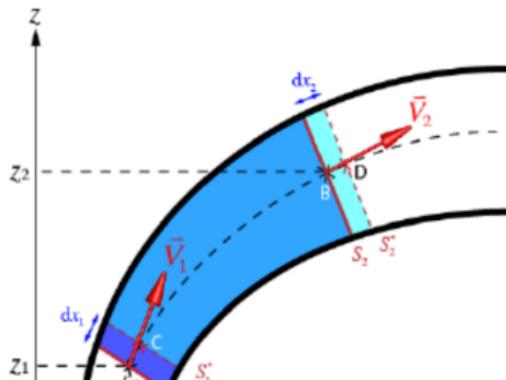
$$\Rightarrow \delta \vec{p} = \rho_1 v_1 dt (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \rho_1 v_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$dt \frac{dm}{dt} = \dot{m} = \rho V_2 S_2 = \rho V_1 S_1$$

débit





- > Conservation de la masse

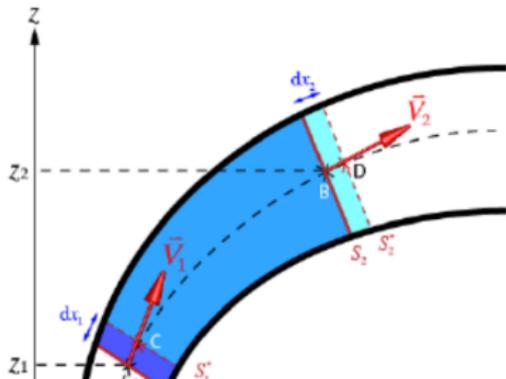
$$\rho V_1 S_1 = \rho V_2 S_2 = \frac{dm}{dt} = \dot{m}$$

- > Variation de la quantité de mouvement pendant  $dt$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{m}(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

### Théorème d'Euler

$$\dot{m}(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = \sum \vec{F}_{ext}$$



## Généralisation stationnaire et incompressible

$$\sum \vec{F}_{ext} = \oiint_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS$$

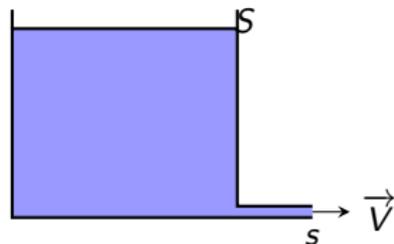
Avec :

- >  $S$  la surface fermée délimitant un tube de courant
- >  $\vec{V}$  la vitesse du fluide à la paroi

On a  $\vec{F}_{ext}$  :

- > Forces de pression
- > Forces dues au champ de pesanteur
- > Action de la paroi sur le fluide

- > Vitesse de la surface ?
- > Bilan des forces ?
- > Réaction horizontale de la vidange sur le réservoir ?



Vidange du réservoir.

→ Théorème de Torricelli

$$\sum \vec{F}_{rad} = \iint_S (\rho \vec{v})(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS$$

↳  $s \ll S \Rightarrow$  vitesse de la surface libre négligeable.

$$\Rightarrow \sum \vec{F}_{rad} = \rho v \times v \times s = \rho s v^2 \vec{e}_x$$

Bilan des forces

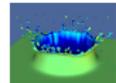
- Poids du liquide → suivant  $\vec{e}_z$
- réaction du fond du récipient : suivant  $\vec{e}_z$
- Forces de pression : résultant nulle →
- réaction horizontale du réservoir  $F$

$$\Rightarrow \vec{F} = \rho s v^2 \vec{e}_x$$

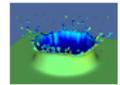
$$\vec{R} = -\vec{F} = -\rho s v^2 \vec{e}_x$$

réaction par le réservoir

> Note : Torricelli,  
 $V = \sqrt{2gH}$

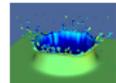


- > Étude de la force générée par un jet arrivant sur une surface



**Prenez votre smartphone**





Quelle est l'action du jet sur la paroi ?

A.  $\vec{R} = -\rho v^2 S \vec{e}_x$

B.  $\vec{R} = \rho v S \vec{e}_x$

C.  $\vec{R} = \rho v^2 S \vec{e}_x$

D.  $\vec{R} = -\rho v^2 S^2 \vec{e}_x$

#QDLE#Q#ABC\*D#45#

Quelle est l'action du jet sur la paroi ?

- A.  $\vec{R} = -\rho v^2 S \vec{e}_x$
- B.  $\vec{R} = \rho v S \vec{e}_x$
- C.  $\vec{R} = \rho v^2 S \vec{e}_x$
- D.  $\vec{R} = -\rho v^2 S^2 \vec{e}_x$

Jet sur une plaque



$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \iint_S \rho \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS$$

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \rho \vec{v} (-v) S$$

$$= -\rho S v^2 \vec{e}_x$$

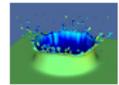
Bilan des forces horizontales  
 → résultante de la pression: nulle  
 → Force  $\vec{F}$  de la paroi sur le fluide  

$$\Rightarrow \vec{F} = -\rho S v^2 \vec{e}_x$$

↳ réaction subie par la paroi  

$$\vec{R} = -\vec{F} = \rho S v^2 \vec{e}_x$$

$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$   
 $\Rightarrow \vec{v}_1 = -\vec{v}_2$



- > Comment écrire le théorème de Bernoulli **si il y a des pertes** ?

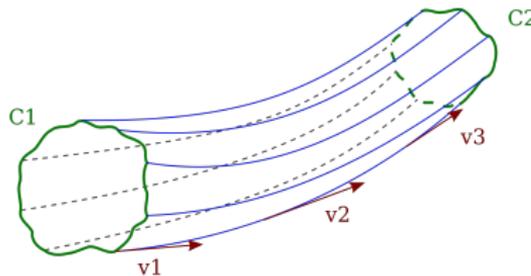
$$\underbrace{\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1}_{H_1} = \underbrace{\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2}_{H_2}$$

- >  $H_i$  est la charge (hauteur)  
 > Si il y a des pertes, diminution de l'énergie mécanique

### Extension du théorème de Benoulli

$$H_1 = H_2 + \Delta H$$

- > Provenance de ces pertes de charges : pertes en ligne (**régulières**) et aux coudes et changement de section (**singulières**)



## Définition

La viscosité correspond à la résistance du fluide vis-à-vis de sa mise en mouvement. C'est une réponse à une contrainte de cisaillement.

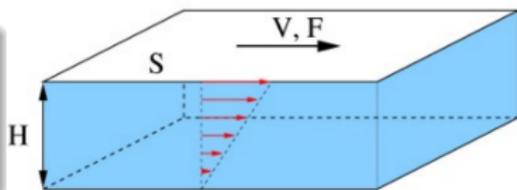
**La viscosité dynamique relie contrainte et taux de cisaillement :**

$$\sigma = \mu \frac{\partial V}{\partial y} \quad (\mu \text{ en Pa.s})$$

**Attention :** il s'agit du gradient **transverse** de la vitesse

> La viscosité **cinématique** se définit comme

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$



> Contrainte :  $\sigma = \frac{F}{S}$

> Taux de cisaillement :  
 $\tau \sim \frac{V}{H} = \frac{\partial V}{\partial y}$

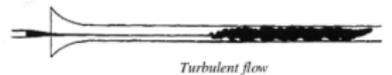
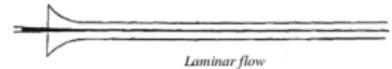
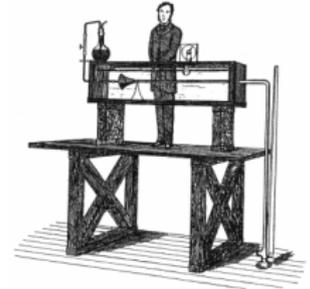
Fluide	$\mu$ (Pa.s)
eau (20°C)	$1,0 \times 10^{-3}$
eau (0°C)	$1,8 \times 10^{-3}$
huile d'olive (20°C)	$\approx 100 \times 10^{-3}$
air (20°C)	$1,6 \times 10^{-5}$

## Définition

Le nombre de Reynolds compare les effets inertiels aux effets visqueux :

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{UL}{\nu}$$

- >  $V$  : vitesse caractéristique
- >  $L$  : longueur caractéristique
- >  $\mu$  et  $\nu$  : viscosités dynamique et cinématique
- > Transition laminaire-turbulent :
  - $Re < 2000$  : laminaire
  - $Re > 10000$  : turbulent



**La plupart** des écoulements industriels sont turbulents



Perte de charge  $\Delta H \Leftrightarrow$  Chute de pression  $\Delta P = \rho g \Delta H$

> Perte de charge linéique :

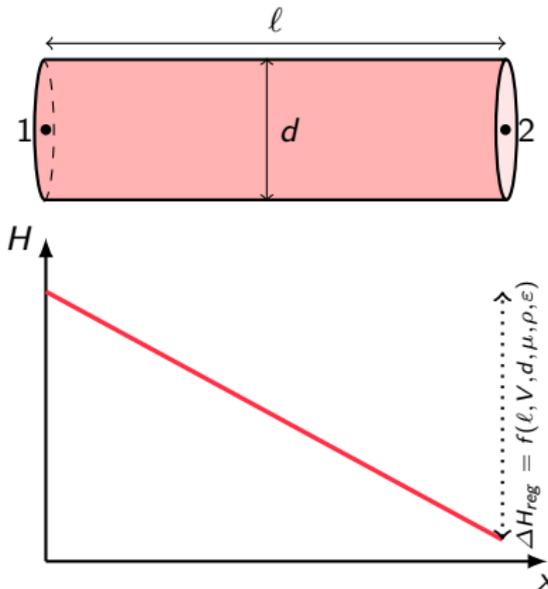
$$\frac{\Delta H_{reg}}{\ell} = f(V, d, \mu, \rho, \varepsilon)$$

- $\varepsilon$  : rugosité de surface
- $D$  : diamètre hydraulique (important si canalisation non circulaire)

Formule de Darcy

$$\frac{\Delta H_{reg}}{\ell} = \xi \frac{V^2}{2gd}$$

>  $\xi$  : coefficient de perte de charges régulières ou coefficient de friction



Perte de charge  $\Delta H \Leftrightarrow$  Chute de pression  $\Delta P = \rho g \Delta H$

> Expérimentalement,

$$\xi = f(Re, \varepsilon)$$

> Si  $Re < 2000$  (formule de Poiseuille) :

$$\xi = \frac{64}{Re}$$

> Si  $5000 < Re < 10^5$ , sans rugosité (formule de Blasius) :

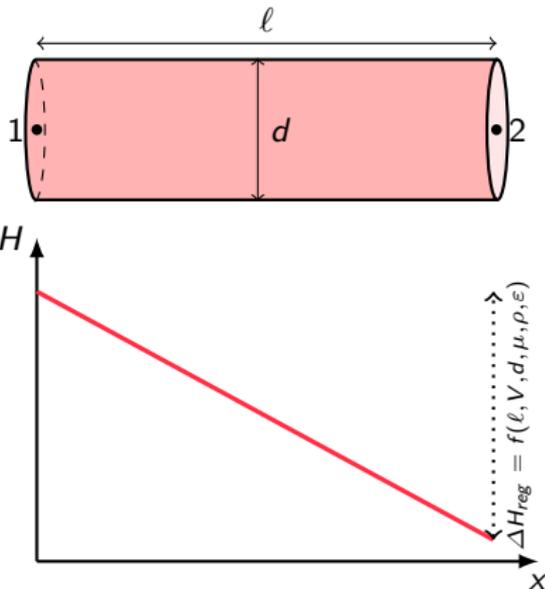
$$\xi = \frac{0,316}{Re^{1/4}}$$

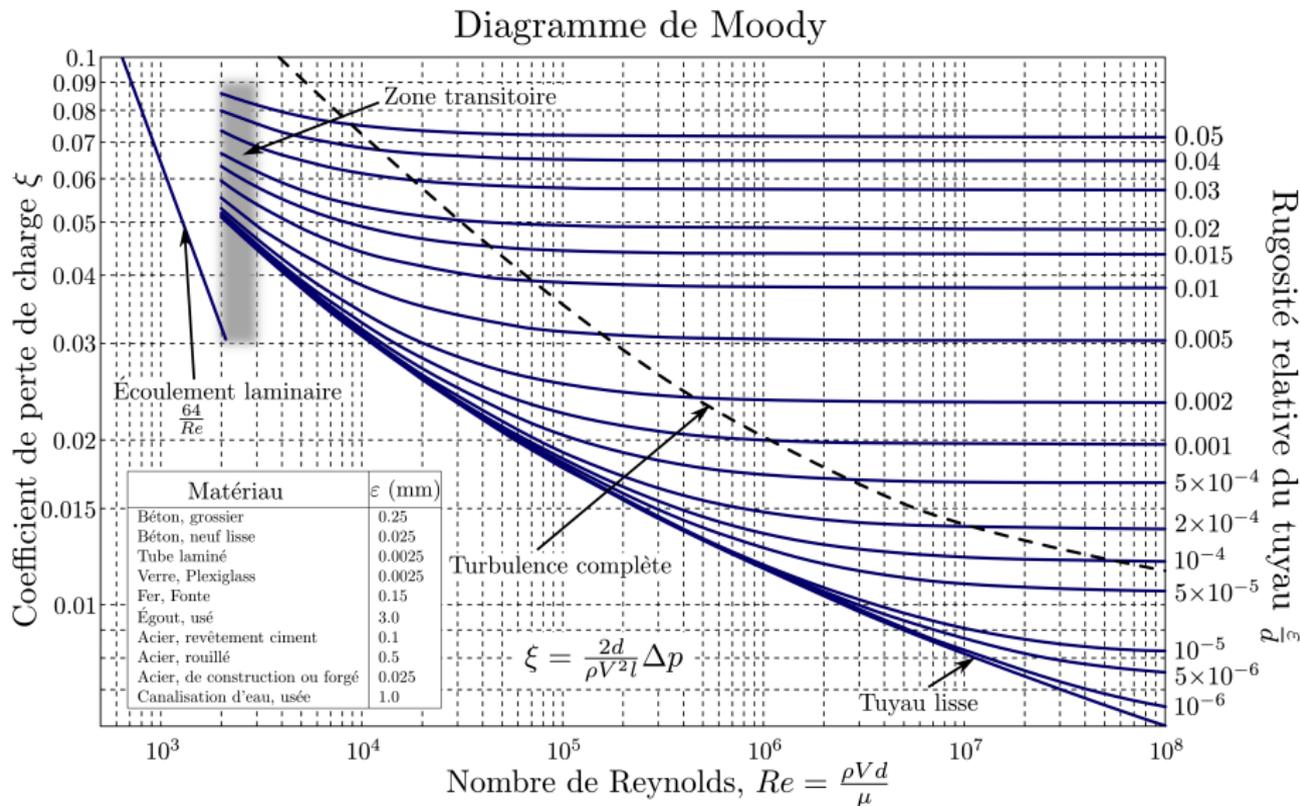
> Si rugosités (formule de Colerbrook) :

$$\frac{1}{\sqrt{\xi}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{Re \sqrt{\xi}} + \frac{\varepsilon}{3,7d} \right)$$

> Formule de Darcy

$$\frac{\Delta H_{reg}}{\ell} = \xi \frac{V^2}{2gd}$$



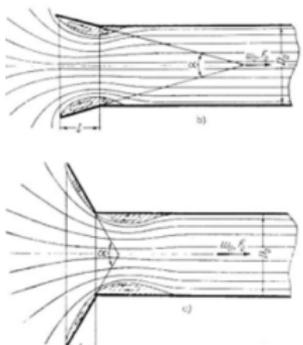


Pertes de charge singulières  $\Leftrightarrow$  Perturbations de l'écoulement normal

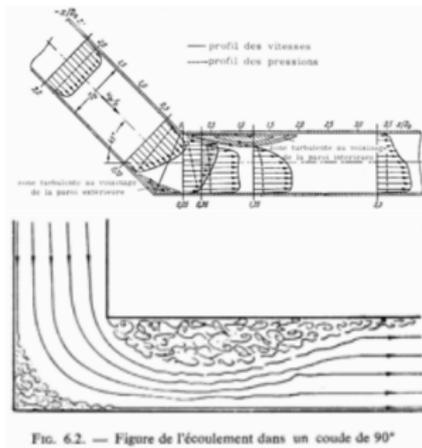
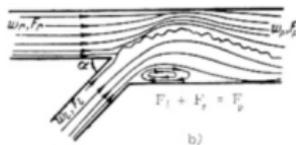
$$\Delta H_{sing} = K \frac{V^2}{2g}$$

- >  $K$  : coefficient de perte singulière
- > Changement de direction (coude)

- > Rétrécissement/élargissement



- > Embranchement



- > Entrée de conduite



## Théorème de Bernoulli

$$\underbrace{\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1}_{H_1} = \underbrace{\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2}_{H_2} + \underbrace{\sum_i \xi_i \frac{\ell_i V_i^2}{2gd_i} + \sum_j K_j \frac{V_j^2}{2g}}_{\Delta H = \Delta H_{reg} + \Delta H_{sing}}$$

- >  $H_1$  : charge en entrée
- >  $H_2$  : charge en sortie
- >  $\Delta H$  : somme des pertes de charge régulières et singulières

**Puissance consommée** par les pertes de charge :  $\mathcal{P} = Q_v \rho g \Delta H = Q_m g \Delta H$

### **Temporary page!**

$\LaTeX$  was unable to guess the total number of pages correctly. As there was unprocessed data that should have been added to the final page this extra page was added to receive it.

If you rerun the document (without altering it) this surplus page will go away.  $\LaTeX$  now knows how many pages to expect for this document.