Département 3EA
$2^{ème}$
INP Toulouse – ENSEEIHT

Introduction à la mécanique des fluides
Olivier LIOT
14 avril 2021

Pertes de charge : corrections

1 Oléoduc

6/ $P_{pompe} = \rho g \Delta H Q_v$

il faut donc calculer ΔH

$Re = \frac{4 Q_v}{\pi D \nu} = 1200 \rightarrow$ laminaire $\lambda = \frac{64}{Re} = 0.0530$

$\Delta H = \lambda \frac{L}{D} \left(\frac{4 Q_v}{\pi D^2}\right)^2 \frac{1}{2g} = 534$ m

$P_{pompe} = 83\,877$ W $\simeq 84$ kW

2 Pompe

8/ La surface libre du reservoir est à la pression atmospherique et on considère que l'aspiration se fait au niveau de la surface libre.

$\longrightarrow P_1 = P_{atm}$

$$H_1 = H_2 + \Delta H_{12}$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \Delta H_{12}$$

$V_1 = V_2$ Diamètre constant

$$\Delta H_{12} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v_1^2}{2g} + K \frac{v_1^2}{2g}$$

$V = \frac{4 Q_v}{\pi D^2} = 1.71$ m/s

$Re \simeq 1000 \longrightarrow$ laminaire $\lambda = \frac{64}{Re} = 0.0617$

$\Delta H_{12} = 1.34 + 0.74$

$= 2.09$ m

$$P_2 - P_1 = \left[z_1 - z_2 - \Delta H_{12} \right] \rho g$$

$$= \left[-0.8 - 2.09 \right] \rho g$$

$$P_2 - P_{atm} = \cancel{601.38}$$
$$= -0.255 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

il y a une dépression à l'entrée
(En effet on parle bien d'aspiration)

3 Dimensionnement d'une canalisation

2/ $Re = \frac{UD}{\nu}$

$U = \frac{4Q_v}{\pi D^2}$ ← conduite circulaire

$\rightarrow Re = \frac{4Q_v}{\pi D \nu} \longrightarrow D = \frac{4Q_v}{\pi \nu Re}$

a) $Re = 2000 \rightarrow D = 32$ m c'est vraiment très grand!

b) $Re = 1.10^5 \rightarrow D = 0.637$ m

l'écoulement est turbulent
→ Formule de Blasius

$\lambda = 0.316\, Re^{-1/4} \simeq 0.0178$

$U \simeq 0.157$ m/s

$\frac{\Delta P}{\rho g L} = \lambda \frac{U^2}{2gD} \rightarrow L = 2904$ km
→ c'est très long

c) $\frac{\Delta P}{\rho \cancel{g}} = \lambda \frac{L}{D} \frac{U^2}{2\cancel{g}}$

On fait l'hypothèse que le Reynolds est dans la gamme de validité de la formule de Blasius (à vérifier à posteriori)

$\lambda = 0.316\, (Re)^{-1/4} = 0.316 \left(\frac{4Q_v}{\pi D \nu}\right)^{-1/4}$

$\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{0.316}{2} \left(\frac{4Q_v}{\pi D \nu}\right)^{-1/4} \frac{L}{D} \left(\frac{4Q_v}{\pi D^2}\right)^2$

$\frac{\Delta P}{\rho} = \underbrace{\frac{0.316}{2} \left(\frac{4}{\pi}\right)^{7/4}}_{\simeq 0.241} L\, \nu^{1/4} Q_v^{7/4} D^{-19/4}$

$D^{19/4} \simeq 0.241 \frac{L \rho}{\Delta P} \nu^{1/4} Q_v^{7/4}$

$D = \left[0.241 \frac{L\rho}{\Delta P} \nu^{1/4} Q_v^{7/4}\right]^{4/19}$

A.N
$D = 0.119$ m
Vérification
$U = 4.5$ m/s
$Re = 5.3 \cdot 10^5$
↳ OK!

4 Centrale hydroélectrique

1. Les débits volumiques sont égaux (écoulement incompressible) $D_{vb} = D_{va} = V_a \Pi D_a^2/4 = 0,085\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$. Les Reynolds correspondants valent $Re_a = \rho V_a D/\eta = 3.6 \times 10^5$ et $Re_b = 5.4 \times 10^5$. L'écoulement est turbulent donc Hagen-Poiseuille est inopérante.

2. Pour la conduite $\mathcal{C}_a$, la hauteur relative des rugosités vaut $\varepsilon/D_a = 2 \times 10^{-4}$. Par lecture du diagramme de Moody, $\xi_a \approx 0,016$. Pour la conduite $\mathcal{C}_b$, la hauteur relative des rugosités vaut $\varepsilon/D_b = 3 \times 10^{-4}$. Par lecture du diagramme de Moody, $\xi_b \approx 0,017$.

3. On néglige la pente de la conduite. Les pertes de charges singulières Δz_s s'écrivent (grille, rétrécissement) :

$$\Delta z_s = \frac{K_g V_a^2 + K_r V_b^2}{2g}. \tag{1}$$

Les pertes de charge régulières s'écrivent :

$$\Delta z_r = \frac{\xi_a V_a^2 \ell_a}{2gD_a}. \tag{2}$$

Rappelons que le théorème de Bernoulli entre un point à la même altitude que la conduite bien avant la grille dans la retenue et un point sous la cheminée donne :

$$P_0 + \rho g z_h = P_0 + \rho g z_{ch} + \frac{\rho}{2} V_b^2 + \rho g(\Delta z_s + \Delta z_r) \tag{3}$$

Finalement on obtient la perte de charge totale, soit la différence de hauteur entre la retenue et le fluide dans la cheminée s'écrit :

$$z_h - z_{ch} = \frac{K_g V_a^2 + K_r V_b^2}{2g} + \frac{\xi_a V_a^2 \ell_a}{2gD_a} + \frac{V_b^2}{2g} = 0,76\,\mathrm{m}. \tag{4}$$

4. La pression à l'entrée de la turbine est obtenue en calculant via le théorème de Bernoulli entre un point à la surface de la retenue et l'entrée de la turbine :

$$P_{tot,e} = P_0 + \rho g(z_h - z_0) - \rho \frac{V_a^2}{2}\left(K_g + \xi_a \frac{\ell_a}{D_a}\right) - \rho \frac{V_b^2}{2}\left(K_r + K_1 + \xi_b \frac{\ell_b}{D_b} + K_2 + 1\right). \tag{5}$$

En sortie, on prend une ligne de courant sortant de la turbine jusqu'à l'extérieur et on applique Bernoulli

$$P_{tot,s} + \frac{\rho}{2} V_b^2 + \rho g z_0 = P_0 + \rho g z_0 + \rho \frac{D_b^4}{D_d^4}\frac{V_b^2}{2} + \rho \frac{V_b^2}{2} K_d. \tag{6}$$

Finalement,

$$P_{tot,s} = P_0 + \rho \frac{V_b^2}{2}\left(\frac{D_b^4}{D_d^4} + K_d - 1\right). \tag{7}$$

5. La puissance récupérée par la turbine est égale à la puissance due aux forces de pression qui s'appliquent sur la turbine : $\mathcal{P}_m = \eta_t D_v (P_{tot,e} - P_{tot,s})$ où D_v est le débit volumique calculé plus haut. On obtient alors $\mathcal{P}_m = 42\,\mathrm{kW}$.

6. Le diffuseur limite la perte de charge en sortie.