

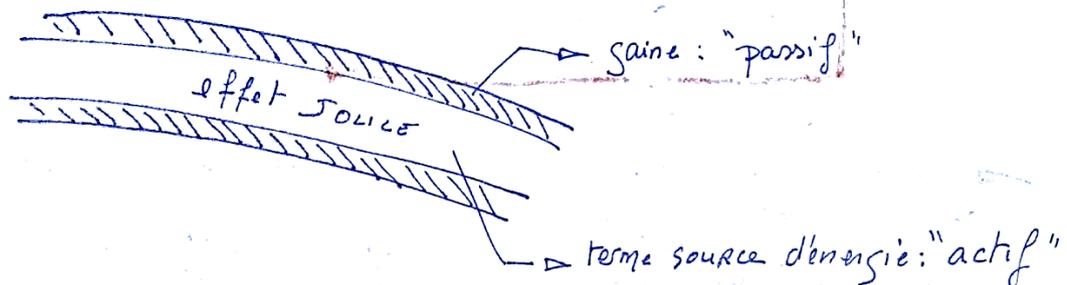
TRANSFERTS THERMIQUES : GENERALITES

1/ Conduction - Mécanismes

a) Définition

- Transfert thermique dans un milieu immobile, sans transfert de masse

Ex : *fil saine parcouru par un courant*



b) Mécanismes physiques

- Agitation thermique des molécules transmise de proche en proche (énergie de vibration)
- Phénomène diffusif (lent)

Exemples :

- Solides métalliques (bon conducteur)
- Fluides liquides ou gaz (mauvais conducteur) : application double-vitrage

2/ Modélisation – Loi de Fourier

ϕ : flux thermique [Watt]

$\vec{\varphi}$: vecteur densité surfacique de flux donné par la loi de Fourier

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \quad \text{Loi de cause à effet}$$

λ : conductivité thermique [W. m⁻¹ . K⁻¹]

$$\phi = \iint \vec{\varphi} \cdot \vec{n} \, ds \quad [\text{Watt}]$$

- Ordre de grandeur de λ : 10⁻² à 300 W. m⁻¹ . K⁻¹
- **Analogie électrique** : $\vec{j} = \sigma \vec{E} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V$

σ : conductivité électrique

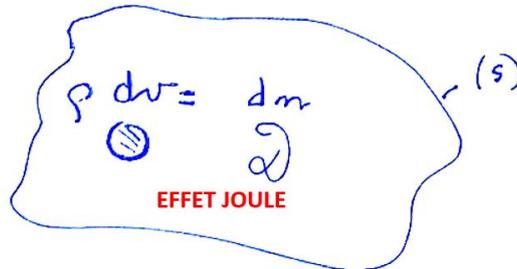
$$\text{Densité :} \quad \vec{\varphi} \Leftrightarrow \vec{j}$$

$$\text{Courant :} \quad \phi \Leftrightarrow I$$

$$\text{Potentiel :} \quad T \Leftrightarrow V$$

3/ Equation de conduction de la chaleur

a) Domaine de bilan



Bilan thermique : Production = Perte + stockage

Rem - chauffage d'un local (20°C): chauffage = pertes !

Production volumique (notée p) : effet Joule [W . m⁻³]

$P(M,t) = r \cdot j^2$ avec r : résistivité électrique [Ω . m] ($r = 1/\sigma$)

b) Equation bilan

- Puissance Joule : $\iiint_D p(M, t) dv$
- Perte en surface : $\iint \vec{\varphi} \cdot \vec{n} ds$
- Stockage : $\iiint_D \frac{dE}{dt}$ où $dE = m \cdot C \cdot dT$ (variation énergie interne)
Ici, masse dans dv : $dm = \rho dv$ (ρ : masse vol.)

$$\iiint_D p(M, t) dv = \iint \vec{\varphi} \cdot \vec{n} \, d\mathbf{s} + \iiint_D \rho dv C \frac{dT}{dt}$$

En introduisant la loi de Fourier ($\lambda = \text{Cte}$), on obtient (sans demo) :

$$\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\delta T}{\delta t} = - \frac{p}{\lambda}$$

Avec $a = \frac{\lambda}{\rho C}$: diffusivité thermique [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$]

c) Cadre d'étude : régime permanent ($\lambda = \text{Cte}$)

- **Cas 1 : système « passif » ($p = 0$)**

$$\Delta T = 0$$

- **Cas 2 ; système « actif » avec effet Joule**

$$\Delta T + \frac{p}{\lambda} = 0$$

4/ Résolution

a) Démarche

Objectifs :

- Accéder au champ de température, $T(M)$
- Accéder au champ de densité de flux, $\vec{\varphi} (M)$

Moyens :

- Equation de la chaleur (hyp : $\lambda = \text{Cte}$) ou bilan local
- Résolution avec les **conditions aux limites**

b) Conditions aux limites

- Température imposée en paroi : peu réaliste sauf changement de phase
- Flux imposé en paroi : plus fréquent (solaire, combustion...)
- **Continuité du flux : le plus fréquent**
 - Contact entre 2 solides : continuité du flux conductif à la paroi

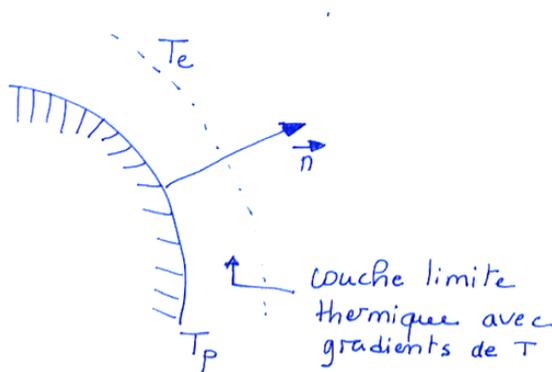
$$\boxed{-\lambda_1 S \frac{dT}{dx} = -\lambda_2 S \frac{dT}{dx}}$$

- **Contact solide – fluide** : notion de **convection**

1. Convection **libre** : sans écoulement fluide imposé, pilotée par la gravité
2. Convection **forcée** : avec écoulement imposé, piloté par le fluide en mouvement

5/ Convection

a) Modélisation – Loi de Newton



Loi de Newton

$$\overline{\varphi}_{Conv} = h (T_P - T_E) \vec{n}$$

$$-\lambda S \frac{dT}{dx} = h S (T_P - T_E)$$

b) Détermination du coefficient h

h : coefficient d'échange convectif (issu de la MKF) [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$]

Ordre de grandeur :

- Convection naturelle : 5 à 50 $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
- Convection forcée : jusqu'à 10⁵ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

Comment calculer le coefficient h analytiquement ? : utilisation de corrélation empiriques issues d'expériences.

Les corrélations doivent être **adimensionnelles** pour être universelles. Le coefficient h n'est pas un nombre sans dimension.

Construction d'un nombre sans dimension : le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{h L}{\lambda}$$

L : dimension caractéristique (voir exemple)

Exemple : Ecoulement pleinement développé dans un tube circulaire de diamètre D. On prendra logiquement : L = D

En MKF : il existe 2 régimes d'écoulement : **laminaire ou turbulent**, identifiable par le nombre de Reynolds, qui sera étudié dans le cours MKF.

$$\left(Re = \frac{U L}{\nu} \text{ avec } \nu : \text{ la viscosité} \right)$$

a/ **Régime laminaire** (Re < 2000)

– **Uniform Surface Heat Flux** (q_s''):

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 4.36$$

– **Uniform Surface Temperature** (T_s):

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 3.66$$

b/ **Régime turbulent** (Re > 4000)

Dittus – Boelter equation may be used as a first approximation:

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^n \quad \begin{cases} n = 0.3 & (T_s < T_m) \\ n = 0.4 & (T_s > T_m) \end{cases}$$

6/ Notion de rayonnement

En première approximation, l'échange radiatif s'écrit :

$$\overline{\varphi}_R = \varepsilon \sigma (T_P^4 - T_E^4) \vec{n}$$

ε : émissivité ; $\sigma = 5,6 \cdot 10^{-8} [\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}]$ (Cte de Stefan-Boltzman)

Configuration : $T_E \sim 300\text{K}$; $T_P \sim 400\text{K}$, soit : $\frac{T_P}{T_E} \sim 1$

On montre facilement : $\varepsilon \sigma (T_P^4 - T_E^4) \sim 4 \varepsilon \sigma T_E^3 (T_P - T_E)$

- $\overline{\varphi}_R = \varepsilon \sigma (T_P^4 - T_E^4) \vec{n} \sim 4 \varepsilon \sigma T_E^3 (T_P - T_E) \vec{n}$
- $\overline{\varphi}_{Conv} = h (T_P - T_E) \vec{n}$

Soit à comparer : h et $4 \varepsilon \sigma T_E^3$?

AN :

- $4 \varepsilon \sigma T_E^3 \sim 500 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ($T_E \sim 300\text{K}$)
- h : jusqu'à $10^5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, en convection forcée.

Rem : attention aux cas confinés (convection libre et h bcp plus faible)