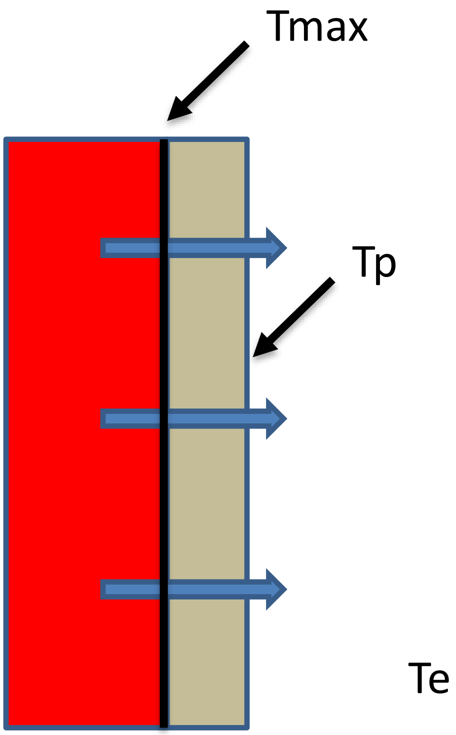
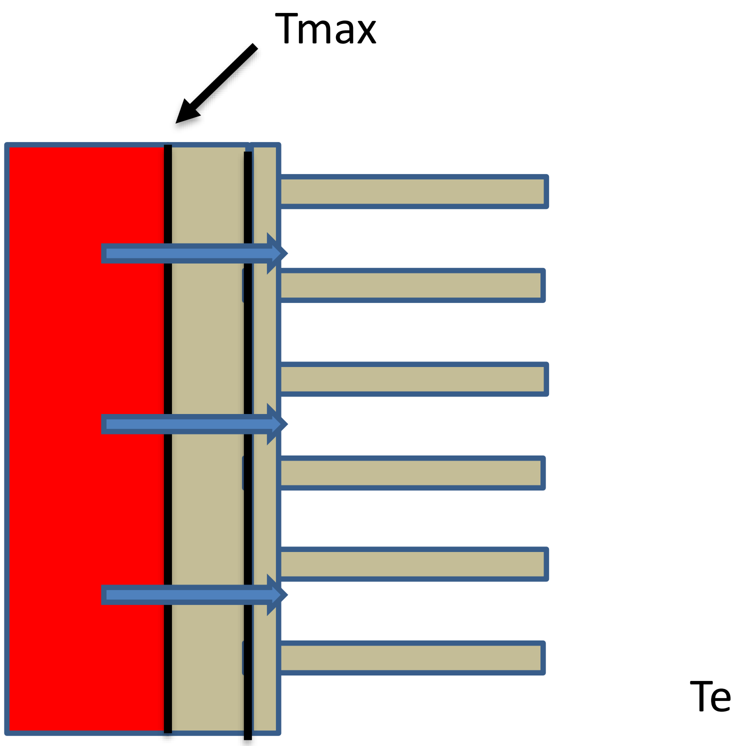
TRANSFERTS EN ECOULEMENT LIBRE

1/ Quelle problématique en régime permanent ?

- Echauffement d'un composant
- Evacuation du flux par une embase de fixation
- Température maximale atteinte ?
- Besoin (ou pas) d'ailettes de refroidissement ?





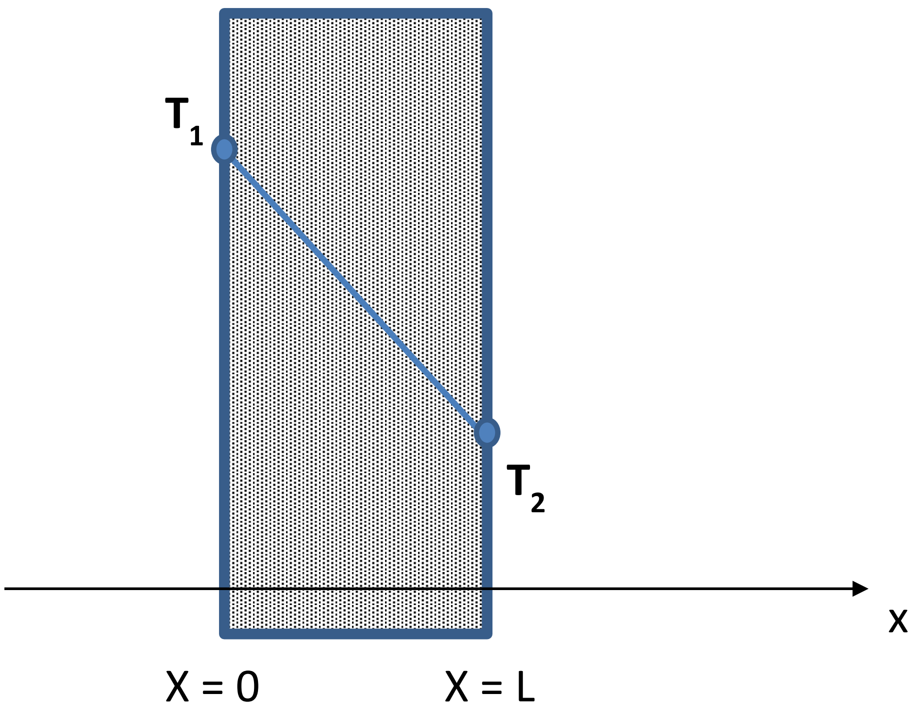
Cond + Convection **Cond + Ailettes (cond + conv !)**

Comment écrire les résistances thermiques associées ?

$$\boxed{\Phi = \frac{\Delta T}{\sum R}}$$

2/ Résistances thermiques en géométrie simple (λ = Cte)

a) Plaque à températures de parois imposées (pb 1D)



Equation de conduction : $\Delta T = -\frac{p}{\lambda}$

Pas d'effet Joule : p = 0 $\Delta T = 0$ soit $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$

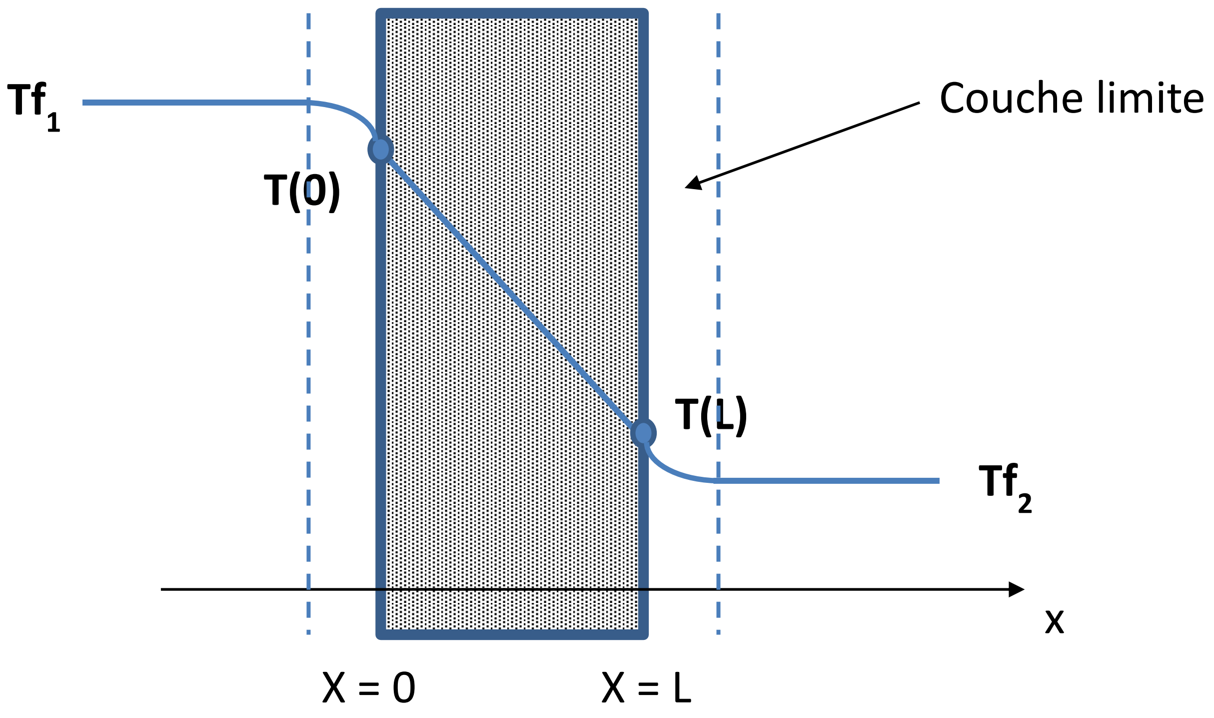
Solution : $$\boxed{T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L} . x}$$

Calcul du flux : $$\boxed{\phi = -\lambda S \frac{dT(x)}{dx} = \frac{T_1 - T_2}{L/_{\lambda S}}}$$

Soit : $\phi = \frac{T_1 - T_2}{R}$; R : résistance thermique de conduction

$$\boxed{R = \frac{L}{\lambda . S} \quad [K.W^{-1}]}$$

b) <u>Plaque en contact avec 2 fluides</u>



On cherche T(x), le flux Φ et l'expression des résistances

- Calcul de T(x) : **continuité de $\vec{\varphi}$ en paroi** :

$$-\lambda \left.\frac{dT(x)}{dx}\right]_{x=0} = h_1 \left[Tf_1 - T(0)\right] \quad (1)$$

$$-\lambda \left.\frac{dT(x)}{dx}\right]_{x=L} = h_2 \left[T(L) - Tf_2\right] \quad (2)$$

$T(x) = Ax + B$ avec A et B donnés par (1) et (2)

- Calcul direct du flux : **conservation du flux** à la traversée

$$\phi = h_1 S\left[Tf_1 - T(0)\right] = \frac{T(0) - T(L)}{L/\lambda S} = h_2 S\left[T(L) - Tf_2\right]$$

$$\phi = \frac{\left[Tf1 - T(0)\right]}{1/h_1 S} = \frac{T(0) - T(L)}{L/\lambda S} = \frac{\left[T(L) - Tf_2\right]}{1/h_2 S}$$

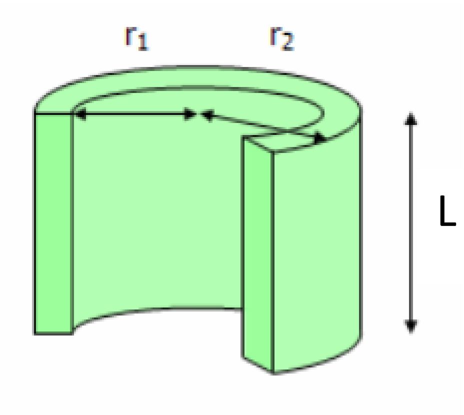
Soit

$$\phi = \frac{\left[Tf1 - Tf_2\right]}{1/h_1 S + L/\lambda S + 1/h_2 S} = \frac{\left[Tf1 - Tf_2\right]}{\sum R_{thermique}}$$

Résistance convective : $\boxed{R = \frac{1}{hS} \quad [K.W^{-1}]}$

Autre géométrie simple : cylindre creux (r_1 , r_2)

Ex d'application : gaine de fil électrique (Cf exo)



Il est possible :

- de trouver T(r), mais Laplacien en cylindrique !
- d'exprimer le flux sous la forme : $\phi = \frac{T_1 - T_2}{R}$

avec $\boxed{R = \frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

3/ Ailettes de refroidissement

a) Concept général

- ***Pourquoi faire ?***
  - Augmenter la surface d'échange
  - Baisser la temperature de surface Tp
  - Augmenter le flux à évacuer

- ***Pour quelle utilisation ?***
  - Echanges thermiques avec l'air ambiant
  - Ailettes fines : grand nombre (hyp ailette à section constante)
  - Ailette en réseau : facilité d'assemblage en parallèle

b) **Résistance d'ailette** (sans demo)

- ***Hypothèses***
  - λ = Cte.
  - section Cte ; Pb 1D
  - Ailette « longue » (à expliquer). Modèle de base (correction ?)
  - **Schéma**

- ***Température dans l'ailette***
  - Conduction le long de l'ailette **ET** convection en surface
  - Décroissance exponentielle de T(x)
  - Résistance d'ailette **Ra** : conduction (λ) + convection (h)

1 ailette : $Ra = 1 / \sqrt{hp\lambda s}$

N ailettes : **Ra/N**

S : section ailette

P : périmètre de la section

c) Exemple d'application

Echauffement d'un ensemble de semi-conducteur par effet Joule. Φ = 100 watts

Le flux doit être par une surface rectangulaire (une seule face) :

- Hauteur : 120 mm ; Largeur : 100 mm.
- Te = 20°C ; h = 10 $W.m^{-2}.K^{-1}$

1/ Quelle est la température atteinte en surface ?

2/ On souhaite limiter la température de surface en installant des ailettes :

- Largeur : 100 mm (comme la plaque)
- Longueur : 75 mm
- Epaisseur : 5 mm
- λ = 10 $W.m^{-1}.K^{-1}$

Combien doit-on en installer pour que la température de surface ne dépasse pas 120°C ? (on négligera le flux évacué entre ailettes)

1/ $$\phi = \frac{(T_p - T_e)}{\left(\frac{1}{hS}\right)} \Longrightarrow T_p = T_e + \frac{\phi}{hS} = \mathbf{850°C}\ !$$

2/ $$\phi = \frac{(T_p - T_e)}{\frac{R_a}{N}} = N\sqrt{hp\lambda s}\,.\,(T_p - T_e)$$

$$\Longrightarrow N = \frac{\phi}{(T_p - T_e).\sqrt{hp\lambda s}} = \mathbf{10}$$

Avec S = 5.10^{-4} m^2 ; p ~ 0,2 m

4/ Effet Joule

Configurations étudiées :

- Géométries simples (assemblage → géométries plus complexe)
- Puissance Joule (p) constante
- λ constant (sinon bilan thermique)
- Régime permanent

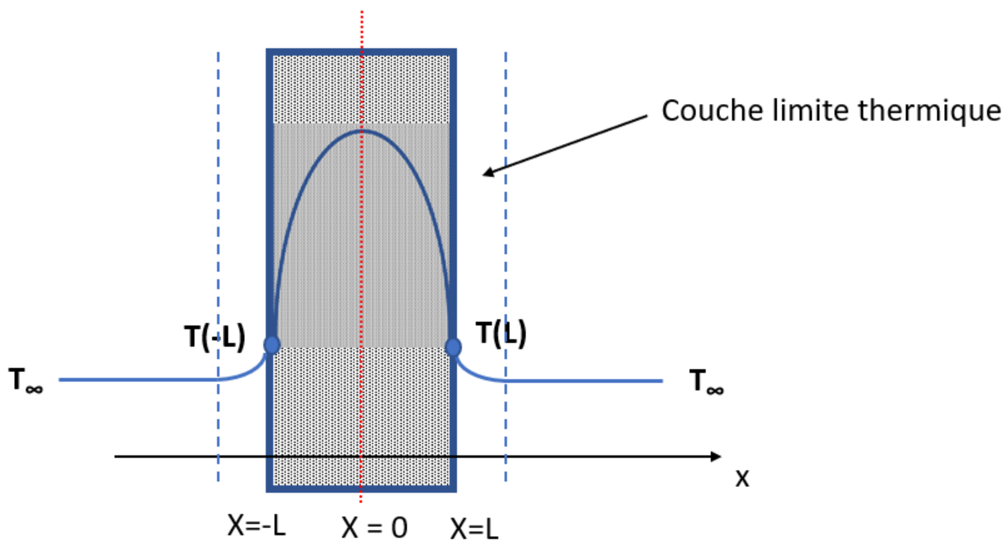
Equation de conduction de la chaleur avec effet Joule (p) :

$$\Delta T + \frac{p}{\lambda} = 0$$

Refroidissement par convection :

$$\overrightarrow{\varphi_{Conv}} = h\,(T_P - T_E)\,\vec{n}$$

a) <u>Géométrie plane (1D symétrique)</u>



Equation de conduction de la chaleur (1D) : $\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{p}{\lambda}$

Conditions aux limites (2 nécessaires) :

- X = 0 : $\frac{dT}{dx} = 0$ *(symétrie)*
- X = L (ou - L) $-\lambda S \frac{dT}{dx} = h\,(T_L - T_\infty)$ *(continuité)*

Solution : parabole dont les 2 paramètres sont fournis par les 2 CL

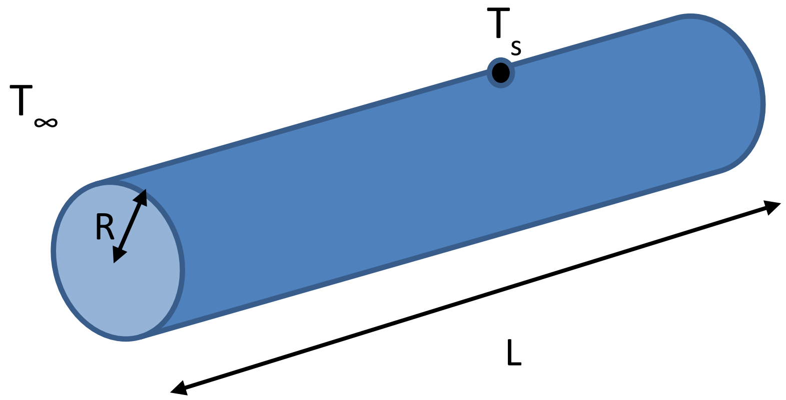
$$T(x) = -\frac{p}{2\lambda}(x^2 - L^2) + \frac{pL}{h} + T_\infty$$

Rem : $T_L > T_\infty$

$$T_{max} = T(0) = \frac{pL^2}{2\lambda} + \frac{pL}{h} + T_\infty$$ (fonte matériau !)

b) <u>Géométrie cylindrique</u> (R, L et L >> R)

Ex : fil métallique parcouru par un courant



Equation de conduction de la chaleur : $\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} = -\frac{p}{\lambda}$

Conditions aux limites (2 nécessaires) :

- r = 0 : $\frac{dT}{dr} = 0$ *(symétrie)*
- r = R : $T(R) = \boldsymbol{T_s}$ *(température de surface)*

Comment trouver **Ts** ? → Bilan : production = perte (permanent)

- Production par effet Joule : $p\,\pi R^2 L$
- Perte par convection : $2\pi RL\,h\,(T_s - T_\infty)$

D'où : $\boldsymbol{T_s} = \frac{pR}{2h} + T_\infty$

Solution : parabole dont les 2 paramètres sont fournis par les 2 CL

Rem : résolution par la méthode de variation de la constante

$$T(r) = \boldsymbol{T_s} - \frac{p}{4\lambda}\left(R^2 - r^2\right)$$

Ex : échauffement d'un fil gainé par un courant

Un fil métallique (résistivité r, rayon R_1, longueur L >> R_1) est parcouru par un courant d'intensité I.

Le fil est recouvert par une gaine en plastique de rayon R_2.

1/ Calculer la température à la surface du fil, T_s.

2/ Quelle est la température maximale atteinte par le fil, T_{max}?

Données :

$R_1 = 1$ mm ; $R_2 = 2$ mm

$\lambda_{fil} = 100\ W.m^{-1}.K^{-1}$; $\lambda_{gaine} = 1\ W.m^{-1}.K^{-1}$

$r = 2.10^{-7}\ \Omega.m$

$T_{ext} = 20°C$; $h = 10\ W.m^{-2}.K^{-1}$

Que connait-on ?

- Les deux résistances thermiques (gaine, convection)
- Le flux thermique, Φ, produit par effet Joule (par m)

$T_s - T_{ext} = \Phi\ .\ (R_{gaine} + R_{convection})$ fournit $\mathbf{T_s = 28°C}$

Tmax est calculable par la formule du cours (effet Joule – cylindre). MAIS pas utile de le calculer car $\mathbf{T_{max} \sim T_s}$ (R_1 est très faible et donc la température est quasi-homogène dans le fil !)