Équilibre des solides

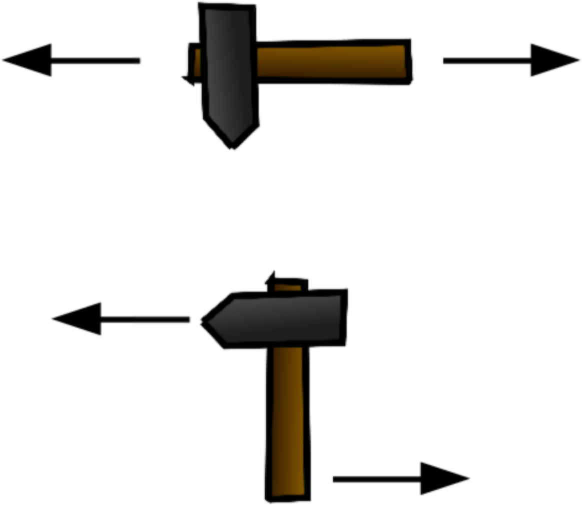
Février 2016

Définitions

Pour qu'un **solide indéformable** soit en équilibre alors il .... que la somme des forces exercées sur lui soit nulle.

1. est suffisant.
2. est nécessaire.
3. les deux.

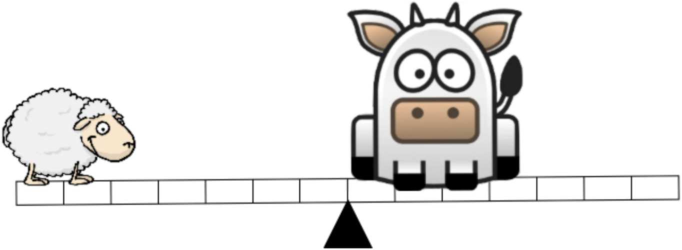
Exemple



Pour partager un bonbon en forme de canne avec un(e) ami(e) vous décidez de le faire tenir en équilibre sur votre doigt. Si vous voulez avoir la plus grosse part, alors vous prenez :

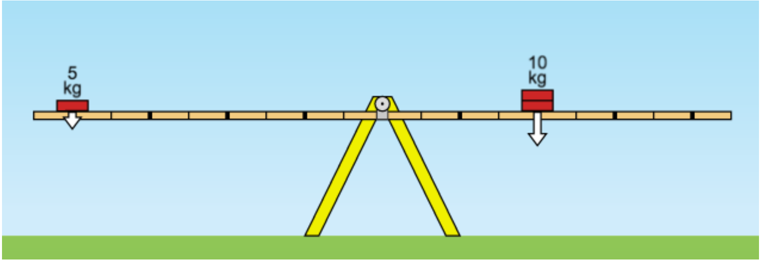
1. la part de gauche.
2. la part de droite.
3. l'une ou l'autre car les deux parts ont la même masse.

Qui est le plus lourd ?

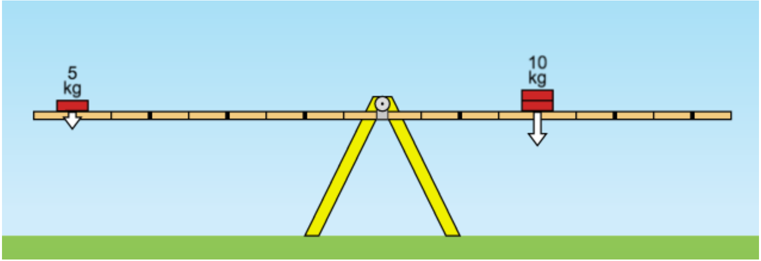


1. Moumoute.
2. Meuh.
3. Les deux ont la même masse.

Condition d’équilibre

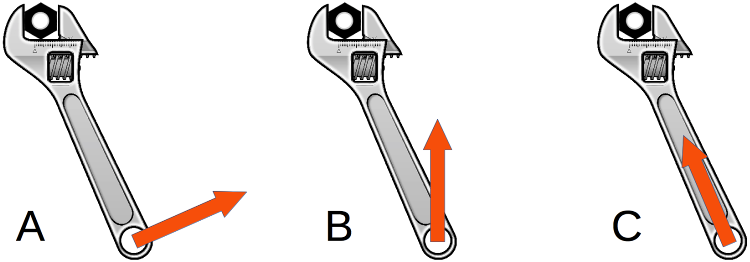


Condition d'équilibre



$$L_G \ M_G = L_D \ M_D$$

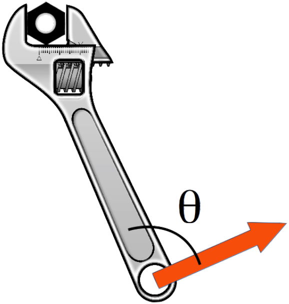
Pour mettre en rotation



Quelle situation est la plus efficace pour tourner l'écrou ?

Le moment : dépendance de l'angle

Quelle formule convient ?



1. $F\,L\,cos(\theta)$
2. $F\,L\,sin(\theta)$

Définitions

Une force est définie par un vecteur et un **point d'application**.

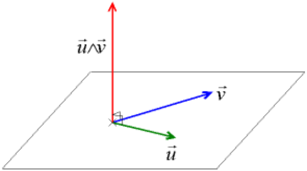
Le **moment** au point O d'une force qui s'applique au point P est définie par :

$$\overrightarrow{M}(\vec{F}/O) = \overrightarrow{OP} \wedge \vec{F}$$

Produit vectoriel : définition

$\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$, le **produit vectoriel** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, est :

- un **vecteur**
- **orthogonal** à $\vec{u}$ et $\vec{v}$
- la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est en sens direct
- de norme $\|\vec{u}\| \, \|\vec{v}\| \, sin(\theta)$



avec θ l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Produit vectoriel : calcul

$$u \wedge v = \begin{pmatrix} u_2v_3 - u_3v_2 \\ u_3v_1 - u_1v_3 \\ u_1v_2 - u_2v_1 \end{pmatrix}.$$

Produit vectoriel : exemple

Soit $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ un repère orthonormé.

Soient $\vec{A} = 1\,\vec{e}_x + 3\,\vec{e}_y$ et $\vec{B} = 5\,\vec{e}_x$. Que vaut le produit vectoriel $\vec{A} \wedge \vec{B}$?

1. $-15\,\vec{e}_z$
2. $5\,\vec{e}_x + 15\,\vec{e}_z$
3. $5\,\vec{e}_x + 3\,\vec{e}_y$
4. $15\,\vec{e}_z$
5. $6\,\vec{e}_x + 3\,\vec{e}_y$

Équilibre d'un système de solides indéformables

Un **système de solides indéformables** est en **équilibre** si l'on a :

$$\sum \vec{F}_{ext/système} = \vec{0}$$

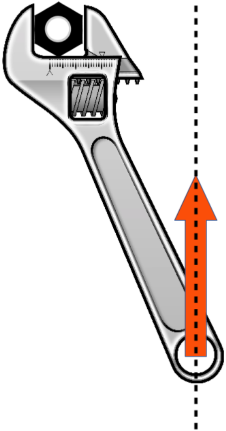
et pour **n'importe quel point A** :

$$\sum \vec{M}(\vec{F}_{ext/système}/A) = \vec{0}$$

Droite d'action

La **droite d'action** d'une force :

- passe par le point d'application de la force
- à la direction de la force

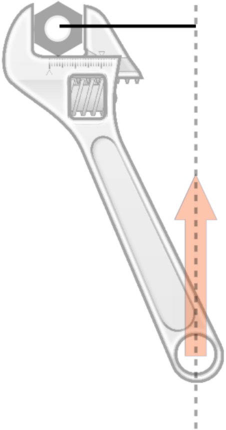


Bras de levier

La **droite d'action** d'une force :

- passe par le point d'application de la force
- à la direction de la force

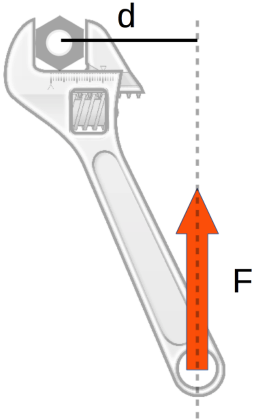
Le **bras de levier** est la distance du point de rotation à la droite d'action.



Mouvement plan 2D : moment

Dans le cas d'un **problème 2D**, on définit le moment comme :

- un nombre,
- positif si l'effet est de faire tourner dans le sens trigonométrique,
- d'intensité égale à la force multipliée par le bras de levier.



Dans l'exemple ci-contre:

$$M = F\,d$$

Équilibre d'un système de solides en 2D

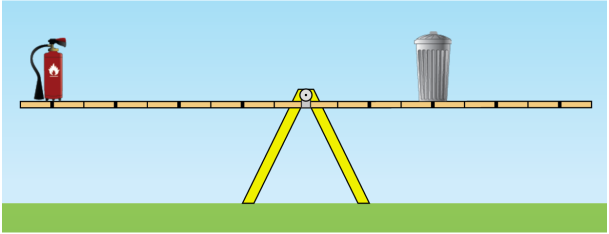
Un **système de solides** est en **équilibre** si l'on a :

$$\sum \vec{F}_{ext/système} = \vec{0}$$

et pour **n'importe quel point A** :

$$\sum M(\vec{F}_{ext/système}/A) = 0$$

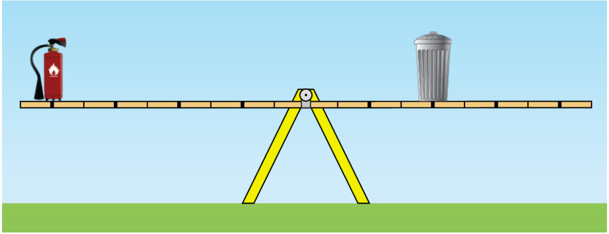
Exemple



Système : la barre horizontale.

Combien y a t-il de boites dans le diagramme d'interactions ?

Exemple



Système : la barre horizontale, l'extincteur et la poubelle.

Combien y a t-il de boites dans le diagramme d'interactions ?

La force de gravité / le poids

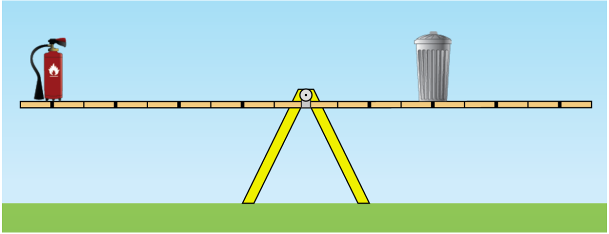
La force d'attraction de la Terre s'applique **partout** sur un système.

On peut montrer que cela revient à **une seule force** :

- dirigée vers le bas,
- d'intensité égale à la masse totale fois g,
- le point d'application est au **barycentre**.

On appel le **centre de gravité** le barycentre du système.

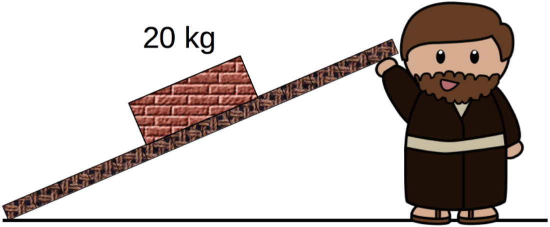
Exemple



Système : la barre horizontale, l'extincteur, la poubelle et les pieds.

Combien y a t-il de boites dans le diagramme d'interactions ?

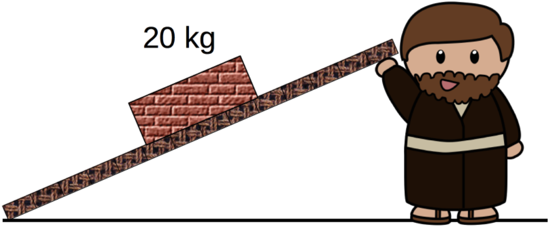
Pour faire son sport, John soulève un bloc de brique de 20 kg :



La masse de la planche est négligeable par rapport à celle de la brique. La force que John exerce est :

1. environ à 20 kg.
2. est plus petite que 20 kg.
3. bien plus grande que 20 kg.

La méthode générale :



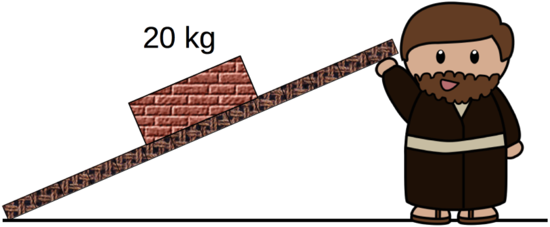
$$\sum \vec{F}_{ext/système} = \vec{0}$$

et

$$\sum M(\vec{F}_{ext/système}/A) = 0$$

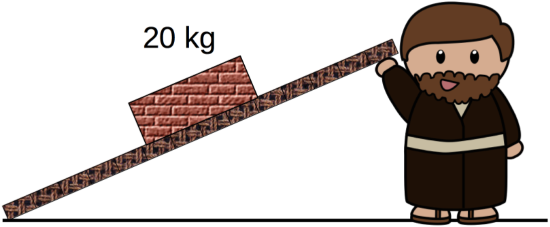
Étape 1 : choix du système

Pour répondre à cette question, le système à considérer est :



1. John
2. La planche
3. La brique
4. John et la planche
5. La brique et la planche
6. John, la brique et la planche.

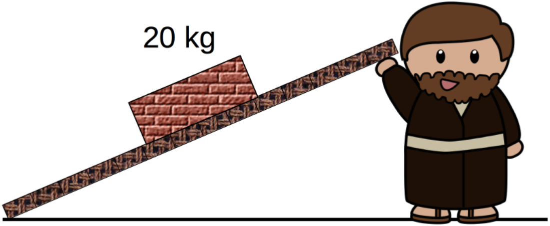
Étape 2 : bilan des forces



Système : la planche.

Combien y a t-il de boites dans le diagramme d'interactions ?

La méthode :

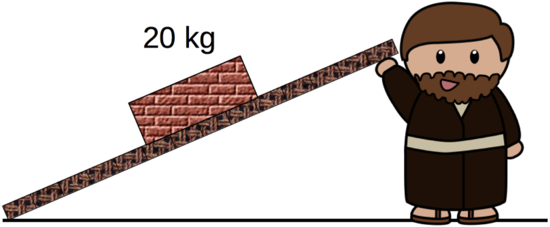


$$\sum \vec{F}_{ext/système} = \vec{0}$$

et

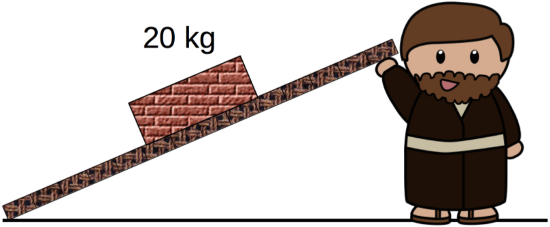
$$\sum M(\vec{F}_{ext/système}/A) = 0$$

Le point "A" à choisir est :



1. là où la planche touche le sol.
2. le centre de gravité de la planche
3. le centre de gravité de la brique
4. le centre de gravité de la brique et de la planche
5. là où John touche la planche.
6. n'importe où cela fonctionnera.

Le choix **judicieux** du point "A" est :



1. là où la planche touche le sol.
2. le centre de gravité de la planche
3. le centre de gravité de la brique
4. le centre de gravité de la brique et de la planche
5. là où John touche la planche.
6. n'importe où cela fonctionnera.