EXAMEN THERMODYNAMIQUE 2021-22

(1) Pour l'air humide on a $\phi_v = \frac{n_v}{n} = \frac{n_v}{n_a + n_v} = \frac{P_v}{P} = \frac{\varphi P_{sat}}{P}$ et $x = \frac{m_v}{m_a} = \frac{M_w}{M_a}\frac{n_v}{n_a} = \frac{M_w}{M_a}\frac{n_v}{n - n_v} = \frac{M_w}{M_a}\frac{P_v}{P - P_v}$

A l'entrée du compresseur, l'air est saturé en humidité donc $\varphi_e = 100\%$. On a donc :

$$\phi_{v_e} = \frac{P_{sat}(T_e)}{P_e} \quad \text{et} \quad x_e = \frac{M_w}{M_a}\frac{P_{sat}(T_e)}{P_e - P_{sat}(T_e)}$$

A $T_e = 18°C$ $P_{sat}(T_e) \simeq 2085,4\ Pa$ (extrapolation linéaire des tables) d'où, avec $P_e = 1$ bar,

$\phi_{v_e} = 0,0209$ et $x_e = 13,2$ g d'eau / kg d'air

---

(2) $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_a}{V}(1+x) = \phi_a \frac{M_a P}{RT}(1+x) = \rho_a \phi_a (1+x)$

On a $x = \frac{M_w}{M_a}\frac{\phi_v}{\phi_a} = \frac{M_w}{M_a}\frac{\phi_v}{1-\phi_v}$. On a donc $\phi_v = \frac{x}{x + \frac{M_w}{M_a}}$ et $\phi_a = \frac{M_w}{M_a}\frac{\phi_v}{x} = \frac{1}{1 + \frac{M_a}{M_w}x}$

On en déduit : $\rho = \rho_a \frac{1+x}{1+\frac{M_a}{M_w}x}$. En entrée $\rho_e = 1,189\ kg \cdot m^{-3}$

---

(3) $\dot{V} = 650\ L.s^{-1} = 0,65\ m^3 s^{-1}$. On a donc $\dot{m} = \rho_e \dot{V} = \boxed{0,773}\ kg \cdot s^{-1}$

$\dot{m} = \dot{m}_a(1+x_e) \Rightarrow \dot{m}_a = 0,7629\ kg.s^{-1}$ et $\dot{m}_v = \dot{m}_a x_e = 0,0101\ kg.s^{-1}$

---

(4) La compression est supposée adiabatique et réversible, c'est donc une compression isentropique.

Comme l'air humide est considéré comme un gaz parfait, la relation de Laplace est vérifiée pendant cette compression et on a

$$PV^{\gamma} = C^{te} \iff \frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = C^{te} \quad \text{où} \quad \gamma \simeq \gamma_a$$

On en déduit $T_s = T_e \left(\frac{P_s}{P_e}\right)^{\frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a}} = 642,6\ K = 369,6\ °C$

On applique le premier principe au {compresseur} qui est un système ouvert

$$\dot{m}\,\Delta h = \dot{W} = \dot{m}\,\frac{\gamma_a}{\gamma_a - 1}\,\frac{R}{M_a}\,\Delta T \Rightarrow \dot{W} = 272,7\ kW$$

Au cour de la compression, il n'y a, à priori, pas de changement de phase $\Rightarrow x_s = x_e$ et $\phi_{V_s} = \phi_{V_e}$

On a donc $P_{V_s} = \phi_{V_e}\,P_s = 33,4\ kPa$. À $T_s = 369,6°C$, on a $P_{sat}(T_s) = 21,03\ MPa$

$$\Rightarrow \varphi_s = \frac{P_{V_s}}{P_{sat}(T_s)} = 0,0016$$

---

(5) On a $\tau_1 = \tau_2$ et $\tau_1 \times \tau_2 = 16 \Rightarrow \tau_1 = 4$

$$T_{s_1} = T_e\,\tau_1^{\frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a}} = 432,4\ K = 159,4°C$$

$P_{V_{s_1}} = \phi_{V_e}\,P_{s_1} = 8,342\ kPa$. À $T_{s_1} = 159,4°C$ $P_{sat}(T_{s_1}) = 0,6178\ MPa$

$$\Rightarrow \varphi_{s_1} = 0,054 = 5,4\ \%$$

$$\dot{W}_1 = \dot{m}\,\frac{\gamma_a}{\gamma_a - 1}\,\frac{R}{M_a}\left(T_{s_1} - T_e\right) = 109,7\ kW$$

---

(6)
$$\begin{cases} \cdot\ h_a = C_{p_a}\,t = \dfrac{\gamma_a}{\gamma_a - 1}\,\dfrac{R}{M_a}\,t \\ \cdot\ h_L = C_{p_L}\,t \\ \cdot\ h_v = C_{p_v}\,t + L_0 = \dfrac{\gamma_w}{\gamma_w - 1}\,\dfrac{R}{M_w}\,t + L_0 \end{cases}$$

Bilan de masse dans l'échangeur $\dot{m}_a\left(1 + x_{e_2}\right) = \dot{m}_a\left(1 + x_{s_1}\right) + \dot{m}_L$

$$\Rightarrow \dot{m}_L = \dot{m}_a\left(x_{e_2} - x_{s_1}\right)$$

Bilan d'énergie dans l'échangeur : on applique le 1^{er} principe

$$\dot{m}_a\left(C_{p_a}t_{e_2}+x_{e_2}\left(C_{p_v}t_{e_2}+L_0\right)\right)-\dot{m}_a\left(C_{p_a}t_{s_1}+x_{s_1}\left(C_{p_v}t_{s_1}+L_0\right)\right)-\dot{m}_L C_{p_L} t_L=0$$

$$\Longrightarrow C_{p_a}t_{e_2}+x_{e_2}\left(C_{p_v}t_{e_2}+L_0\right)-C_{p_a}t_{s_1}+x_{s_1}\left(C_{p_v}t_{s_1}+L_0\right)-\left(x_{e_2}-x_{s_1}\right)C_{p_L}t_L=0$$

$$C_{p_a}t_{e_2}+x_{e_2}\left(C_{p_v}t_{e_2}+L_0-C_{p_L}t_L\right)=C_{p_a}t_{s_1}+x_{s_1}\left(C_{p_v}t_{s_1}+L_0-C_{p_L}t_L\right)$$

---

(7) En entrée du second compresseur, l'air est saturé $\varphi_{e_2}=100\%$ et $P_{v_2}=P_{sat}(t_{e_2})$

$\Longrightarrow x_{e_2}=\dfrac{M_w}{M_a}\dfrac{P_{sat}(t_{e_2})}{P_{e_2}-P_{sat}(t_{e_2})}$ où $P_{e_2}=P_{s_1}=4$ bar. Avec $t_{e_2}=68,5\,°C$, on a

$P_{sat}(t_{e_2})=29,342$ kPa et $x_{e_2}=0,0491$. On a alors

$$\begin{cases} C_{p_a}t_{e_2}+x_{e_2}\left(C_{p_v}t_{e_2}+L_0-C_{p_L}t_L\right)=1,9419.10^5 \ \text{J/kg d'air sec} \\ C_{p_a}t_{s_1}+x_{s_1}\left(C_{p_v}t_{s_1}+L_0-C_{p_L}t_L\right)=1,9595\ 10^5 \ \text{J/kg d'air sec} \end{cases}$$

$$\dot{m}_L=\dot{m}_a\left(x_{e_2}-x_{s_1}\right)=0,0274\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$T_{s_2}=T_{e_2}\left(\tau_2\right)^{\frac{\gamma_a-1}{\gamma_a}}=507,5\,K=234,5\,°C$$

$$\dot{W}_2=1,2872\ 10^5\,W$$

$$\dot{W}_1+\dot{W}_2=2,3841\ 10^5\,W<\dot{W}=2,7269\ 10^5\,W$$