Transferts avec changement de phases

Catherine Colin
Pr ENSEEIHT/INP

Marc Prat
DR CNRS/IMFT

Ebullition (9h)

Evaporation (6h)

Situations industrielles impliquant des écoulements diphasiques avec changement de phase

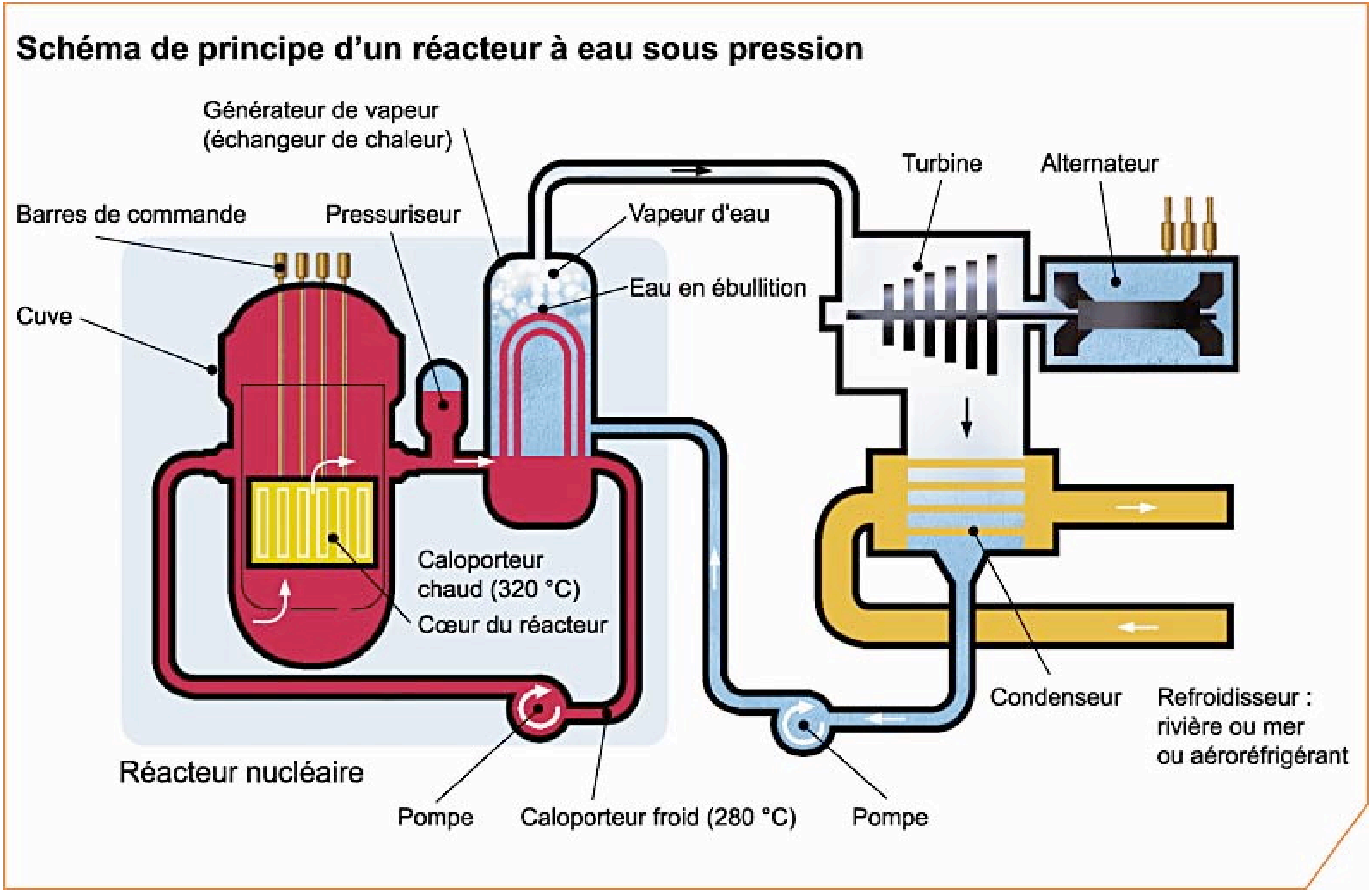
Production de vapeur : centrales thermiques

Extraction pétrolière

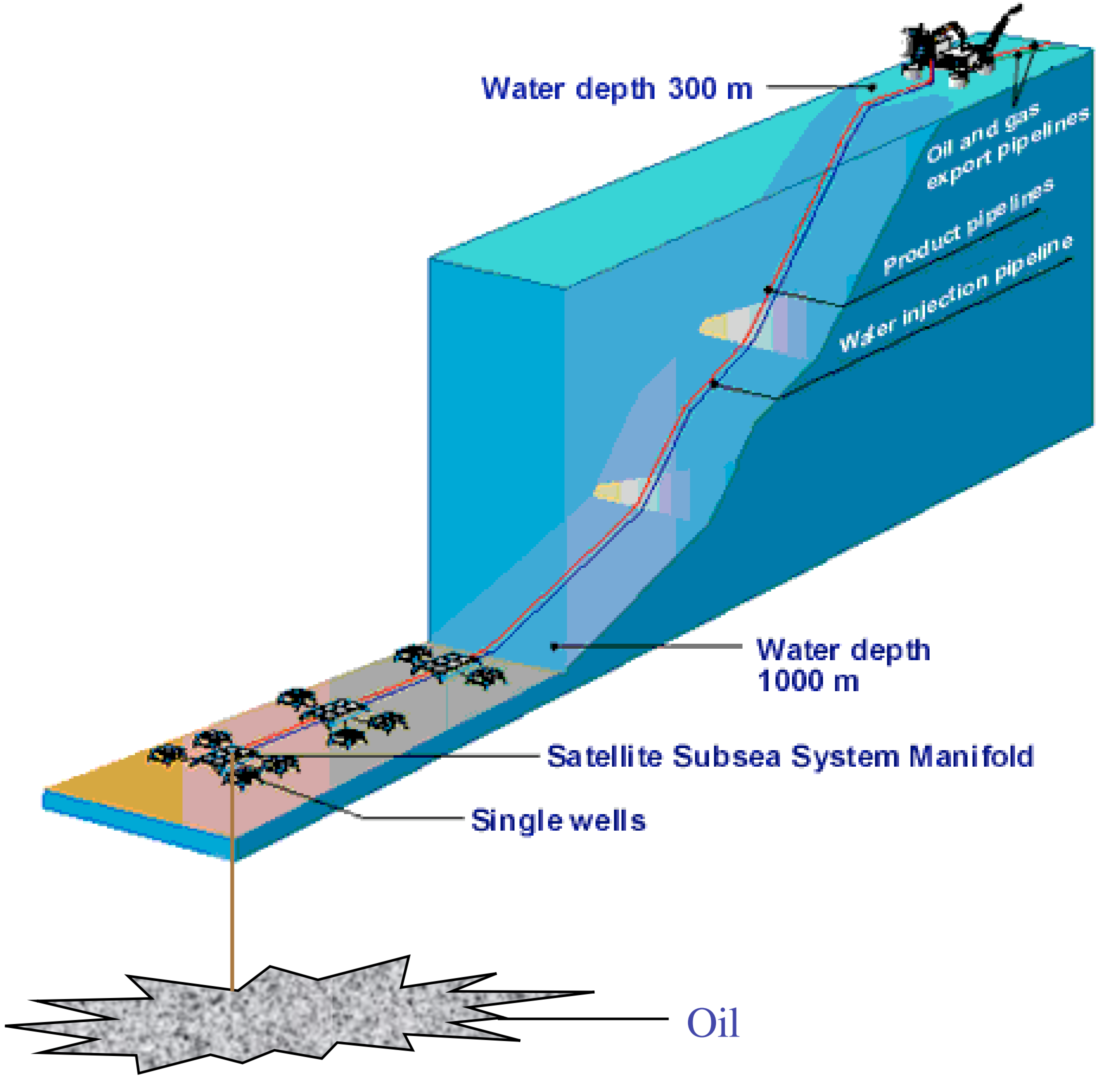
Amélioration des échanges thermiques : échangeurs diphasiques dans l'industrie automobile ou aérospatiale

Cavitation

Centrale thermique



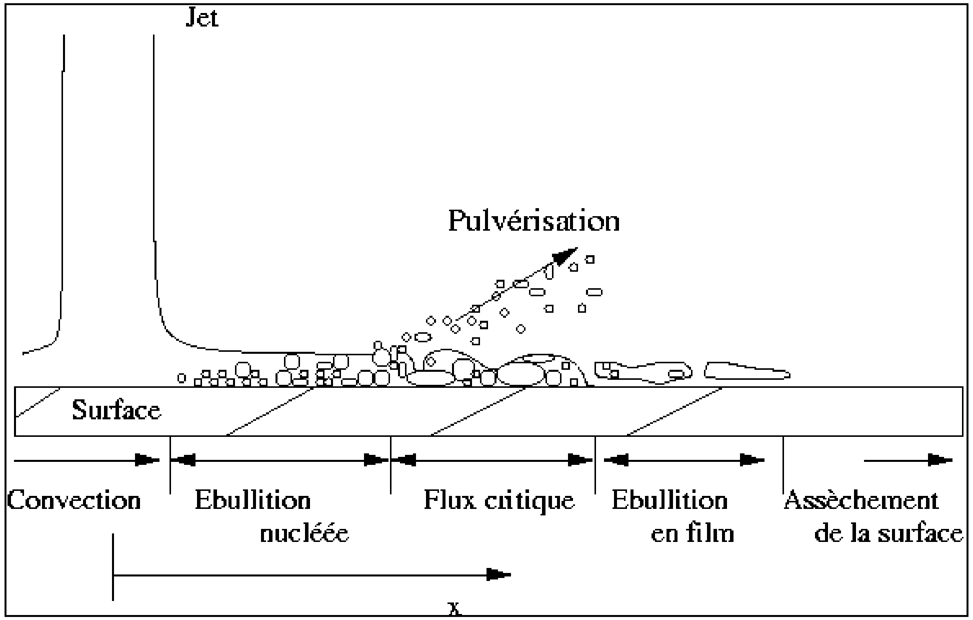
Extraction pétrolière

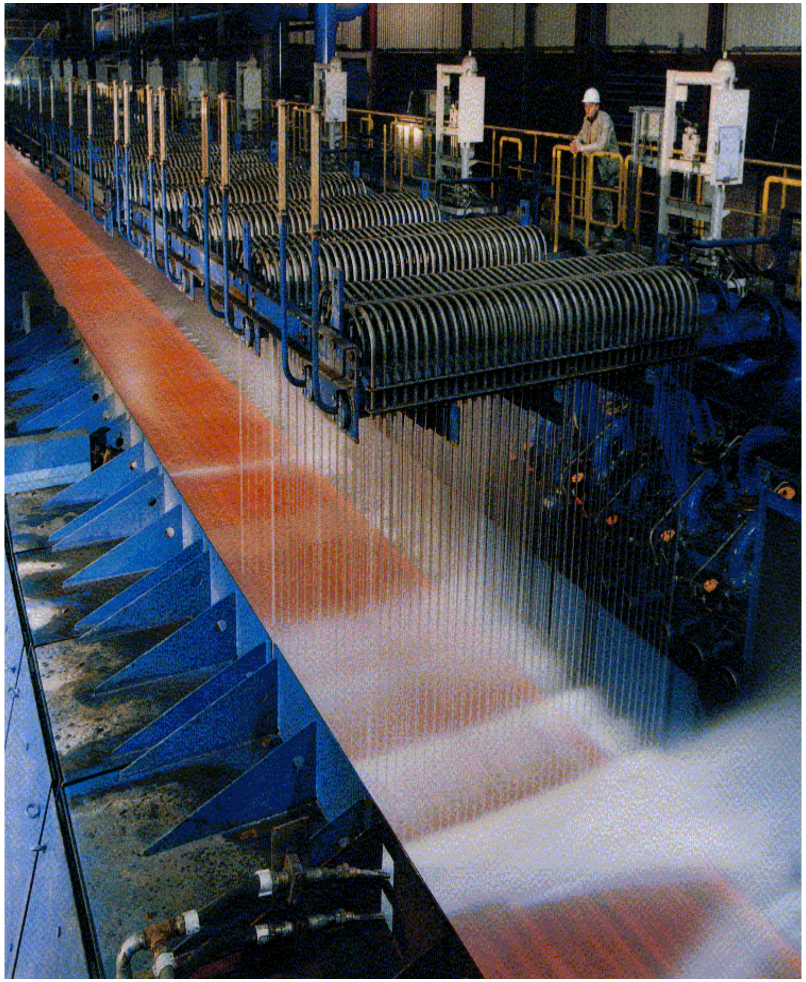


Refroidissement des plaques d'acier

✓Refroidissement par jets d'eau impactant des aciers lors du laminage à chaud.

- ➢ Contrôle de la température et donc des propriétés mécaniques des matériaux.





Rampe de jet en sortie de laminoir

(Copyright ARCELOR)

Plan du cours sur l’ébullition

Chapitre 1 Quelques rappels thermodynamiques

1. Stabilité de l'équilibre thermodynamique
2. Enthalpie de transition de phase et relation de Clapeyron
3. Isothermes de Van der Waals - Palier de vaporisation -Courbes de saturation

Chapitre 2 Notions de base : thermodynamique des interfaces et équations de bilan

1. Tension superficielle
2. Contact à trois phases : mouillage et angles de contact
3. Equations de bilan aux interfaces

Plan du cours sur l'ébullition (suite)

Chapitre 3 Nucléation homogène, hétérogène

1. Notion d'état métastable
2. Equilibre d'un embryon de vapeur dans un liquide surchauffé
3. Taux de nucléation homogène
4. Nucléation hétérogène sur paroi lisse
5. Activation d'embryons préexistants
6. Effet de la couche limite thermique
7. Densité de sites de nucléation

Chapitre 4 Dynamique et transfert à l'échelle d'une bulle

1. Ebullition ou condensation d'une bulle de vapeur en milieu infini
2. Croissance de bulles sur une paroi chauffée
3. Dynamique de bulles en croissance
4. Diamètres de bulles et fréquence de détachement

Plan du cours sur l’ébullition (suite)

Chapitre 5 Transferts en ébullition libre

1. Les différents régimes de l'Ébullition libre
2. Régime de convection naturelle
3. Ébullition nucléée
4. Crise d'ébullition - Flux critique
5. Ebullition en film
6. Flux de chaleur minimum
7. L'ébullition de transition
8. Quelques effets paramètriques sur l’ébullition libre

Chapitre 2 Notions de base : thermodynamique des interfaces et équations de bilan

1. Tension superficielle

Origine physique - force capillaire - Loi de Laplace

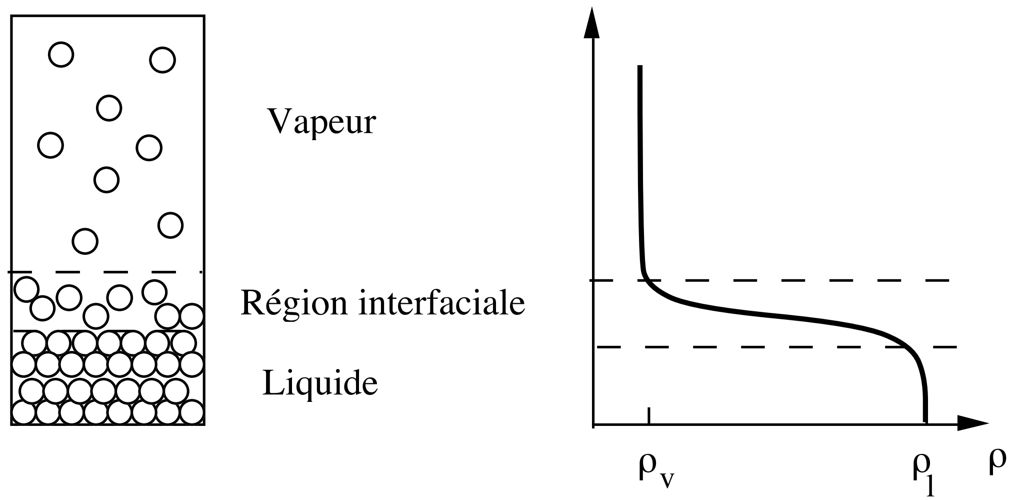
2. Contact à trois phases : mouillage et angles de contact

Equation de Young - Angles de contact dynamiques

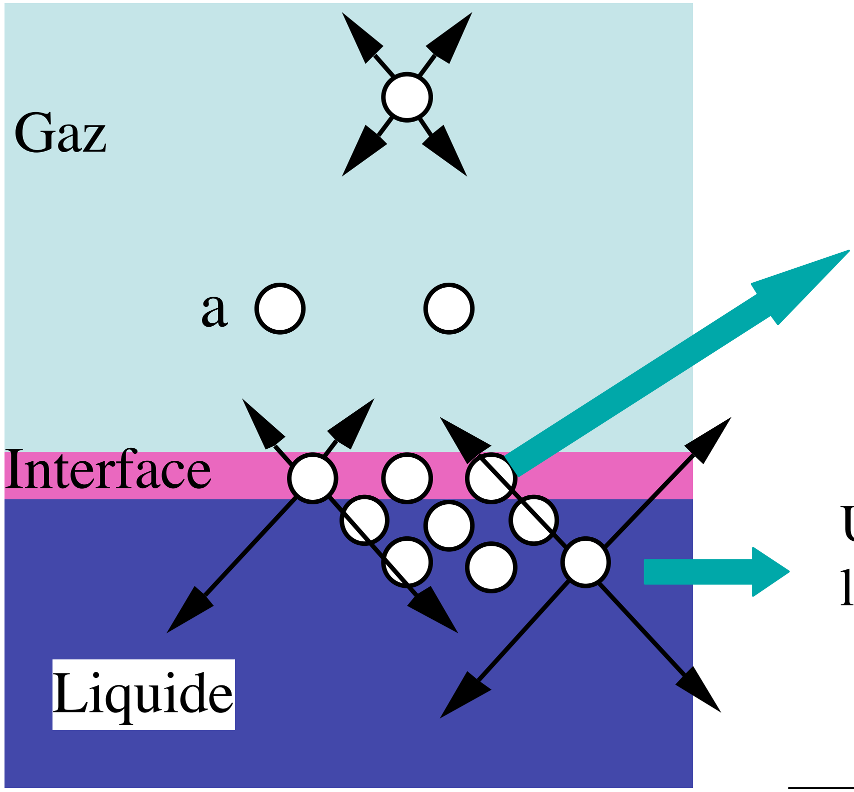
3. Equations de bilan aux interfaces

Masse - Quantité de mouvement - Energie

Tension interfaciale



Origine physique de la tension interfaciale



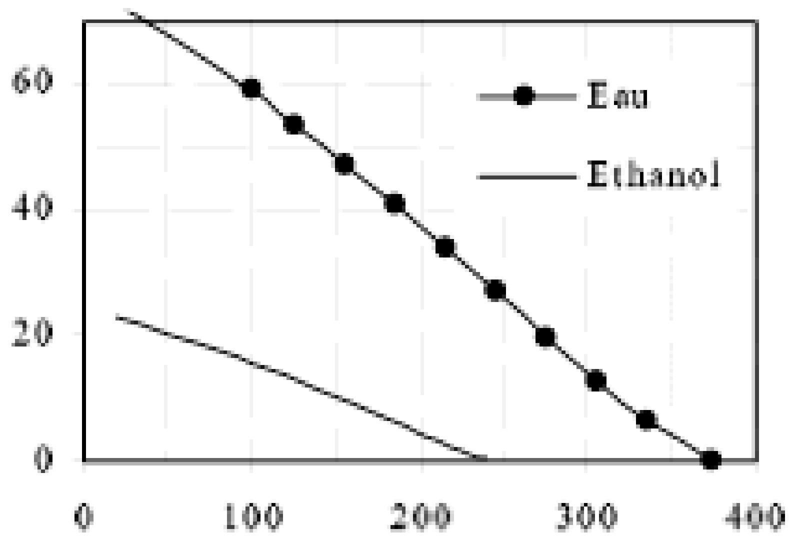
$$\sigma \approx \frac{U}{2a^2}$$

U : énergie de cohésion dans le liquide

	σ (mN/m)
Eau	72
Huile	20
Mercure	485

Variation de la tension superficielle avec la température

σ (dyn/cm)

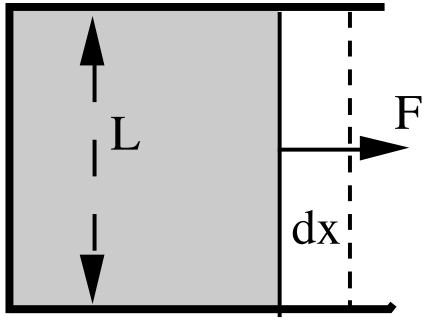


T (°C)

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{T}{T_{crit}}\right)^n$$

Force Capillaire

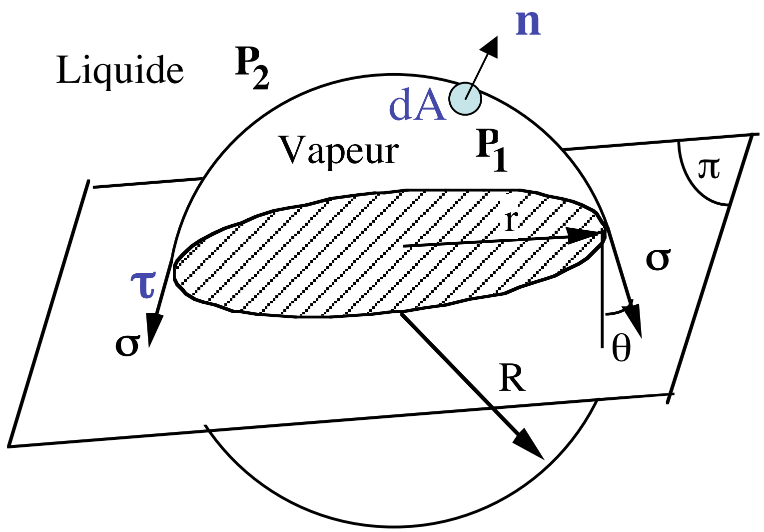
Force capillaire



Tension de surface : force par unité de longueur (N/m)

$$dW = F\,dx = 2\,\sigma\,L\,dx$$

Equilibre mécanique d'une interface : Loi de Laplace



$$\delta \mathbf{F_P} = (P_1 - P_2)\mathbf{n}dA$$

$$\mathbf{F_p} \cdot \mathbf{k} = \int_A (P_1 - P_2) \cdot dA' = (P_1 - P_2)\pi r^2$$

$$\delta \mathbf{F_\sigma} = -\sigma \cdot dl \cdot \boldsymbol{\tau}$$

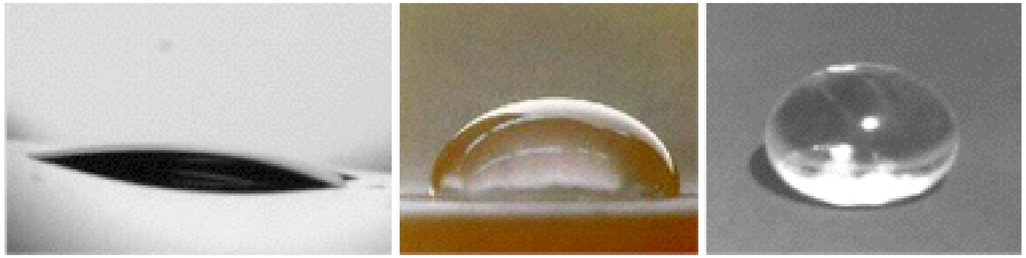
$$\delta \mathbf{F_\sigma} \cdot \mathbf{k} = \int_\Gamma -\sigma \cdot dl \cos\theta = \int_\Gamma -\sigma \cdot dl \frac{r}{R} = -2\pi\sigma \frac{r^2}{R}$$

Loi de Laplace :

$$P_1 - P_2 = \frac{2\sigma}{R}$$

$$P_1 - P_2 = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

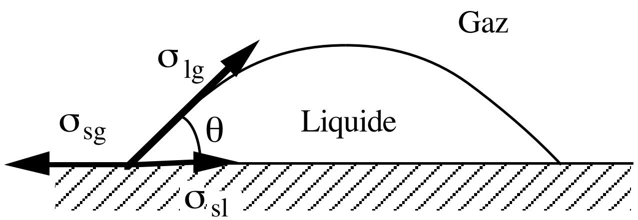
Contact à 3 phases : mouillage et angles de contact



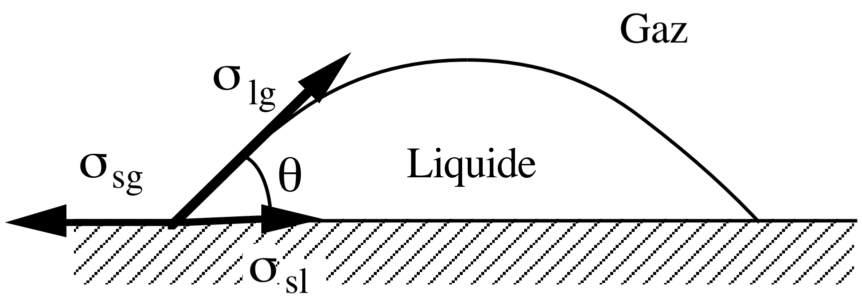
Angles de contact 15° 100° 180°

$\theta<90°$ fluide mouillant

$\theta > 90°$ fluide non mouillant



Equation de Young

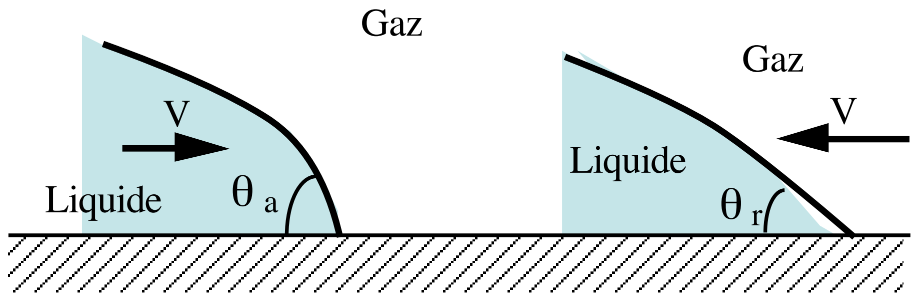


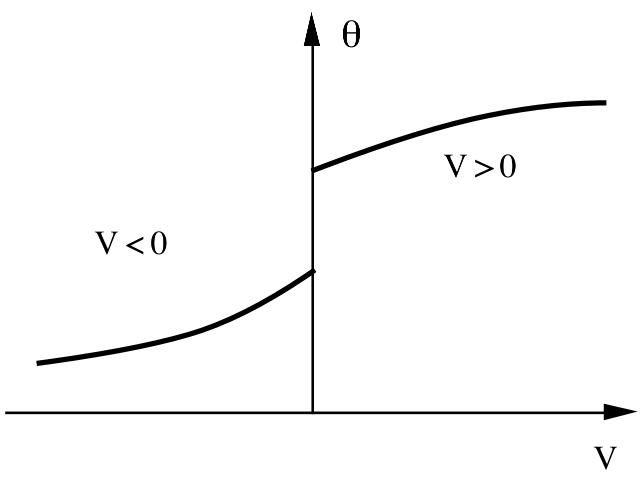
3 interfaces $\Rightarrow$ 3 tensions interfaciales

Equilibre des forces au niveau de la ligne de contact :

$$\sigma_{sg} = \sigma_{sl} + \sigma_{lg} \cos\theta$$

Angles de contact dynamiques

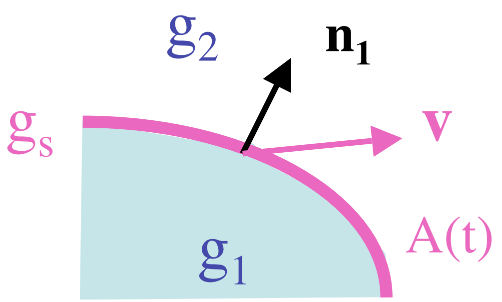




Loi de Hoffman-Tanner :

$$[\theta(V)]^3 - [\theta(0)]^3 = kCa \qquad \text{avec} \qquad Ca = \frac{\mu V}{\sigma}$$

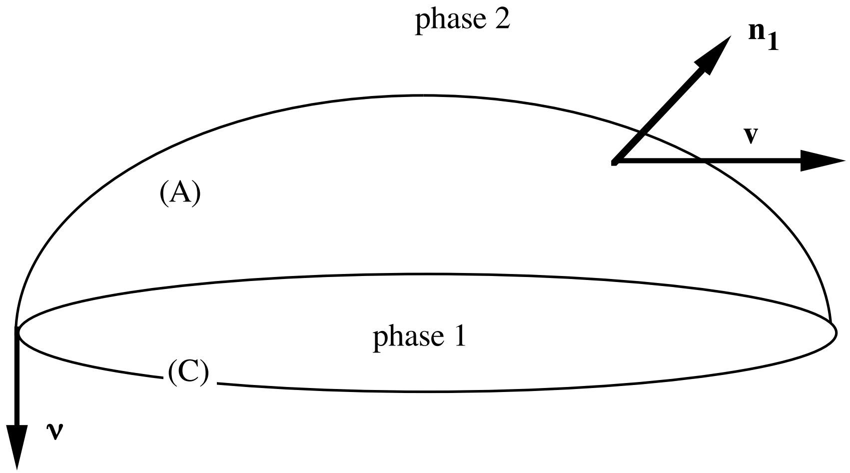
Equations de bilan aux interfaces



Variable locale g

g_s : densité surfacique
g_k : densité volumique

$$\boxed{G_s = \int_{A(t)} g_s \, dA}$$



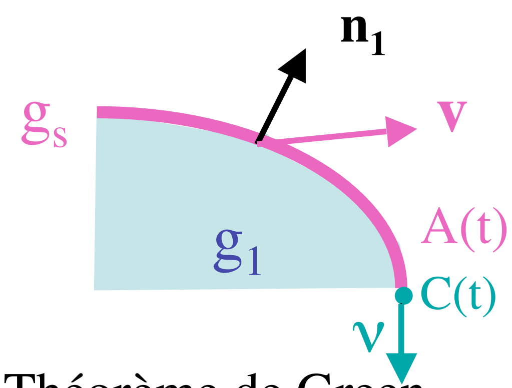
$$\frac{dG_s}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{A(t)} g_s \, dA =$$

$$\boxed{\sum_{k=1,2}\int_{A(t)}\left[g_k\left(\mathbf{u_k} - \mathbf{v}\right).\mathbf{n_k} + \Gamma_k \mathbf{n_k}\right]dA} - \boxed{\int_{C(t)} \Gamma_s \boldsymbol{\nu} \, dC}$$

Échange avec les 2 phases

Flux diffusif à travers le contour

Equations de bilan aux interfaces



$$\frac{dG_s}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{A(t)} g_s dA =$$

$$\sum_{k=1,2}\int_{A(t)}\left[g_k\left(\mathbf{u_k} - \mathbf{v}\right).\mathbf{n_k} + \Gamma_k \mathbf{n_k}\right]dA - \int_{C(t)}\Gamma_s \boldsymbol{\nu} dC$$

Théorème de Green

$$\int_{C(t)}\Gamma_s \boldsymbol{\nu} dC = \int_{A}\left(\mathrm{div}_s\Gamma_s - 2H\Gamma_s\mathbf{n}\right)dA$$

Théorème de Leibniz

$$\frac{d}{dt}\int_{A(t)} g_s dA = \int_{A(t)}\frac{\partial g_s}{\partial t}dA + \int_{C(t)} g_s \mathbf{v}.\boldsymbol{\nu} dC + \int_{A(t)} 2Hg_s\mathbf{v}.\mathbf{n}dA$$

$$= \int_{A(t)}\frac{\partial g_s}{\partial t}dA + \int_{A(t)}\mathrm{div}_s(g_s\mathbf{v}).dA$$

$$\frac{dG_s}{dt} = \int_{A(t)}\left[\frac{\partial g_s}{\partial t} + \mathrm{div}_s(g_s\mathbf{v} + \Gamma_s) - 2H\Gamma_s\mathbf{n}\right]dA = \sum_{k=1,2}\int_{A(t)}\left[g_k\left(\mathbf{u_k} - \mathbf{v}\right).\mathbf{n_k} + \Gamma_k\mathbf{n_k}\right]dA$$

Equations de bilan aux interfaces

$$\frac{dG_s}{dt} = \int_{A(t)} \left[\frac{\partial g_s}{\partial t} + \mathrm{div}_s (g_s \mathbf{v} + \Gamma_s) - 2H\Gamma_s \mathbf{n} \right] dA = \sum_{k=1,2} \int_{A(t)} \left[g_k (\mathbf{u_k} - \mathbf{v}).\mathbf{n_k} + \Gamma_k \mathbf{n_k} \right] dA$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial g_s}{\partial t} + \mathrm{div}_s (g_s \mathbf{v} + \Gamma_s) - 2H\Gamma_s \mathbf{n} = \sum_{k=1,2} \left[g_k (\mathbf{u_k} - \mathbf{v}).\mathbf{n_k} + \Gamma_k \mathbf{n_k} \right]$$

	g_k	Γ_k	g_s	Γ_s
Masse	ρ_k	0	0	0
Quantité de mouvement	$\rho_k \mathbf{u_k}$	$P_k \mathbf{I} - \mathbf{\Sigma_k}$	0	$-\sigma \mathbf{I_s}$
Energie totale	$\rho_k \left(e_k + \frac{1}{2} u_k^2 \right)$	$(P_k \mathbf{I}.\mathbf{n_k} - \mathbf{\Sigma_k}.\mathbf{n_k}).\mathbf{u_k} + \mathbf{q_k}$	e_s	$-\sigma\ \mathbf{n}.\mathbf{v}$

Equation de conservation de la masse

$$\sum_{k=1,2} J_k = \sum_{k=1,2}\left[\rho_k(\mathbf{u}_k - \mathbf{v}).\mathbf{n}_k\right] = 0$$

J_k flux de masse sortant de la phase k ($J_1+J_2=0$)

$J_k = 0 \Rightarrow \mathbf{u_1.n_1 = u_2.n_1 = v.n_1}$.

Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$-\mathrm{grad}_s(\sigma) + 2H\sigma\mathbf{n} = \sum_{k=1,2}\left[J_k\mathbf{u_k} + P_k\mathbf{n_k} - \Sigma_k\mathbf{n_k}\right] = \sum_{k=1,2}\left[J_k(\mathbf{u_k} - \mathbf{v}) + P_k\mathbf{n_k} - \Sigma_k\mathbf{n_k}\right]$$

Selon **n**

$$\boxed{P_1 - P_2 = 2H\sigma} - J^2\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right) + \mathbf{n}.(\boldsymbol{\Sigma}_1 - \boldsymbol{\Sigma}_2).\mathbf{n}$$

Loi de Laplace

J=J$_1$

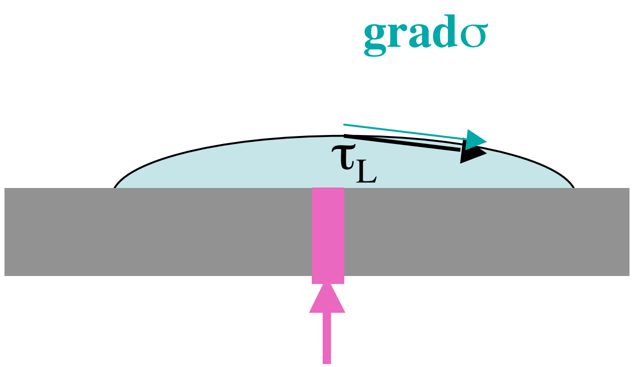
Selon **t**

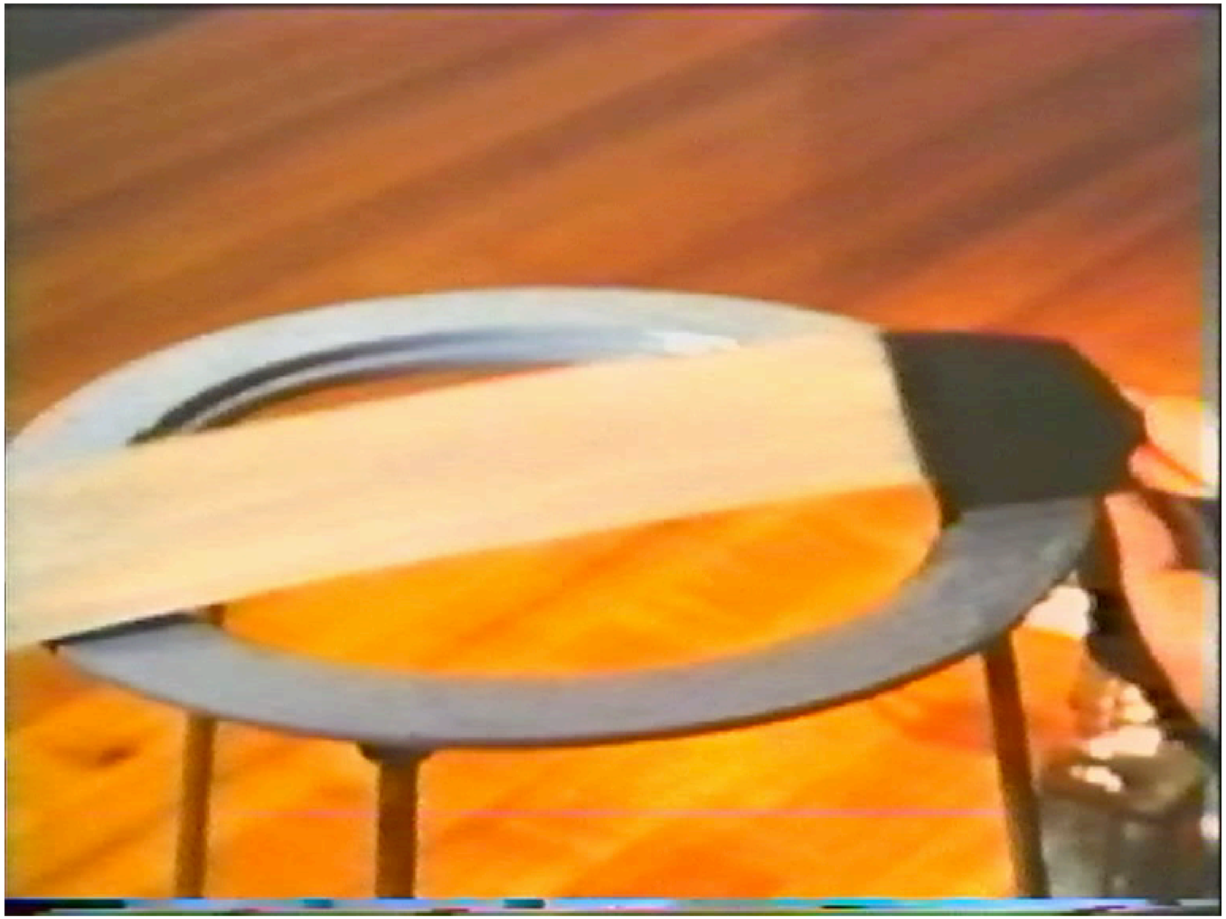
$$\boldsymbol{\tau}_1 - \boldsymbol{\tau}_2 = \mathbf{t}.(\boldsymbol{\Sigma}_1 - \boldsymbol{\Sigma}_2).\mathbf{n} = \mathrm{grad}_s\sigma$$

Convection Marangoni

$$\boldsymbol{\tau}_L - \boldsymbol{\tau}_G = \mathbf{t}.(\boldsymbol{\Sigma}_L - \boldsymbol{\Sigma}_G).\mathbf{n} = \boxed{\mathrm{grad}_s \sigma}$$

dû à un gradient de température ou de concentration





Equation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial e_s}{\partial t} + \mathrm{div}_s(e_s\mathbf{v}) - \mathrm{div}_s(\sigma\mathbf{v}) + 2H\sigma\mathbf{v}.\mathbf{n} = \sum_{k=1,2}\left[J_k\left(e_\mathbf{k} + \frac{1}{2}u_k^2\right) + \left(P_k\mathbf{u}_k - \boldsymbol{\Sigma}_k.\mathbf{u}_k + \mathbf{q}_k\right).\mathbf{n}_\mathbf{k}\right]$$

$$-\mathbf{v}.\left[\ -\mathrm{grad}_s(\sigma) + 2H\sigma\mathbf{n} = \sum_{k=1,2}\left[J_k(\mathbf{u}_\mathbf{k} - \mathbf{v}) + P_k\mathbf{n}_\mathbf{k} - \Sigma_k\mathbf{n}_\mathbf{k}\right]\ \right]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial e_s}{\partial t} + \mathrm{div}_s(e_s\mathbf{v}) - \sigma\mathrm{div}_s(\mathbf{v}) = \sum_{k=1,2}\left[J_k\left(\boxed{e_\mathbf{k} + \frac{P_k}{\rho_k}} + \frac{1}{2}\frac{J_k^2}{\rho_k^2} - \frac{\mathbf{n}_k.\boldsymbol{\Sigma}_k.\mathbf{n}_k}{\rho_k}\right) + \mathbf{q}_k.\mathbf{n}_\mathbf{k}\right]$$

faibles

h_k enthalpie de la phase k

$$J\left(h_2 - h_1\right) = Jh_{12} = \left(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2\right).\mathbf{n} + J\left(\frac{J^2}{2}\left(\frac{1}{\rho_1^2} - \frac{1}{\rho_2^2}\right) - \left(\frac{\Sigma_{1n}}{\rho_1} - \frac{\Sigma_{2n}}{\rho_2}\right)\right)$$

1 liquide
2 vapeur

$Jh_{lv} \approx \mathbf{q_1}.\mathbf{n_1} > 0$ vaporisation

$Jh_{lv} \approx \mathbf{q_1}.\mathbf{n_1} < 0$ condensation

Chapitre 3 Nucléation homogène, hétérogène

1. Notion d'état métastable
2. Equilibre d'un embryon de vapeur dans un liquide surchauffé
3. Taux de nucléation homogène
4. Nucléation hétérogène sur paroi lisse
5. Activation d'embryons préexistants
6. Effet de la couche limite thermique
7. Densité de sites de nucléation

Notion d'état métastable

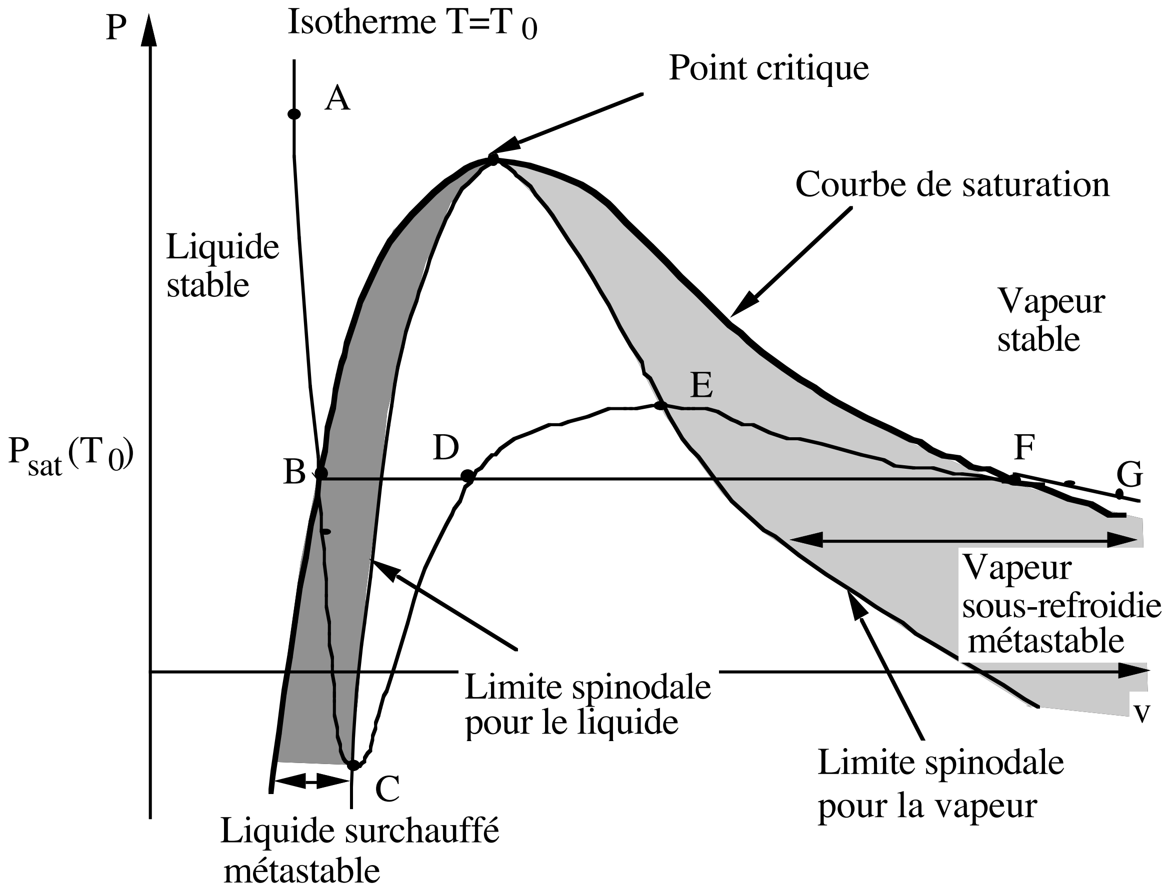
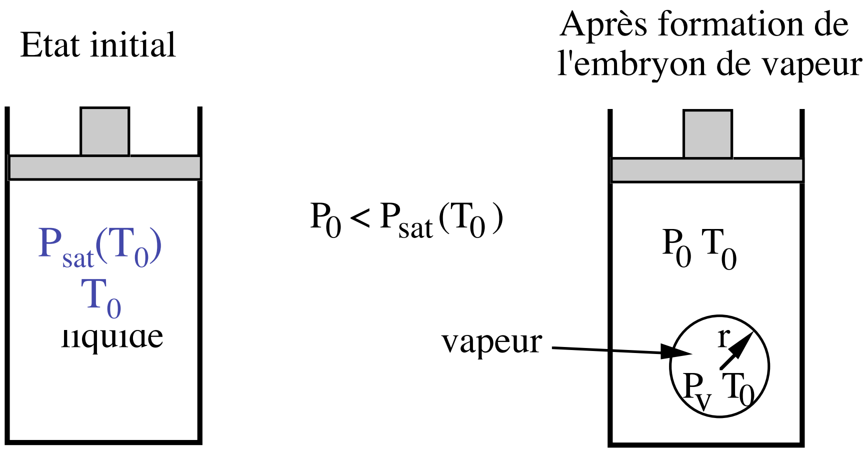
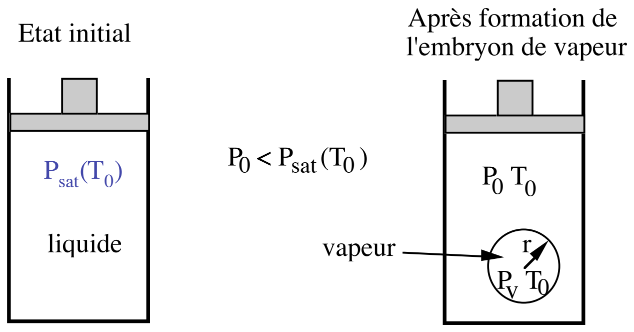


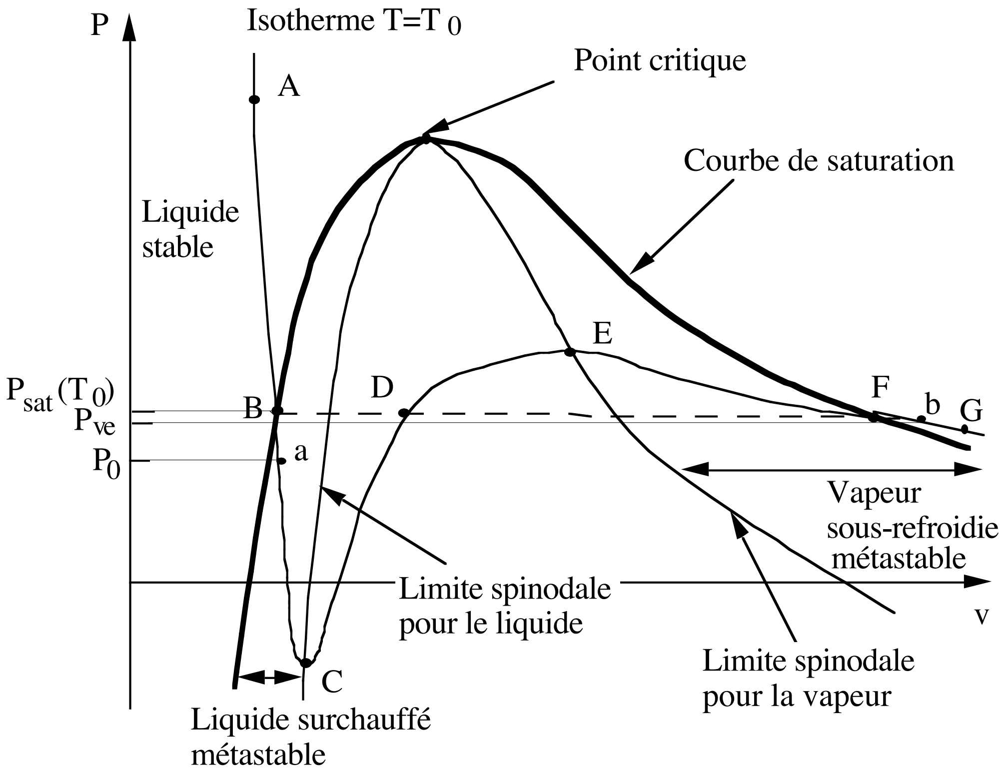
Diagramme de Clapeyron (pression-volume)

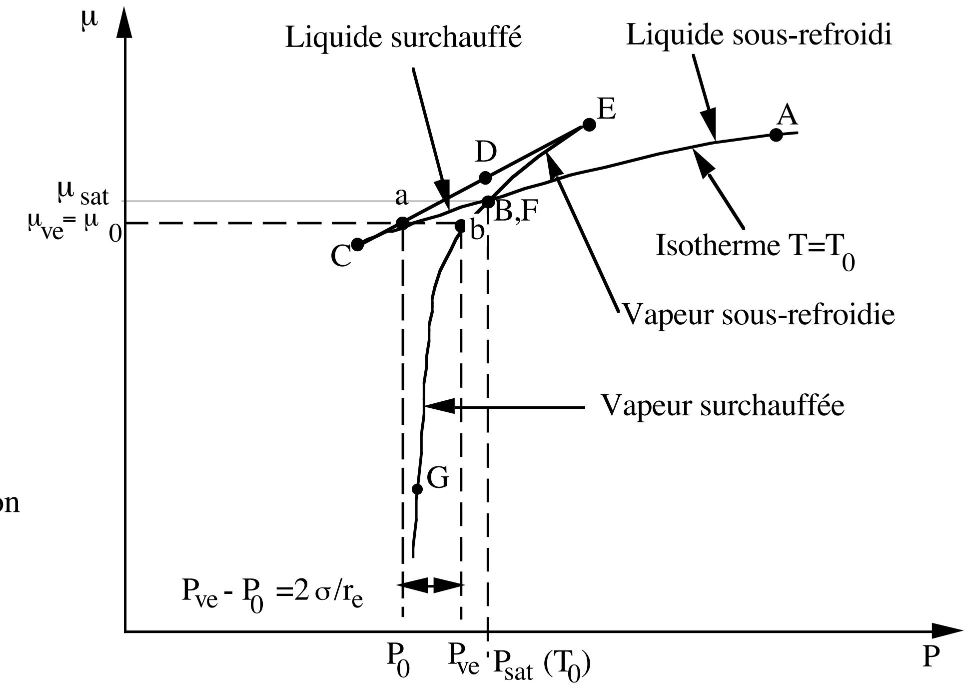
Equilibre d'un embryon de vapeur dans un liquide surchauffé



Equilibre d’un embryon de vapeur dans un liquide surchauffé







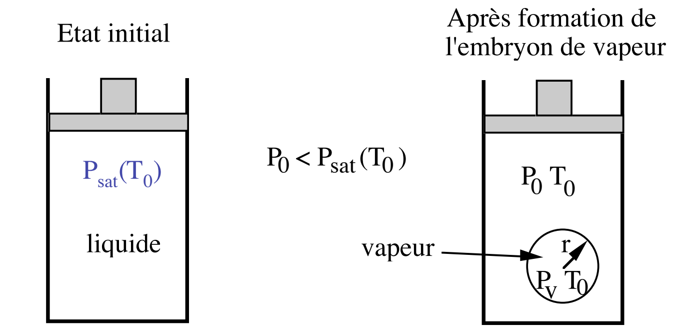
Equation de Gibbs-Duhem

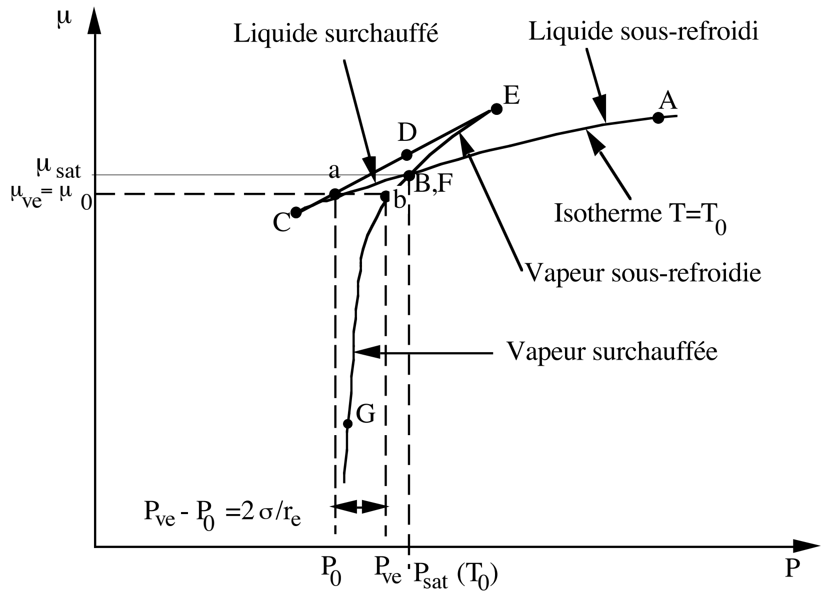
$$d\mu = vdP - \cancel{sdT}$$

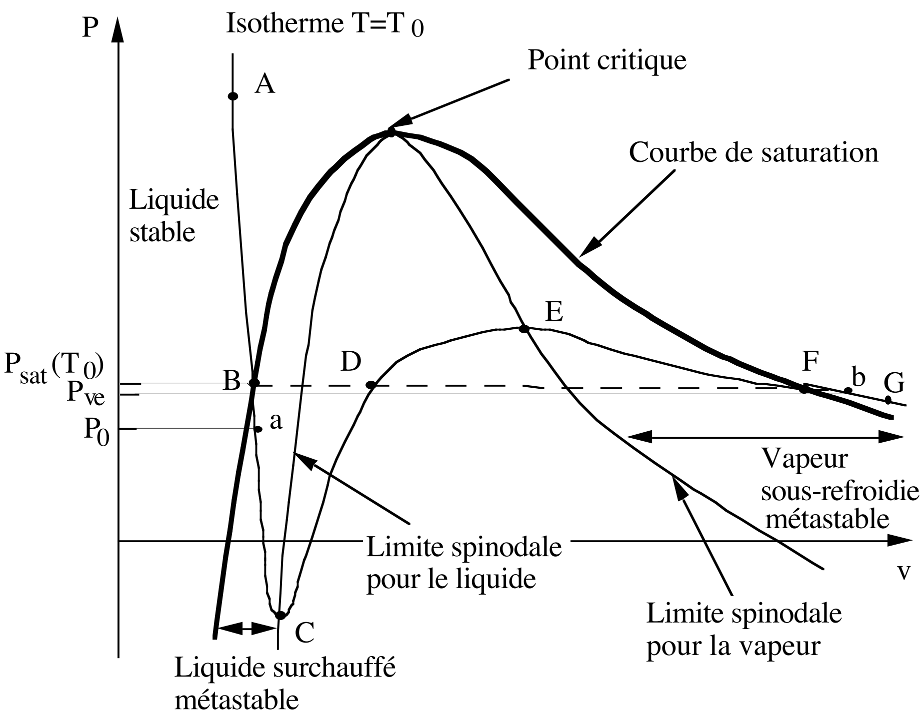
Le long d’une isotherme

$$\mu_2 - \mu_1 = \int_{P_1}^{P_2} vdP$$

Equilibre d'un embryon de vapeur dans un liquide surchauffé







État initial T_0 et $P_{sat}(T_0)$

$$\mu - \mu_{sat} = \int_{P_{sat}(T_0)}^{P} v\,dP$$

vapeur $$\mu_{ve} = \mu_{sat,v} + RT_0 \mathrm{Ln}\left(\frac{P_{ve}}{P_{sat}(T_0)}\right)$$

liquide $$\mu_0 = \mu_{sat,0} + v_l\left(P_0 - P_{sat}(T_0)\right)$$

$$P_{ve} = P_0 + \frac{2\sigma}{r_e}$$

$$r_e = \frac{2\sigma}{P_{sat}(T_0)\exp\left(v_l\left(P_0 - P_{sat}(T_0)\right)/RT_0\right) - P_0}$$

Stabilité d’un embryon de vapeur

Fonction exergie : $A = E - T_0 S + P_0 V$

Variation d’exergie due à la formation d’un embryon de vapeur de rayon r

$$\Delta A = m_v\left[e_v - T_0 s_v + P_0 v_v - \left(e_l - T_0 s_l + P_0 v_l\right)\right] + \sigma \Delta S_{bulle}$$

$$\Delta A = m_v\left[g_v\left(T_0, P_v\right) - g_l\left(T_0, P_0\right) + (P_0 - P_v) v_v\right] + 4\pi\sigma r^2$$

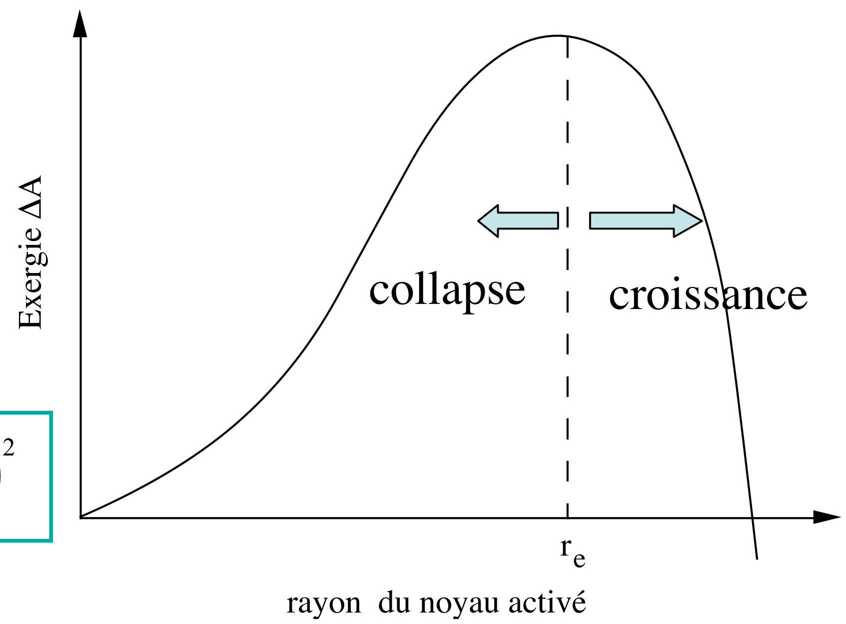
à l’équilibre $r = r_e$

$$\Delta A_e = m_v\left[-\frac{2\sigma}{r_e} v_v\right] + 4\pi\sigma r_e^2 = \frac{4}{3}\pi\sigma r_e^2$$

$$\Delta A = \Delta A_e + \cancel{\left(\frac{d\Delta A}{dr}\right)_{r=r_e}}\left(r - r_e\right) + \boxed{\frac{1}{2}\left(\frac{d^2\Delta A}{dr^2}\right)_{r=r_e}}\left(r - r_e\right)^2 + \ldots.$$

$$= \frac{4}{3}\pi r_e^2 \sigma - \frac{4}{3}\pi\sigma\left[2 + \frac{P_0}{P_{ve}}\right]\left(r - r_e\right)^2 + \ldots \approx \frac{4}{3}\pi r_e^2 \sigma - \boxed{\frac{8}{3}\pi\sigma\left(r - r_e\right)^2}$$

instable $\Longleftarrow$ <0



Taux de nucléation homogène

Nombre d'embryons de vapeur à n molécules/ volume : $N_n = N_1 \exp\left(\frac{-\Delta A(r)}{k_B T_0}\right)$

Taux de croissance volumique d'un embryon de vapeur de n à n+1 molécules :

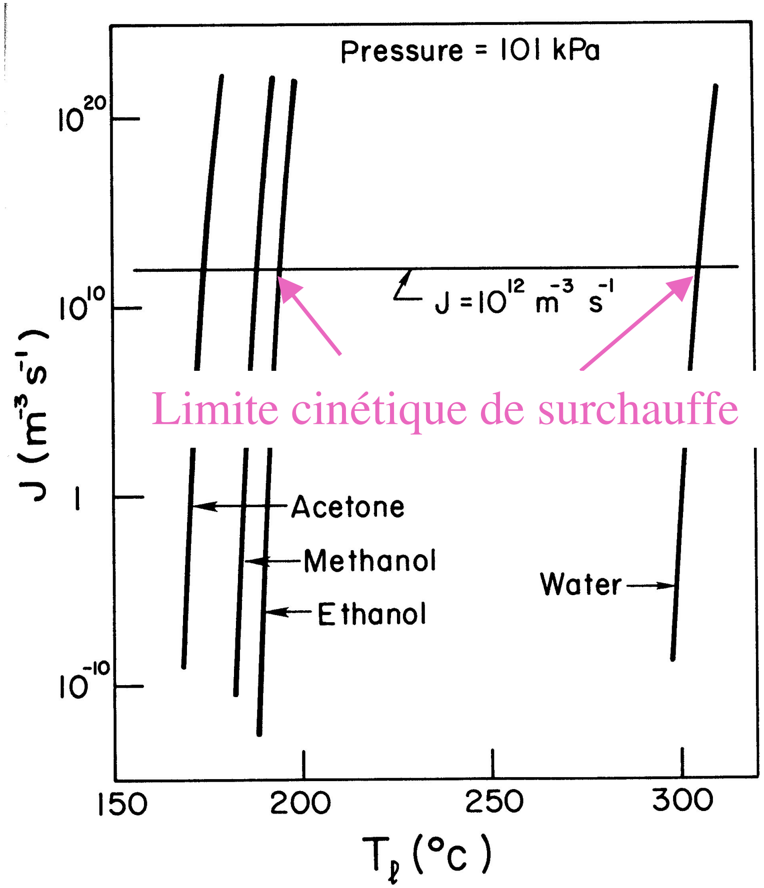
$$J = N_1\left(\frac{3\sigma}{\pi m}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{-\Delta A(r_e)}{k_B T_0}\right) = N_1\left(\frac{3\sigma}{\pi m}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{-4\pi\sigma r_e^2}{3k_B T_0}\right)$$

$$= N_1\left(\frac{3\sigma}{\pi m}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{-16\pi\sigma^3}{3k_B T_0 (P_{ve} - P_0)^2}\right)$$

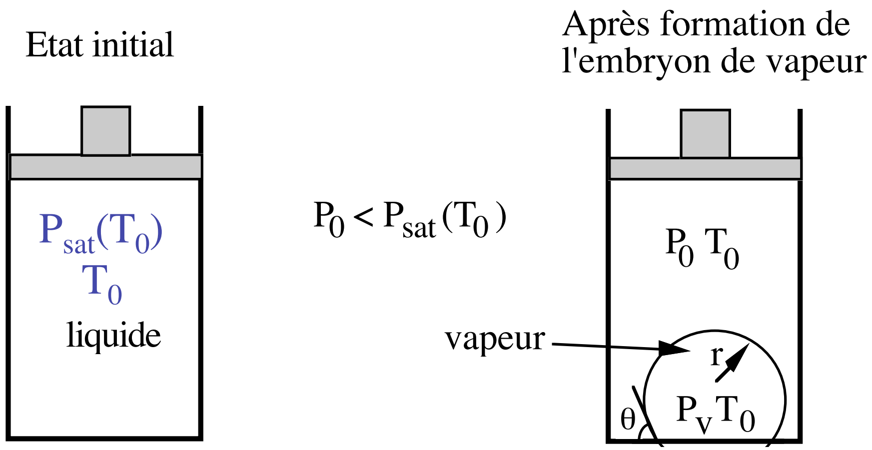
$k_B = R/N_A$

$P_{ve} = \eta P_{sat}(T_0)$ avec $\eta = \exp(v_l(P_0 - P_{sat}(T_0))/RT_0)$.

$$J = N_1\left(\frac{3\sigma}{\pi m}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{-16\pi\sigma^3}{3k_B T_0 (\eta P_{sat}(T_0) - P_0)^2}\right)$$



Nucléation hétérogène sur paroi lisse



$$V_v = \frac{\pi r^3}{3}\left(2 + 3\cos\theta - \cos^3\theta\right)$$

$$S_{lv} = 2\pi r^2\left(1 + \cos\theta\right)$$

$$S_{sv} = \pi r^2\left(1 - \cos^2\theta\right)$$

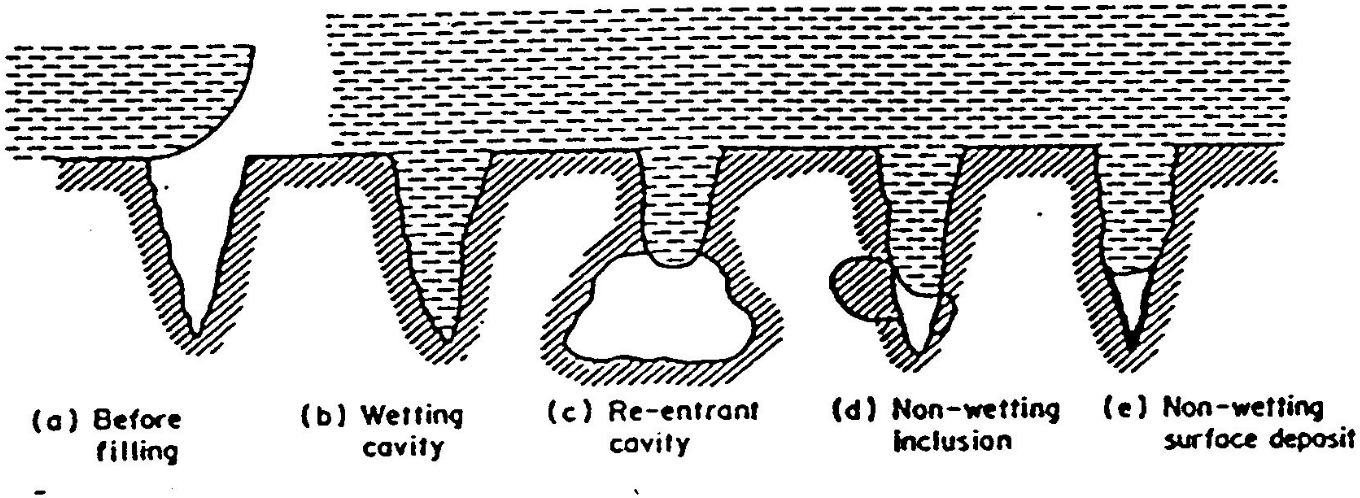
$$\Delta A = m_v\left[e_v - T_0 s_v + P_0 v_v - \left(e_l - T_0 s_l + P_0 v_l\right)\right] + \sigma_{lv} S_{lv} + \sigma_{sv} S_{sv} + \sigma_{sl}\left(S_{sl} - S\right)$$

$$\Delta A_e = \frac{4}{3}\pi r_e^2 \sigma_{lv} F(\theta) \qquad \text{avec} \quad F(\theta) = \frac{2 + 3\cos\theta - \cos^3\theta}{4}$$

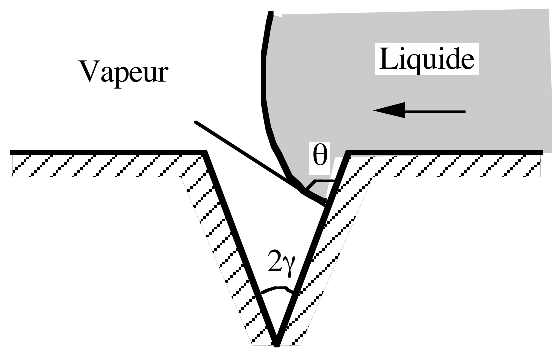
Nombre d'embryons de n molécules par unité de surface $\quad N_n = N_1^{2/3} \exp\left(\frac{-\Delta A(r)}{k_B T_0}\right)$

Taux de nucléation par unité de surface $\quad J = N_1^{2/3} \frac{1 + \cos\theta}{2F}\left(\frac{3\sigma_{lv} F}{\pi m}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{-16\pi\sigma_{lv}^3 F}{3 k_B T_0 (P_{ve} - P_0)^2}\right)$

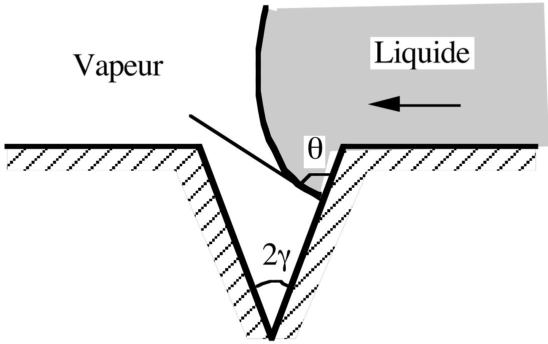
Piégeage d'embryons de vapeur dans des cavités de paroi

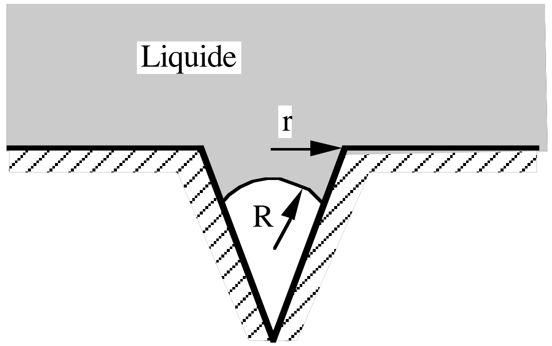


Critère de Bankoff : $\theta > 2\gamma$



Piégeage d'embryons de vapeur dans des cavités de paroi

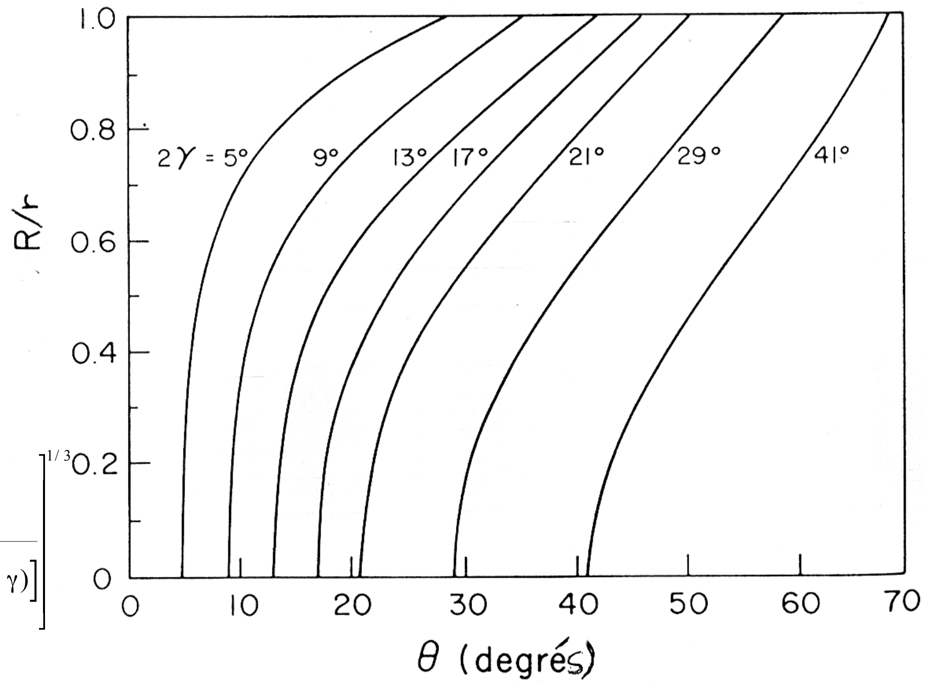




Modèle de Lorentz et al.

pour fluides mouillants :

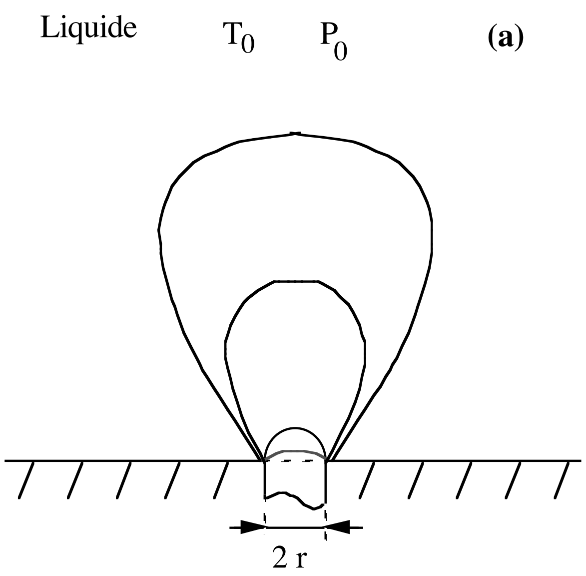
$$\frac{R_{initial}}{r} = f(\theta, 2\gamma)$$

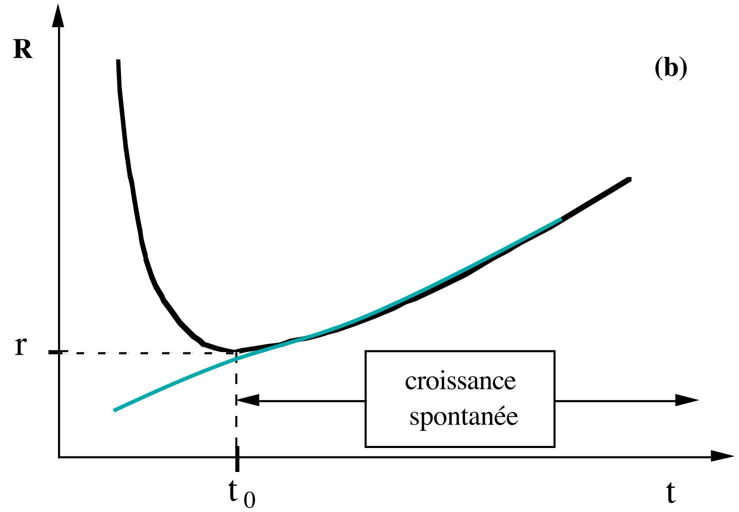


$$f(\theta,\gamma) = \left[\frac{\sin(\theta - 2\gamma)\left[\dfrac{\tan\gamma}{\tan(\theta-\gamma)} - 1\right]^2}{\sin\gamma \sin(\theta-\gamma)\left[1 - \dfrac{\tan^2\gamma}{\tan^2(\theta-\gamma)}\right]^{3/2}} * \frac{1}{\dfrac{\cos^3(\theta-\gamma)}{\tan\gamma} + \left[2 - 3\sin(\theta-\gamma) + \sin^3(\theta-\gamma)\right]} \right]^{1/3}$$

Activation des embryons de vapeur

Fluides peu mouillants R>r





Liquide à $T > T_{sat}(P_0)$

$$R = \frac{2\sigma(T)}{P_{sat}(T) - P_0}$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{lv}}{T_{sat}(T_0)(v_v - v_l)}$$

Activation d'un site de rayon r pour T_0 : $T_0 - T_{sat}(P_0) > \dfrac{2\sigma(T_0)T_{sat}(P_0)v_v}{r\,h_{lv}}$

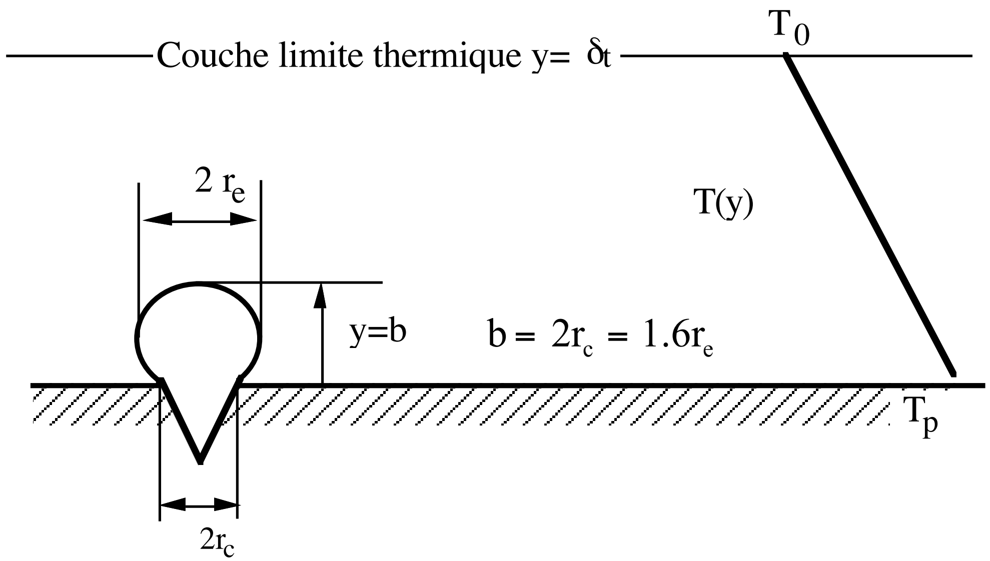
Fluides mouillants R<r

$\Rightarrow$croissance spontanée si :

$$T_0 - T_{sat}(P_0) > \frac{2\sigma(T_0)T_{sat}(P_0)v_v}{R_{initial}h_{lv}}$$

Effet de la couche limite thermique : modèle de Hsu

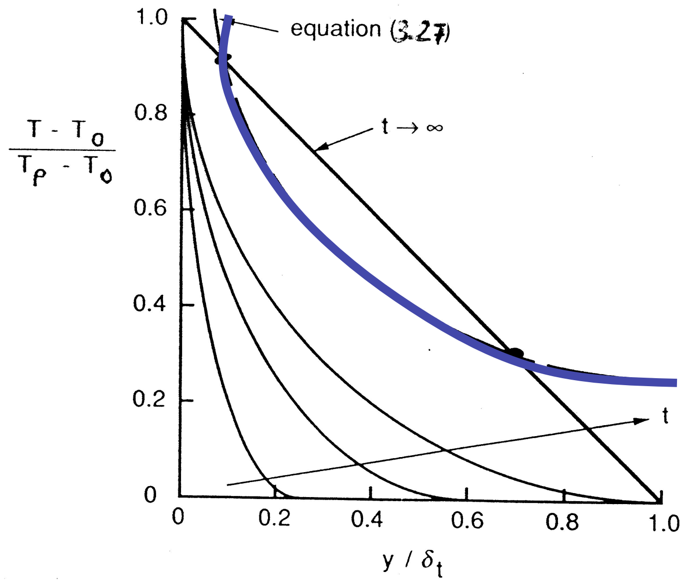
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha_l \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \qquad \theta = T - T_0$$



$t = 0 \quad \theta = 0 \quad$ et $\quad y = \delta_t \quad \theta = 0$

$t > 0 \quad y = 0 \quad \theta = \theta_p = T_p - T_0$

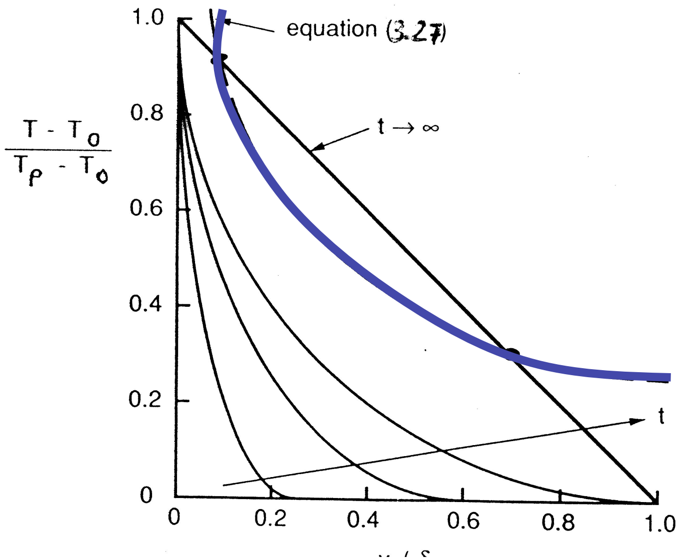
$$\frac{T - T_0}{T_p - T_0} = \frac{\delta_t - y}{\delta_t} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi}{n}\sin\left[n\pi\frac{\delta_t - y}{\delta_t}\right]\exp\left[-n^2\pi^2 a_l t/\delta_t^2\right]$$

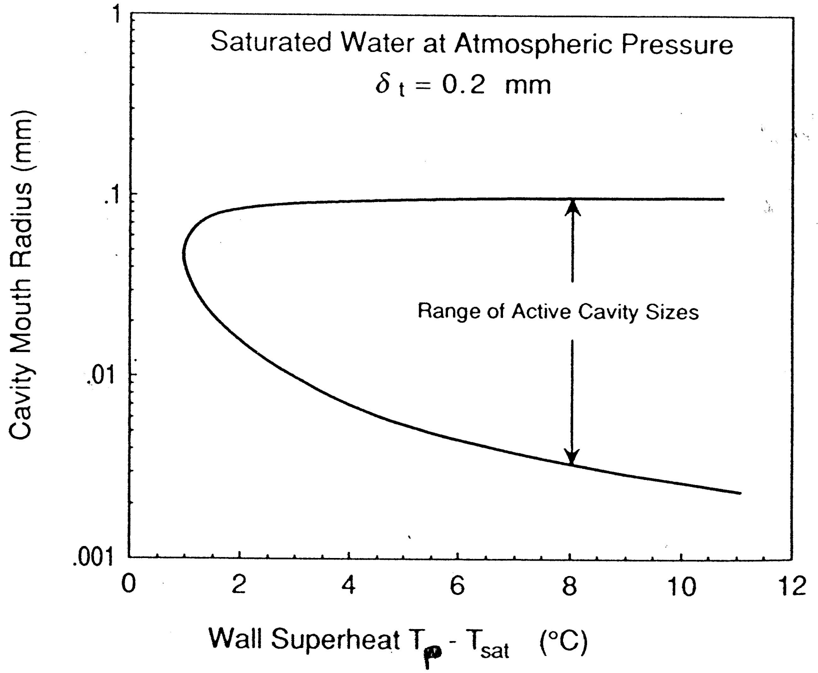


Condition d'activation du site

$$T(y = b) > T_{sat}(P_0) + \frac{2\sigma T_{sat}(P_0)}{\rho_v h_{lv} r_e}$$

Effet de la couche limite thermique : modèle de Hsu





Condition d'activation du site

$$T(y=b) > T_{sat}(P_0) + \frac{2\sigma T_{sat}(P_0)}{\rho_v h_{lv} r_e}$$

$$T(y=b) = T_0 + (T_p - T_0)\frac{\delta_t - b}{\delta_t}$$

avec b=1,6 r_e

$\Rightarrow$ Trinôme en r_e

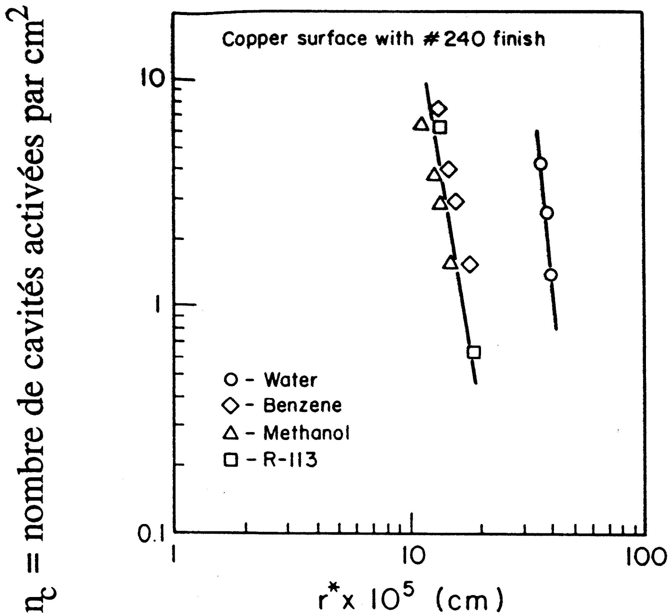
$$\left(\frac{2r_c}{\delta_t}\right)^2 + \left(\frac{\theta_{sat}}{\theta_p}-1\right)\left(\frac{2r_c}{\delta_t}\right) + \frac{3.2\sigma T_{sat}(P_0)}{\rho_v h_{lv}\delta_t\theta_p} < 0$$

$$\begin{Bmatrix} r_{c,max}\\ r_{c,min}\end{Bmatrix} = \frac{\delta_t}{4}\left[1-\frac{\theta_{sat}}{\theta_p}\begin{Bmatrix}+\\-\end{Bmatrix}\sqrt{\left(1-\frac{\theta_{sat}}{\theta_p}\right)^2 - \frac{12.8\sigma T_{sat}(P_0)}{\rho_v h_{lv}\delta_t\theta_p}}\right]$$

Densité de sites activés

Nombre de cavités de rayon > r par unité de surface : $n_c = \left(\frac{r_0}{r}\right)^m$

Nombre de cavités activées (pour T_0) par unité de surface : $n_c = \left(\frac{r_0\left(T_0 - T_{sat}(P_0)\right)h_{lv}}{2\sigma(T_0)T_{sat}(P_0)v_v}\right)^m$



$n_c \sim (T_0\text{-}T_{sat})^m$ avec m=4 ou 5

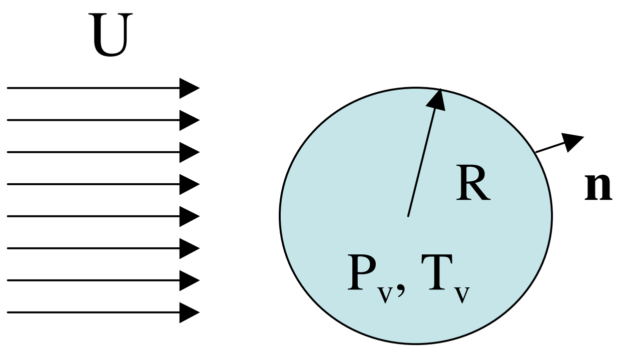
$n_c \sim q^m$

Fortes interactions entre les sites de nucléation

Chapitre 4 Dynamique et transfert à l’échelle d’une bulle

1. Ebullition ou condensation d’une bulle de vapeur en milieu infini
2. Croissance de bulles sur une paroi chauffée
3. Dynamique de bulles en croissance
4. Diamètres de bulles et fréquence de détachement

Ebullition ou condensation d’une bulle de vapeur dans un écoulement surchauffé ou sous refroidi



R(t) contrôlée par les bilans interfaciaux de masse

$$J = \rho_v\left(\mathbf{u}_v - \mathbf{v}\right)\cdot\mathbf{n} = \rho_l\left(\mathbf{u}_l - \mathbf{v}\right)\cdot\mathbf{n}$$

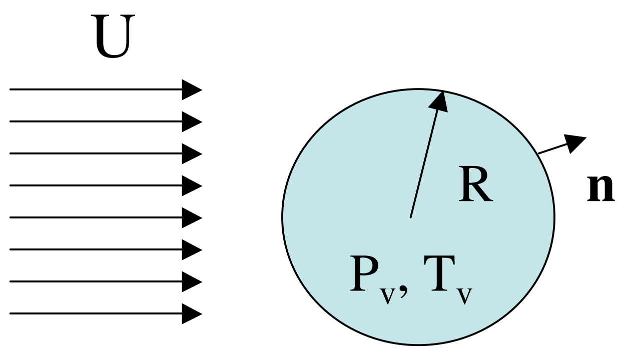
Flux de masse intégré sur la surface de la bulle

$$JA = \int_A \rho_v\left(\mathbf{u}_v - \mathbf{v}\right)\cdot\mathbf{n}dA = \int_V \nabla\cdot\left(\rho_v\mathbf{u}_v\right)dV - \rho_v\frac{dR}{dt}A$$

$$J = -\rho_v\frac{dR}{dt} = \rho_l\left(\mathbf{u}_l - \mathbf{v}\right)\cdot\mathbf{n} = \rho_l\mathbf{u}_l\cdot\mathbf{n} - \rho_l\frac{dR}{dt}$$

$$\mathbf{u}_l\cdot\mathbf{n} = \frac{dR}{dt}\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_l}\right) \approx \frac{dR}{dt}$$

Ebullition ou condensation d'une bulle de vapeur dans un écoulement surchauffé ou sous refroidi



liquide
P_0, T_0

R(t) contrôlée par les bilans interfaciaux

de masse

$$\mathbf{u}_l \cdot \mathbf{n} = \frac{dR}{dt}\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_l}\right) \approx \frac{dR}{dt}$$

de quantité de mouvement

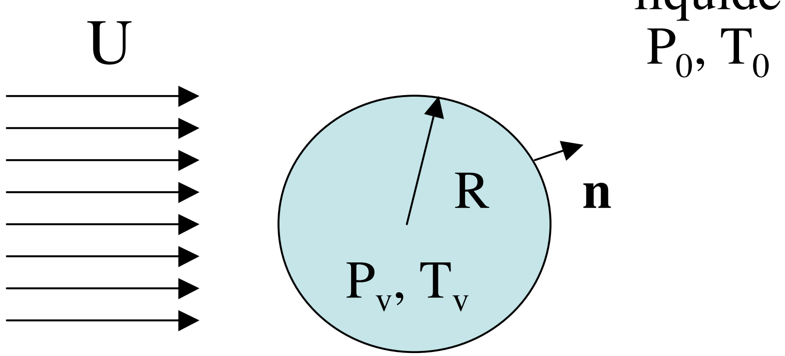
$$P_v - P_l - \mathbf{n}\cdot\left(\Sigma_v - \Sigma_l\right)\cdot\mathbf{n} + \underbrace{\cancel{J^2\left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l}\right)}}_{0} = 2H\sigma$$

$$\mathbf{n}\cdot\left(\Sigma_v - \Sigma_l\right)\cdot\mathbf{t} = \nabla_s\sigma = 0$$

d'énergie

$$J\left[h_{lv} + \underbrace{\cancel{\frac{J^2}{2}\left(\frac{1}{\rho_v^2} - \frac{1}{\rho_l^2}\right)}}_{0} - \underbrace{\cancel{\mathbf{n}\cdot\left(\frac{\Sigma_v}{\rho_v} - \frac{\Sigma_l}{\rho_l}\right)\cdot\mathbf{n}}}_{0}\right] + \left(\underbrace{\cancel{-k_v\nabla T_v}}_{0} + k_l\nabla T_l\right)\cdot\mathbf{n} = 0$$

Ebullition ou condensation d'une bulle de vapeur dans un écoulement surchauffé ou sous refroidi



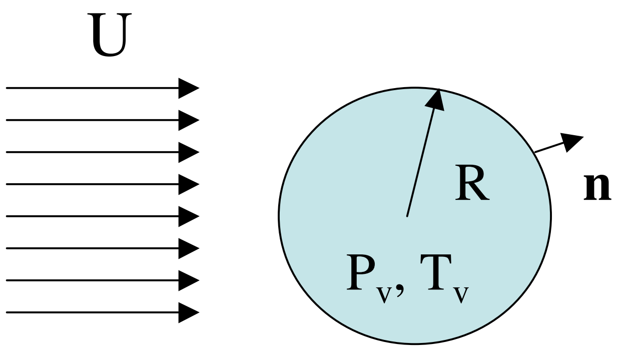
Bilan interfaciaux

$$\mathbf{u}_l \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = \frac{dR}{dt} \quad ; \quad \mathbf{u}_l \cdot \mathbf{t} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{u}_v . \mathbf{t}$$

$$P_v - P_l + \mathbf{n} \cdot \Sigma_l \cdot \mathbf{n} + \frac{J^2}{\rho_v} = \frac{2\sigma}{R(t)} \approx P_v - P_l \quad ; \quad \mathbf{n} \cdot \Sigma_l \cdot \mathbf{t} = 0$$

$$T_v = T_l = T_i \quad ; \quad \rho_v \frac{d}{dt}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) h_{lv} = k_l 4\pi R^2 \left.\frac{dT_l}{dr}\right|_{r=R(t)} \Rightarrow \rho_v \frac{dR}{dt} h_{lv} = k_l \left.\frac{dT_l}{dr}\right|_{r=R(t)}$$

Ebullition ou condensation d'une bulle de vapeur dans un écoulement surchauffé ou sous refroidi



Equations de conservation

$$
\begin{cases}
\nabla.\mathbf{u}_l = 0 \\
\dfrac{\partial \mathbf{u}_l}{\partial t} + \nabla.(\mathbf{u}_l \otimes \mathbf{u}_l) = -\dfrac{\nabla P_l}{\rho_l} + \nabla.\boldsymbol{\tau}_l \\
\dfrac{\partial T_l}{\partial t} + \nabla.(T_l\,\mathbf{u}_l) = \alpha_l \nabla^2 T_l
\end{cases}
$$

Conditions aux limites à l'interface

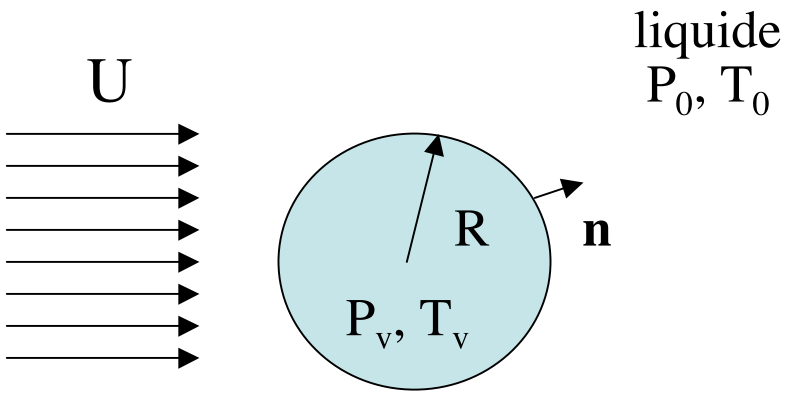
$$
\begin{cases}
\mathbf{u}_l \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = \dfrac{dR}{dt} \quad ; \quad \mathbf{u}_l \cdot \mathbf{t} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{u}_v.\mathbf{t} \\
\dfrac{2\sigma}{R(t)} \approx P_v - P_l \quad ; \quad \mathbf{n} \cdot \Sigma_l \cdot \mathbf{t} = 0 \\
T_v = T_l = T_i \quad ; \quad \rho_v \dfrac{dR}{dt} h_{lv} = k_l \left.\dfrac{dT_l}{dr}\right|_{r=R(t)}
\end{cases}
$$

à l'infini

$$
r \to \infty \qquad P_l(r,t) \to P_0
$$

$$
T_l(r,t) \to T_0
$$

Ebullition ou condensation d’une bulle de vapeur dans un écoulement surchauffé ou sous refroidi



Ebullition
dans un liquide au repos

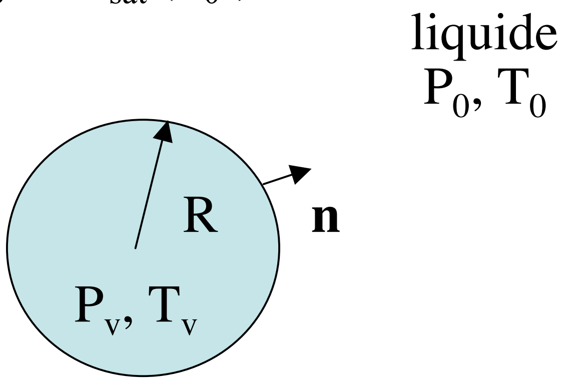
Ebullition dans un écoulement uniforme

Condensation dans un liquide au repos

Condensation dans un écoulement uniforme

Ebullition dans un liquide au repos

$T_0 > T_{sat}(P_0)$



Equations de conservation

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 u_{lr}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad u_{lr} = \frac{dR}{dt}\frac{R^2}{r^2}$$

$$\frac{\partial u_{lr}}{\partial t} + u_{lr}\frac{\partial u_{lr}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_l}\frac{\partial P_l}{\partial r}$$

$$\boxed{\frac{\partial T_l}{\partial t} + u_{lr}\frac{\partial T_l}{\partial r} = \alpha_l \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r}\right)}$$

Equation de Rayleigh

Intégration entre r=R et r→∞

$$\boxed{R\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\rho_l}\left[P_l(R,t) - P_0\right]}$$

$$= \frac{1}{\rho_l}\left[P_v - P_0 - \frac{2\sigma}{R}\right]$$

Conditions aux limites

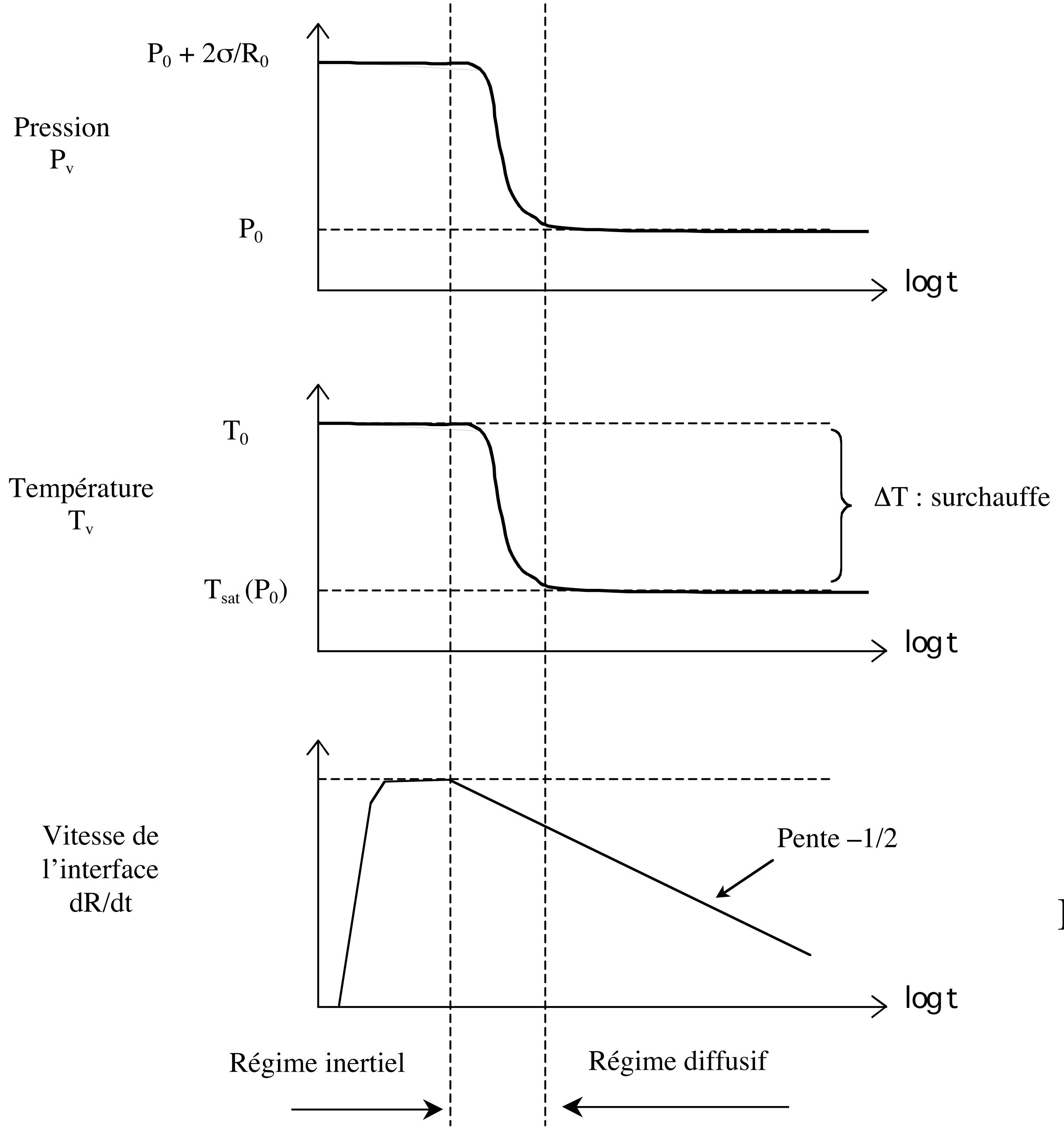
$$\begin{cases} r \rightarrow \infty \quad P_l(r,t) \rightarrow P_0 \quad ; T_l(r,t) \rightarrow T_0 \\ \mathbf{u}_l \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = \dfrac{dR}{dt} \quad ; \quad \mathbf{u}_l \cdot \mathbf{t} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{u}_v . \mathbf{t} \end{cases}$$

$$\frac{2\sigma}{R(t)} \approx P_v - P_l \quad ; \quad \mathbf{n} \cdot \Sigma_l \cdot \mathbf{t} = 0$$

$$\boxed{T_v = T_l = T_i \quad ; \quad \rho_v \frac{dR}{dt} h_{lv} = k_l \left.\frac{dT_l}{dr}\right|_{r=R(t)}}$$

Fort couplage dynamique-thermique

Régime inertiel et régime thermique



Régime inertiel contrôlé par l'inertie du liquide

$$P_v = P_0 + \frac{2\sigma}{R} \qquad T_v \approx T_0$$

Régime thermique contrôlé par la diffusion de la chaleur à travers la couche limite thermique entourant la bulle

$$P_v \approx P_0 \qquad T_v = T_{sat}(P_0) < T_0$$

Ebullition dans un liquide au repos

Régime inertiel

$$R\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2=\frac{1}{\rho_l}\left[P_l(R,t)-P_0\right]=\frac{1}{\rho_l}\left[P_v-P_0-\frac{2\sigma}{R}\right]$$

$$P_v-P_0=\frac{2\sigma}{R_0}$$

R_0 embryon de vapeur en équilibre avec la surchauffe T_0-$T_{sat}(P_0)$

Intégration de R_0 à $R(t)$ avec $R/R_0 >> 1$

$$\frac{dR}{dt}=\sqrt{\frac{2(P_v-P_0)}{3\rho_l}}$$

$$P_v-P_0=P_{sat}(T_0)-P_0=\rho_v h_{lv}\frac{T_0-T_{sat}(P_0)}{T_{sat}(P_0)}$$

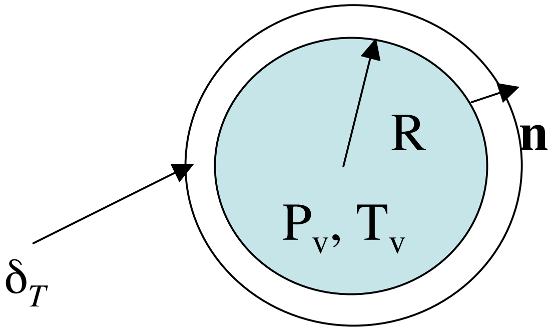
$$R(t)=\left[\frac{2}{3}\left(\frac{(T_0-T_{sat}(P_0))}{T_{sat}(P_0)}\right)\frac{\rho_v h_{lv}}{\rho_l}\right]^{1/2}t$$

Evolution linéaire

Ebullition dans un liquide au repos

$$T_0 > T_{sat}(P_0)$$

liquide
P_0, T_0



$$R = 2\sqrt{\frac{3}{\pi}}\,Ja\sqrt{\alpha_l t} \qquad Ja = \frac{\rho_l C_{pl}\left(T_0 - T_v\right)}{\rho_v h_{lv}}$$

Valable pour Ja grand

Régime thermique

Hypothèse de couche limite thermique mince :
Solution de Plesset et Zwick (1953)

$$\rho_v \frac{dR}{dt} h_{lv} = k_l \left.\frac{dT_l}{dr}\right|_{r=R(t)} \approx k_l \frac{T_0 - T_v}{\delta_T} \approx k_l \frac{T_0 - T_v}{\sqrt{\alpha_l t}}$$

$$\Downarrow$$

$$R \approx \frac{k_l (T_0 - T_v)}{\alpha_l \quad \rho_v h_{lv}} \sqrt{\alpha_l t}$$

Solution analytique de Scriven (1959) valable ∀ Ja

$$R = 2f(Ja)Ja\sqrt{\alpha_l t}$$

$$f(Ja) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2Ja}} \qquad f(Ja) \rightarrow \sqrt{\frac{3}{\pi}}$$

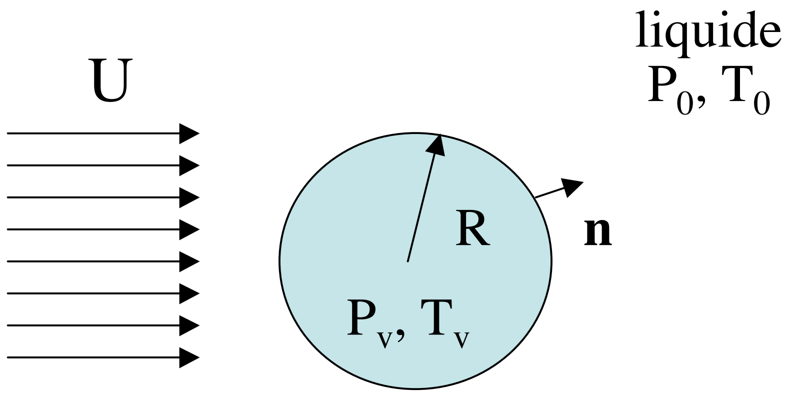
$$Ja \rightarrow 0 \qquad Ja \rightarrow \infty$$

Transfert thermique autour de la bulle constant

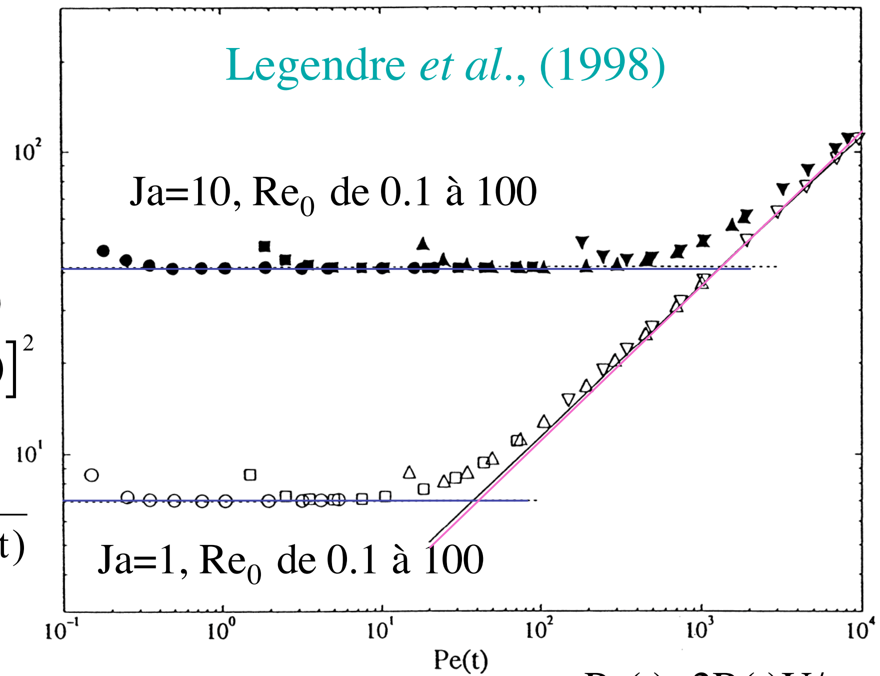
$$Nu(t) = \frac{2R}{k_l (T_0 - T_v)} \frac{1}{A} \int_A -k_l \nabla \mathbf{T}_l \cdot \mathbf{n} dS$$

$$= \frac{2\rho_v h_{lv}}{k_l (T_0 - T_v)} R \frac{dR}{dt} = 4Ja\left[f(Ja)\right]^2$$

Ebullition dans un écoulement



L'advection augmente le transfert thermique autour de la bulle



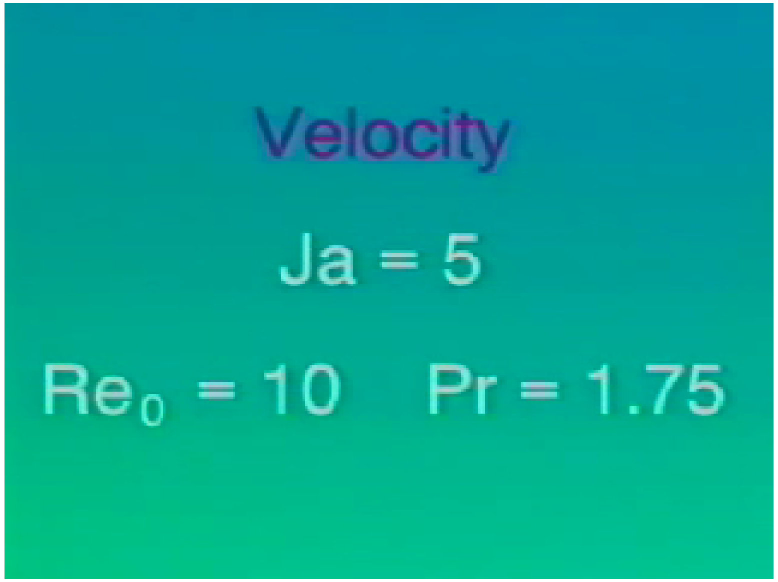
$Pe(t)=2R(t)U/\alpha_l$

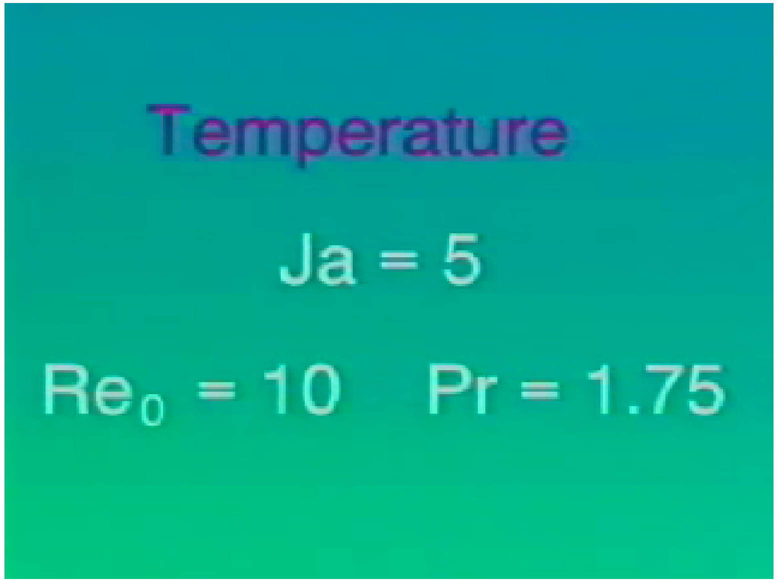
$$\text{Si} \quad C = \frac{dR/dt}{U} > \frac{2}{\left[f(Ja)\right]^2} \quad \rightarrow \quad Nu = 4Ja \cdot \left[f(Ja)\right]^2$$

$$\text{Si} \quad C = \frac{dR/dt}{U} < \frac{2}{\left[f(Ja)\right]^2} \quad \rightarrow \quad Nu = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{Pe(t)}$$

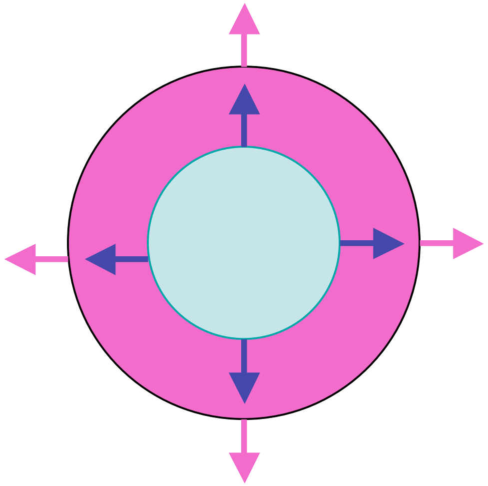
Ruchenstein & Davis (1971)

$$Nu(t) = \frac{2\rho_v h_{lv}}{k_l(T_0 - T_v)} R \frac{dR}{dt} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{UR}{\alpha_l}} \longrightarrow R(t) = \left(\frac{3\alpha_l U Ja^2 t^2}{\pi}\right)^{1/3} \quad ; \quad \frac{dR}{dt} = \left(\frac{3\alpha_l U Ja^2}{3\pi t}\right)^{1/3}$$

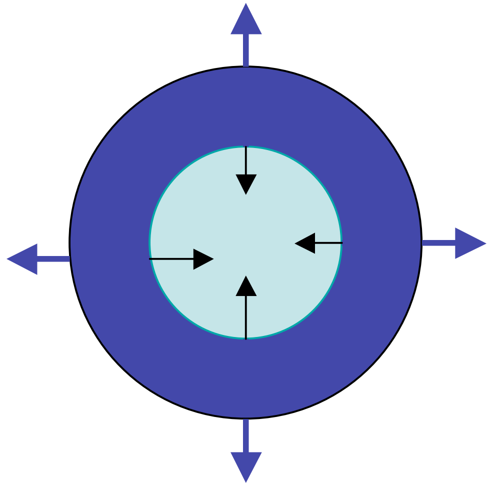

Velocity
Ja = 5
Re0 = 10 Pr = 1.75


Temperature
Ja = 5
Re0 = 10 Pr = 1.75

Condensation dans un liquide au repos



Ebullition



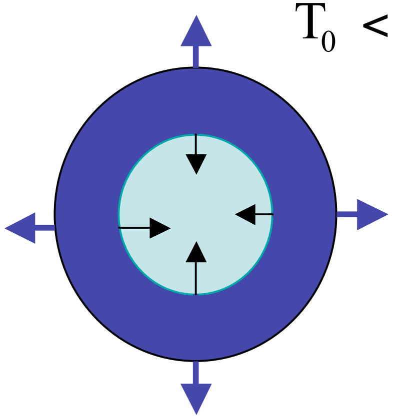
Condensation

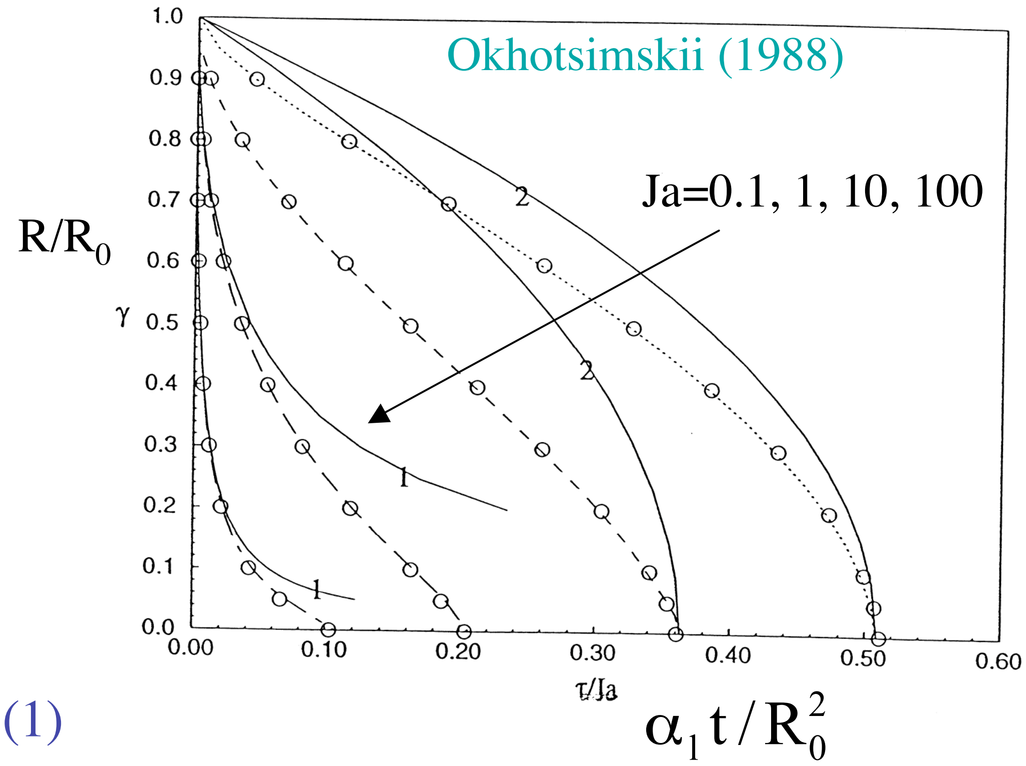
L'épaisseur de la couche limite thermique augmente

Pas de solution analytique générale R(t) en condensation

Condensation dans un liquide au repos

$T_0 < T_{sat}(P_0)$





Solution analytique Ja grand :
(Florschuetz et Chao, 1965)

$$\frac{4Ja^2\alpha_l}{\pi R_0^2}t = \frac{2}{3}\frac{R_0}{R(t)} + \frac{1}{3}\left(\frac{R(t)}{R_0}\right)^2 - 1 \qquad (1)$$

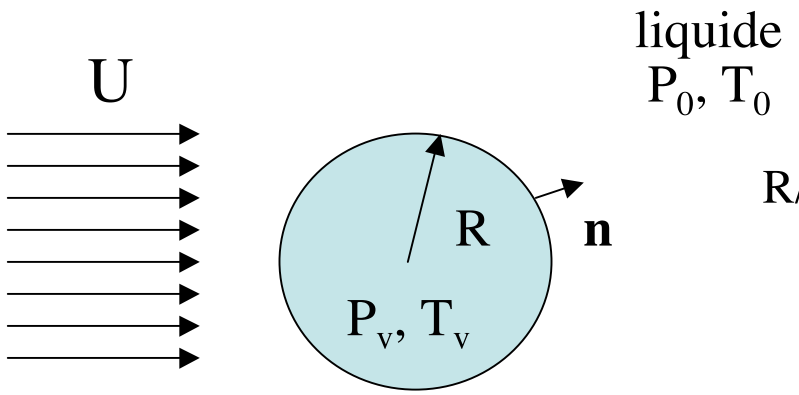
Solution quasi-statique : Ja très faible : Nu=2

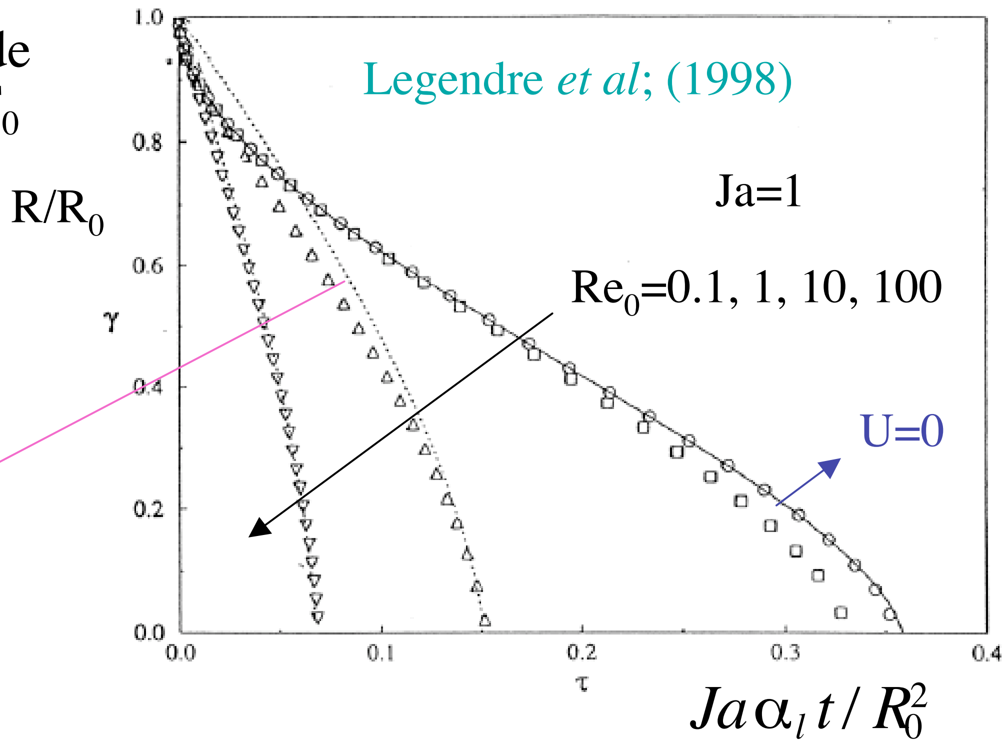
$$Nu(t) = -2\frac{\rho_v h_{lv}}{k_l \Delta T} R \frac{dR}{dt} = 2 \quad \Rightarrow \quad R^2(t) = R_0^2 - 2Ja \cdot \alpha_l t \qquad (2)$$

Temps de collapse

$$t_c = \frac{R_0^2 \pi}{8Ja \cdot \alpha_l}\left(\left(\frac{\pi}{4}\right)^{3/2} + \sqrt{Ja}\right)^{-2/3}$$

Condensation dans un écoulement uniforme





Etude expérimentale de Chen & Mayinger (1992) $Re_0 > 300$

$$R(t) = R_0\left[1 - 0{,}14\,Re^{0,7}\,Pr^{1/2}\,\frac{\alpha_1}{R_0^2}\,t\right]^{0,9}$$

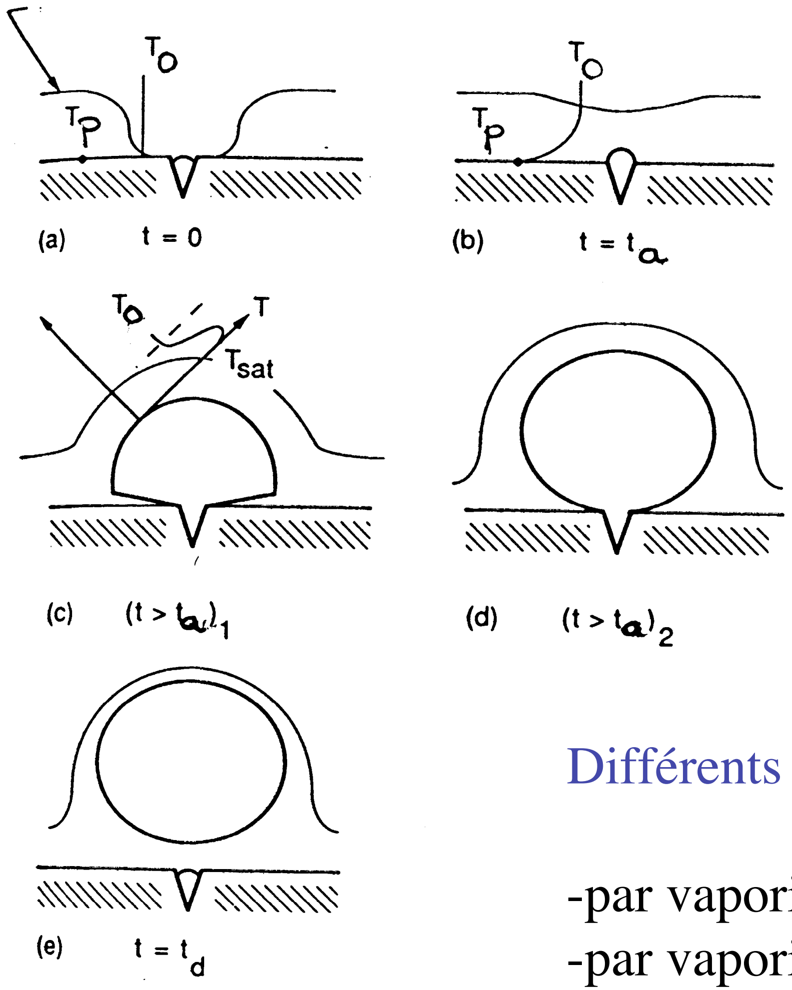
Temps de collapse

$$t_c(Re_0) = \frac{t_c(Re_0 = 0)}{\left(1 + \left(0{,}079\,Ja^{-1/3}Re_0^{0,7}\,Pr^{1/2}\right)^2\right)^{1/2}}$$

Chapitre 4 Dynamique et transfert à l'échelle d'une bulle

1. Ebullition ou condensation d'une bulle de vapeur en milieu infini
2. Croissance de bulles sur une paroi chauffée
3. Dynamique de bulles en croissance
4. Diamètres de bulles et fréquence de détachement

Croissance de bulles sur des parois chauffées



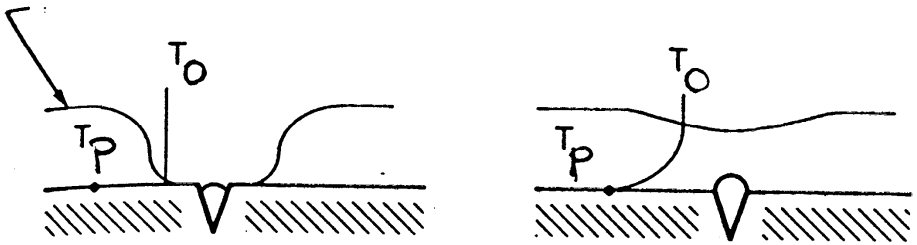
Période d'attente

Période de croissance

Différents modèles de croissance de bulle :

-par vaporisation sur toute la surface
-par vaporisation de la micro-couche de liquide sous la bulle
-par vaporisation mixte

Croissance de bulles sur des parois chauffées
Modèle de Mikic et Rohsenow (1969)



Période d'attente

$T_l(0,-t_a)=T_0$

$-t_a < t < 0$

$T_l(0,t)=T_p$

Période de croissance

$t > 0$

$T_l(0,t)=T_{sat}(P_0)$

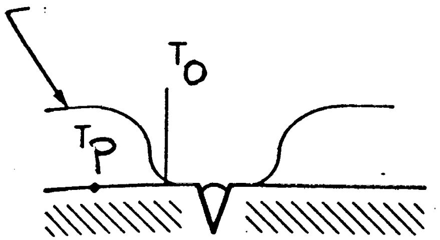
$$\frac{\partial T_l}{\partial t} = \alpha_l \frac{\partial^2 T_l}{\partial y^2}$$

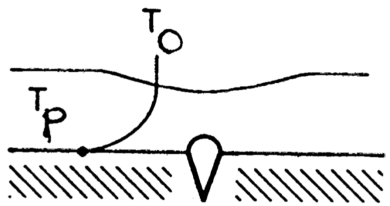
$$T_l(y,t) = T_0 + \underbrace{(T_p - T_0)\,\mathrm{erfc}\left[\frac{y}{2\sqrt{\alpha_l (t+t_a)}}\right]}_{\text{Phase d'attente}} - \underbrace{(T_p - T_{sat})\,\mathrm{erfc}\left[\frac{y}{2\sqrt{\alpha_l t}}\right]}_{\text{Phase de croissance}}$$

$$\mathrm{erfc}(x) = 1 - \mathrm{erf}(x) \qquad \text{et} \qquad \mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2}\,du$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \qquad \frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{erf}(x) = -\frac{4}{\sqrt{\pi}} x e^{-x^2}$$

Croissance de bulles sur des parois chauffées
Modèle de Mikic et Rohsenow (1969)





Période d'attente

$T_l(0,-t_a)=T_0$

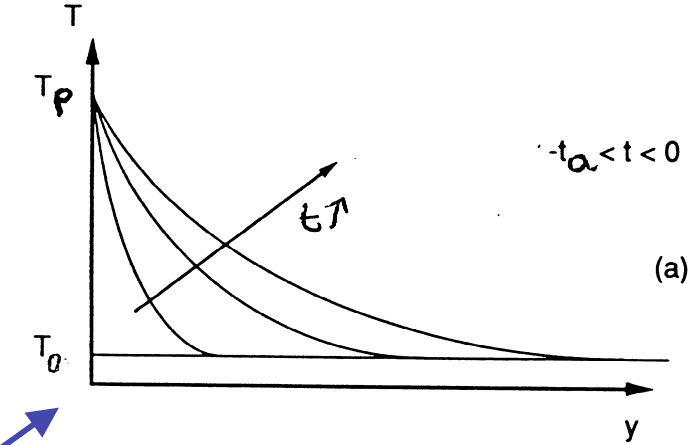
$-t_a < t < 0$

$T_l(0,t)=T_p$

Période de croissance

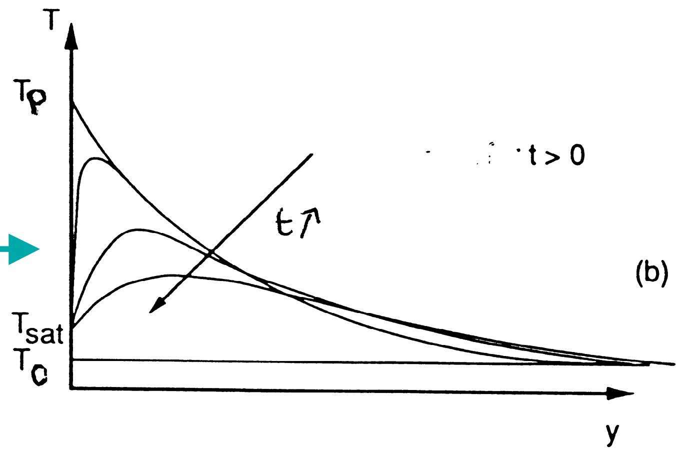
$t > 0$

$T_l(0,t)=T_{sat}(P_0)$



$$T_l(y,t) = T_0 + (T_p - T_0)\,\mathrm{erfc}\left[\frac{y}{2\sqrt{\alpha_l (t + t_a)}}\right]$$

$$-(T_p - T_{sat})\,\mathrm{erfc}\left[\frac{y}{2\sqrt{\alpha_l t}}\right]$$



Croissance de bulles sur des parois chauffées
Modèle de Mikic et Rohsenow (1969)

Croissance d'une bulle sphérique sur une paroi chauffée par vaporisation du liquide sur toute la surface de la bulle

Equation de conservation de l'énergie à l'interface

$$\rho_v h_{lv} \frac{dR}{dt} = \frac{1}{4\pi R^2} \int_S k_l \left(\frac{\partial T_l}{\partial n}\right) . \mathbf{n} dS = k_l \sqrt{3} \left(\frac{\partial T_l}{\partial y}\right)_{y=0} = k_l \sqrt{3} \left[\frac{T_p - T_{sat}}{\sqrt{\pi \alpha_l t}} - \frac{T_p - T_0}{\sqrt{\pi \alpha_l (t + t_a)}}\right]$$

$$R(t) = \frac{2Ja\sqrt{3\pi\alpha_l t}}{\pi} \left\{1 - \frac{T_p - T_0}{T_p - T_{sat}} \left[\left(1 + \frac{t_a}{t}\right)^{1/2} - \left(\frac{t_a}{t}\right)^{1/2}\right]\right\} \quad ; \quad Ja = \frac{\rho_l C_{pl} \left(T_p - T_{sat}(P_0)\right)}{\rho_v h_{lv}}$$

Temps d'attente t_a :

$$T_l (r_c, t) = T_0 + (T_p - T_0) \operatorname{erfc}\left[\frac{r_c}{2\sqrt{\alpha_l t_a}}\right] > T_{sat}(P_0) + 2\sigma T_{sat}(P_0)/(\rho_v h_{lv} r_c)$$

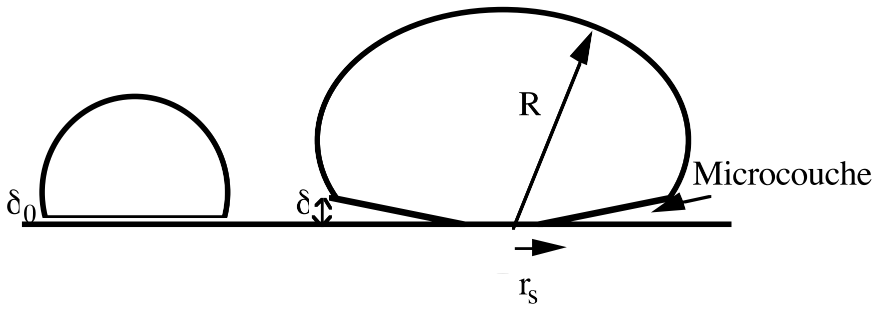
Croissance de bulles sur les parois chauffées

Modèles par vaporisation de la microcouche de liquide : Cooper et Lloyd (1969) et Van Stralen *et al.* (1975)

$R=C_1\, t^n$

$\delta_0(r) = C_2\sqrt{\nu_l\, t_c}$

$t_c=(r/C_1)^{(1/n)}$



$\delta < \delta_0$

$$\rho_l\, h_{lv}\frac{d\delta}{dt} = -k_l\frac{T_p - T_{sat}}{\delta} \qquad \text{soit} \qquad \delta_0^2 - \delta^2 = 2k_l\frac{T_p - T_{sat}}{\rho_l\, h_{lv}}\left(t - t_c\right)$$

Masse de liquide évaporée

$$\rho_l\left\{\int_0^{r_s}\delta_0\, 2\pi r dr + \int_{r_s}^{R}(\delta_0 - \delta)2\pi r dr\right\} = \rho_v\frac{2}{3}\pi R^3 \Rightarrow \begin{cases} R = C_1\sqrt{t} = \dfrac{2,5}{Pr^{1/2}}Ja\sqrt{\alpha_l\, t} \\ \text{pour} \quad k_p >> k_l \end{cases}$$

Relations générales de la forme

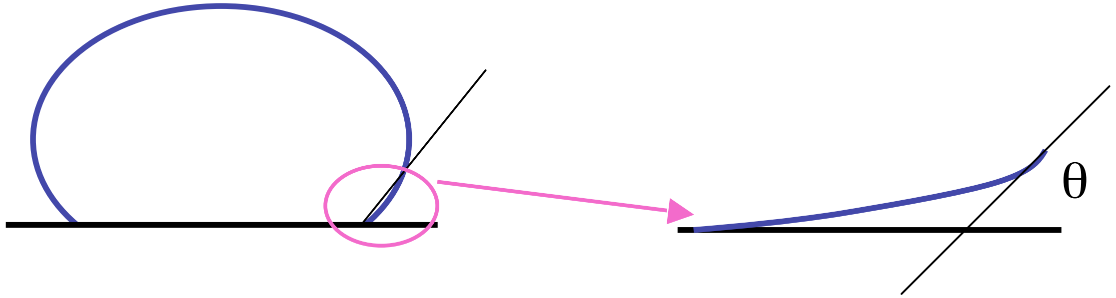
$$R(t) = f\left(Pr, \frac{k_l}{k_p}, \frac{\alpha_l}{\alpha_p}\right)Ja\sqrt{\alpha_l\, t}$$

Fort couplage entre l'évaporation de la microcouche et la conduction dans la paroi

Si $Fo=\alpha_p t_c / e_p^2 << 1 \qquad T_p \approx$ cte

Vers la simulation directe de l’ébullition

Résolution d’un problème à deux échelles : Dhir, (2002), Stephan, (2002)



Echelle macroscopique
Hydrodymanique et transferts thermiques et massiques autour de la bulle

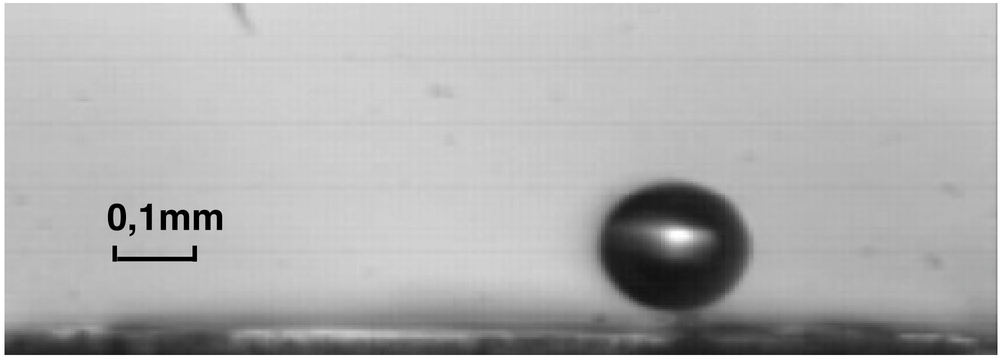
Echelle microscopique
Evaporation de la microcouche de liquide - couplage avec la résolution du champ de température dans le solide (Matthieu et al., 2002)

Raccordement des 2 solutions

Chapitre 4 Dynamique et transfert à l'échelle d'une bulle

1. Ebullition ou condensation d'une bulle de vapeur en milieu infini
2. Croissance de bulles sur une paroi chauffée
3. Dynamique de bulles en croissance
4. Diamètres de bulles et fréquence de détachement

Dynamique de bulles en croissance



Visulaisation rapides (2000 i/s)

Liquide au repos

$u_L = 0$

$\Delta T = T_p - T_{sat} = 10{,}9$ K

Temps de croissance = 8 ms

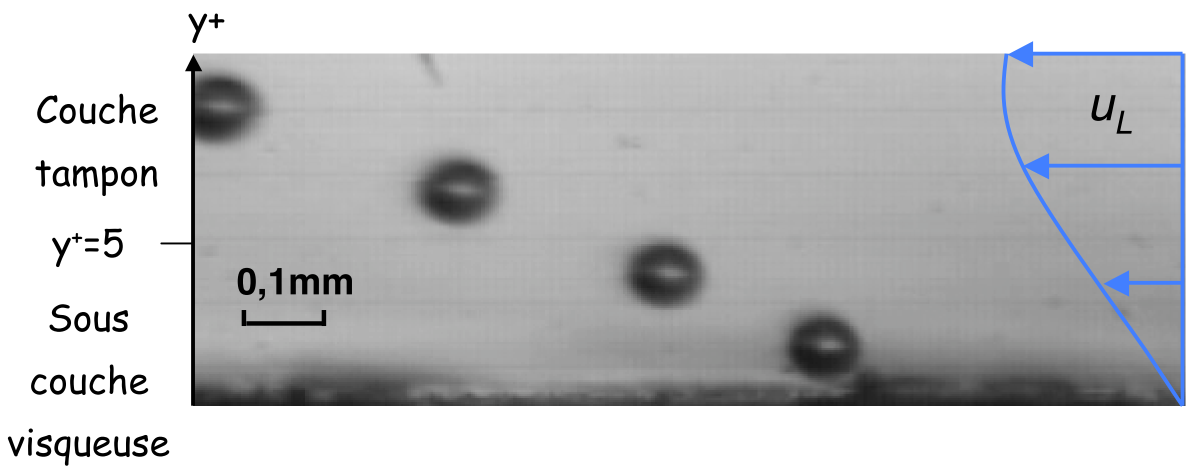
Thèse IMFT G. Duhar, (2003)

Ecoulement turbulent

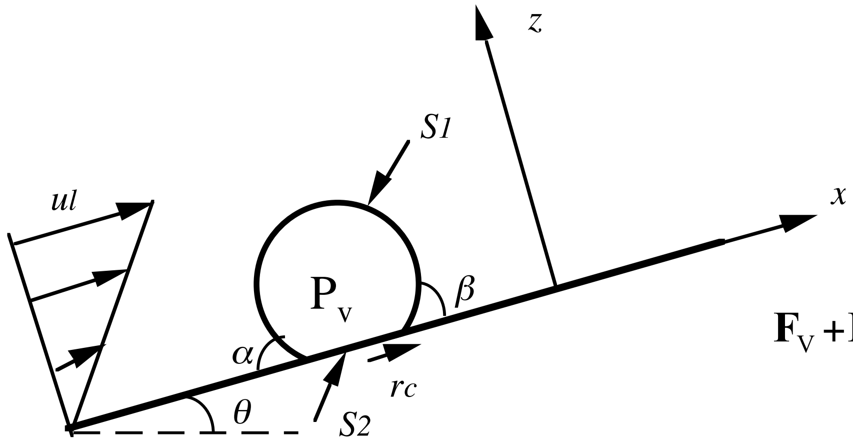
$u_L = 0{,}11$ m/s

$\Delta T = T_w - T_{sat} = 10{,}4$ K

Temps de croissance = 5 ms



Dynamique de bulles en croissance



Thorncroft *et al*, (2001)

$$\mathbf{F}_V + \mathbf{F}_C - \int_{S_1} \left(P_l - \rho_l g\, z\right)\mathbf{n}\,dS - \int_{S_2} P_v\, \mathbf{n}\, dS + \int_{S_1} \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{n}\, dS = 0$$

$$\mathbf{F}_V + \mathbf{F}_C - \underbrace{\int_{S_1} (P_l - P_c)\,\mathbf{n}\; dS + \int_{S_1} \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{n}\,dS}_{\text{Forces hydrodynamiques}} - \int_{S_1+S_2} \left(P_c - \rho_l g\, z\right)\mathbf{n}\; dS + \int_{S_2} (P_c - P_v)\,\mathbf{n}\; dS = 0$$

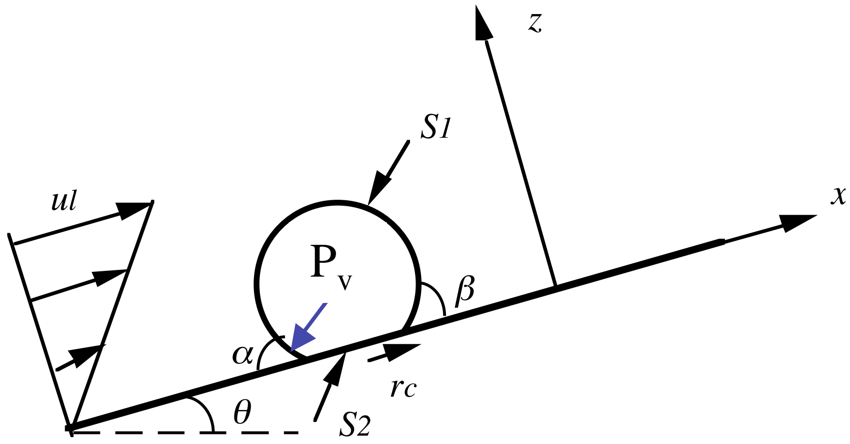
$\mathbf{F}_A = -\rho_l V \mathbf{g}$ $\quad$ F_{PC} (négligeable)

Force capillaire

$$\mathbf{F}_C = 2\int_0^{\pi} \sigma\, r_c\, \mathbf{t}(\Phi)\, d\Phi = \mathbf{F}_C(\alpha, \beta)$$

Force d’inertie du liquide (masse ajoutée)
Force de traînée + (effets d’histoire)
Force de portance (faible)

Dynamique de bulles en croissance



Force de masse ajoutée en écoulement permanent de liquide, s'oppose au mouvement instationnaire de la bulle

$$\mathbf{F}_I = -\rho_l V C_{MA} \frac{d\mathbf{u}_v}{dt} + \rho_l C_{MA} \frac{dV}{dt}\left(\mathbf{u}_v - \mathbf{u}_l\right)$$

C_{MA}=0.5 en milieu infini

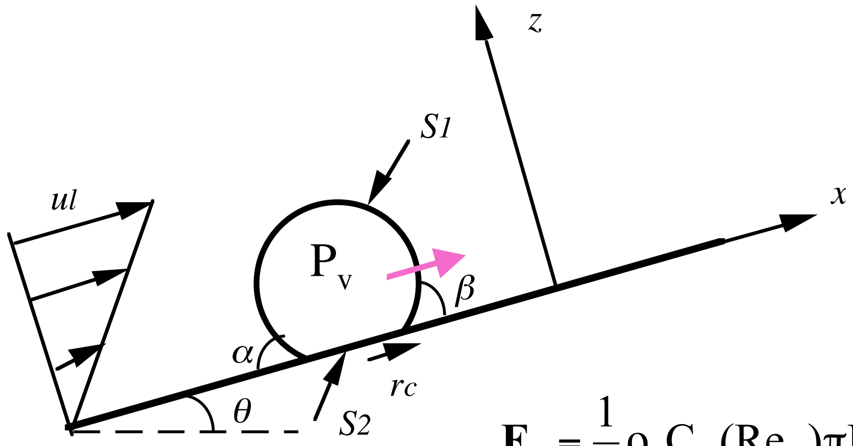
En proche paroi, calcul de l'écoulement potentiel (extrapolation) (Duhar, 2003)

$$\mathbf{F}_I = -\rho_l \frac{d}{dt}\left[\frac{19}{32} V\left(u_g - u_l\right)\right]\mathbf{e}_x - \rho_l \frac{d}{dt}\left[\frac{11}{16} V v_g\right]\mathbf{e}_z + \frac{3}{32}\rho_l \frac{d^2}{dt^2}\left(RV\right)\mathbf{e}_z$$

Bulle hémisphérique posée sur une paroi (Klausner et al., 1993)

$$F_I = -\rho_l \pi R^2\left(R\ddot{R} + C_s \frac{3}{2}\dot{R}^2\right)$$

Dynamique de bulles en croissance



Force de traînée, exercée par l'écoulement de liquide

$$\mathbf{F}_T = \frac{1}{2}\rho_l C_D(\mathrm{Re}_B)\pi R^2 \left|\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_v\right|\left(\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_v\right) \quad \text{avec} \quad \mathrm{Re}_B = \frac{2R\left|\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_v\right|}{\nu_l}$$

Connu en milieu infini avec R=cte

$$C_D = \frac{16}{\mathrm{Re}_B}\left\{1 + \left[\frac{8}{\mathrm{Re}_B} + \frac{1}{2}\left(1 + 3{,}315\,\mathrm{Re}_B^{-0,5}\right)\right]^{-1}\right\}$$

Inconnu pour une bulle sur une paroi $\forall$ Re_B

Ecoulement potentiel

$$\mathbf{F}_T = -12\pi\mu_l R v_g \frac{5}{4}\mathbf{e}_z - 12\pi\mu_l R(u_l - u_g)\frac{9}{8}\mathbf{e}_x$$

En ébullition

$$C_D = C_{DS} + C_H$$

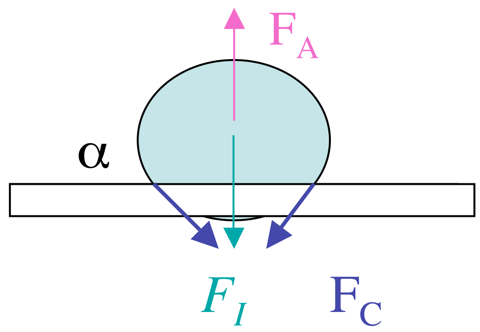
Quelques données expérimentales dans la littérature (Winterton, 1972) $C_D = 18.7\,\mathrm{Re}_B^{-0.68}$

Chapitre 4 Dynamique et transfert à l'échelle d'une bulle

1. Ebullition ou condensation d'une bulle de vapeur en milieu infini
2. Croissance de bulles sur une paroi chauffée
3. Dynamique de bulles en croissance
4. Diamètres de bulles et fréquence de détachement

Diamètres et fréquence de détachement

Paroi horizontale sans écoulement



$$\mathbf{F}_A = \rho_l V g \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{F}_C = -2\pi r_c \sigma \sin\alpha \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{F}_I = -\rho_l \frac{d}{dt}\left[\frac{11}{16} V v_g\right]\mathbf{e}_z + \frac{3}{32}\rho_l \frac{d^2}{dt^2}(RV)\mathbf{e}_z$$

$F_I + F_A + F_C = 0$ pendant la croissance

Si F_I est faible pendant la croissance $F_A + F_C = 0$
au détachement lorsque F_I n'est plus négligeable $F_A + F_C > 0$ (=- F_I)

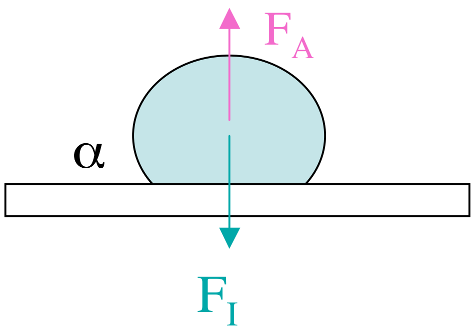
Rayon au détachement avec $r_c = R\sin\alpha$ $\qquad R_d = \sin\alpha\sqrt{\dfrac{3\sigma}{2\rho_l g}}$

Diamètres et fréquence de détachement

Paroi horizontale sans écoulement

Modèle de Zeng et al. (1993)

Croissance rapide de petites bulles en paroi



$$\mathbf{F}_A = \rho_l V g \mathbf{e_z} \qquad F_I = -\rho_l \pi R^2 \left(R\ddot{R} + C_s \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right)$$

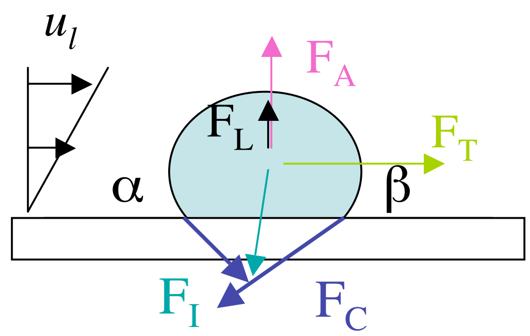
Loi de croissance de bulles $R = Kt^n$

Critère de détachement $F_I + F_A = 0$

$$R_d = \left[\frac{3}{4} \frac{K^{2/n}}{g} \left(n(n-1) + \frac{3}{2} C_s n^2 \right) \right]^{n/(2-n)}$$

Diamètres et fréquence de détachement

Paroi horizontale avec écoulement



$$\mathbf{F}_A = \rho_l V g \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{F}_C(\alpha,\beta) = F_{Cx}\mathbf{e}_x + F_{Cz}\mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{F}_I = -\rho_l \frac{d}{dt}\left[\frac{19}{32} V\left(u_g - u_l\right)\right]\mathbf{e}_x - \rho_l \frac{d}{dt}\left[\frac{11}{16} V v_g\right]\mathbf{e}_z + \frac{3}{32}\rho_l \frac{d^2}{dt^2}\left(RV\right)\mathbf{e}_z$$

$F_{Tx}=1/2\ \rho_l\ C_D\ \pi R^2 U^2$ $\qquad$ $F_{Lz}=1/2\ \rho_l\ C_L\ \pi R^2 U^2$

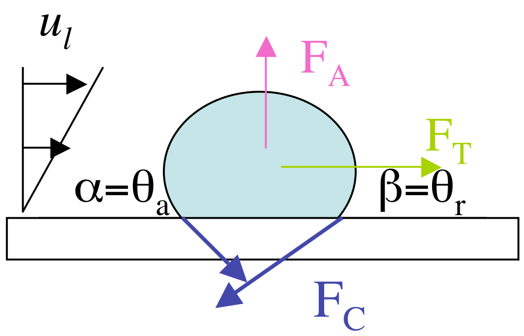
Pendant la croissance généralement F_I est faible.

Le détachement se produit lorsque $F_{Tx}+F_{Cx}+F_{Ix}>0$ glissement sur la paroi

$F_{Az}+F_{Cz}+F_{iz}+F_{Lz}>0$ détachement de la paroi

Diamètres et fréquence de détachement

Paroi horizontale avec écoulement



Modèle de Winterton (1972)

Détachement parallèle à la paroi

Force capillaire :

$$F_{Cx} = -\frac{\pi}{2}\sigma r_s\left(\cos\theta_r - \cos\theta_a\right) = -\frac{\pi}{2}\sigma R\sin\theta\left(\cos\theta_r - \cos\theta_a\right) = -\frac{\pi}{2}\sigma R F(\theta)$$

Force de trainée : $F_{Tx}=1/2\ \rho_l\ C_D\ \pi R^2 U^2$

Détachement lorsque :

$$\frac{1}{2}C_D\rho_l U^2 R^2\pi > \frac{\pi}{2}\sigma R F(\theta)$$

$$C_D = 18.7\,Re_B^{-0.68}$$

$$Re_B = U2R/\nu$$

$$\frac{1}{2}C_D\rho_l U^2 R^2\pi > \frac{\pi}{2}\sigma R\sin\theta$$

Diamètres et fréquence de détachement

De nombreuses corrélations existent dans la littérature basée sur un nombre de Bond

$$Bo = \frac{g(\rho_l - \rho_v)d_d^2}{\sigma}$$

Fréquence de détachement :

Corrélations $\quad f^n d_d = cste \quad$ $n = 2$ croissance inertielle

$n = 1/2$ croissance diffusive

Exemple : eau bouillante à pression atmosphérique

$$f^2 d_d = \frac{4}{3}\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{C\rho_l} \qquad C \approx 1$$

Diamètres et fréquence de détachement

Fréquence de détachement :

$$\tau = \frac{1}{f} = t_a + t_{2R(t)=d_d}$$

$$t_a = \frac{1}{4\alpha_l}\frac{r_c^2}{\left(\mathrm{erfc}^{-1}\left[\frac{T_{sat}-T_0}{T_p-T_0}+\frac{2\sigma T_{sat}}{(T_p-T_0)r_c\rho_v h_{lv}}\right]\right)^2}$$

t_c connu par les lois de croissance de bulle et les diamètres au détachement

Modèle de Mikic et Rohsenow

$$f^{1/2}d_d = \frac{d_d}{\sqrt{t_c+t_a}} = \frac{4}{\pi}\mathrm{Ja}\sqrt{3\pi\alpha_l}\left[\left(\frac{t_a}{t_c+t_a}\right)^{1/2}+\left(1-\frac{t_a}{t_c+t_a}\right)^{1/2}-1\right] \approx 0.83\mathrm{Ja}\sqrt{\pi\alpha_l}$$

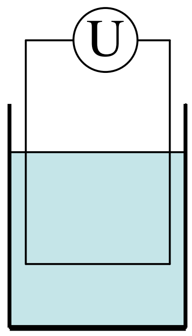
$$0{,}15 < \frac{t_a}{t_a+t_c} < 0{,}8$$

Chapitre 5 Transferts en ébullition libre

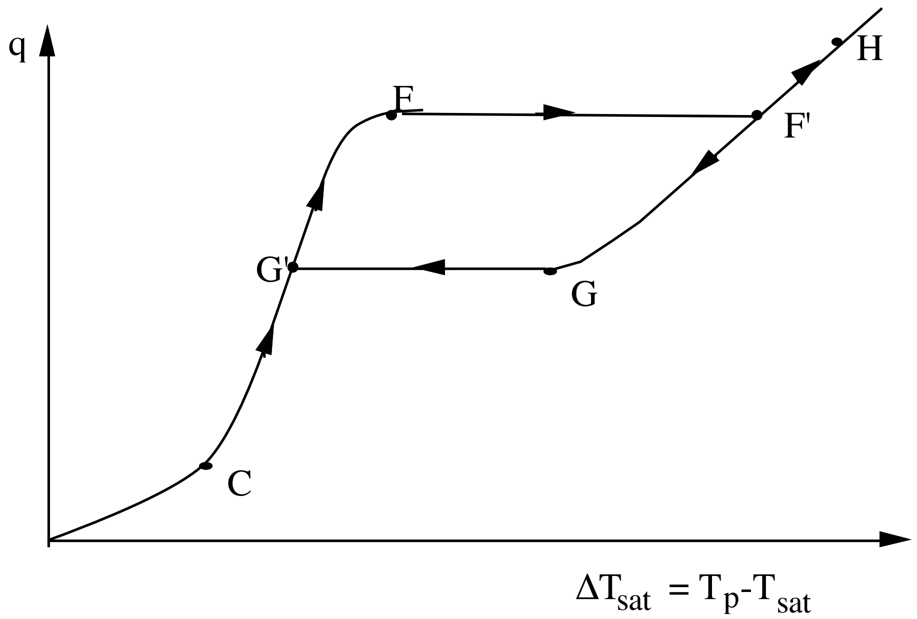
1. Les différents régimes de l'Ébullition libre
2. Régime de convection naturelle
3. Ébullition nucléée
4. Crise d'ébullition - Flux critique
5. Ebullition en film
6. Flux de chaleur minimum
7. L'ébullition de transition
8. Quelques effets paramètriques sur l’ébullition libre

Expérience de Nukiyama

Fil chauffé par effet Joule : Flux imposé $\quad q = \dfrac{UI}{\pi d l}$

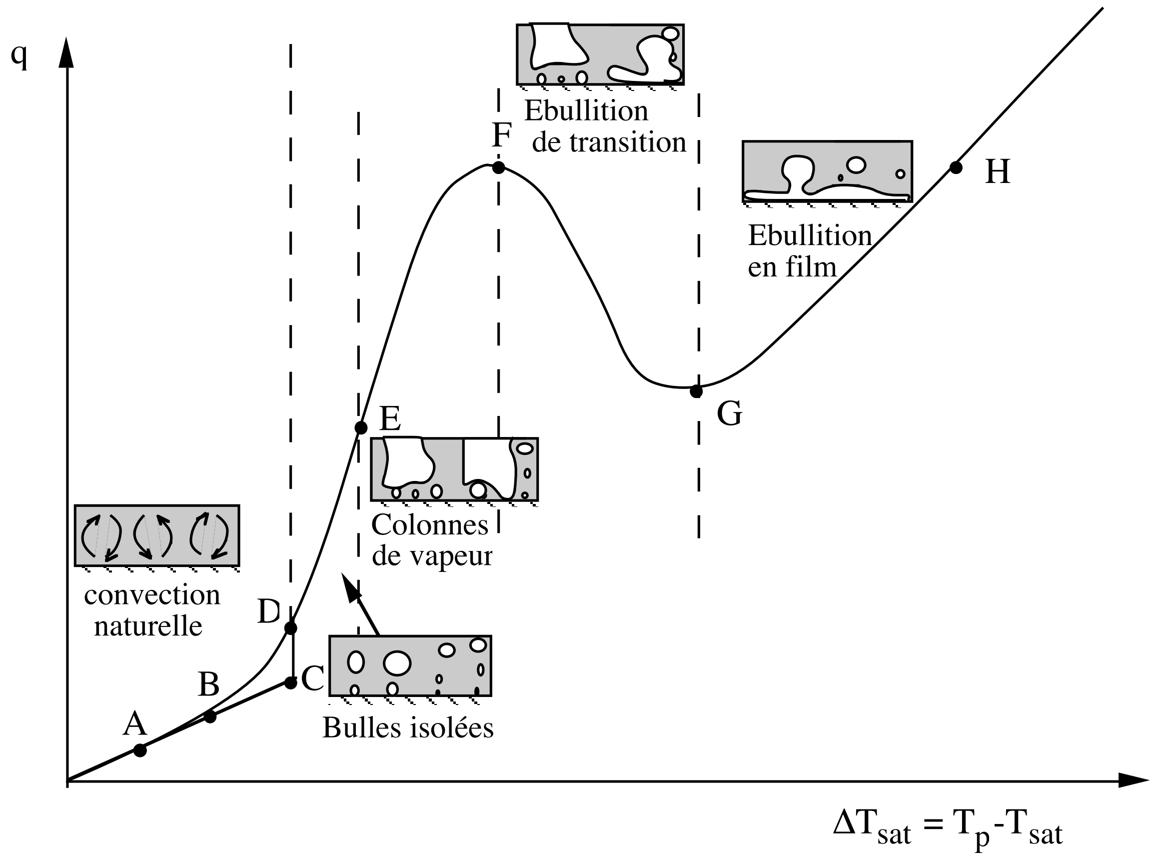


Détermination de T_p à partir de la mesure de la résistance du fil U/I



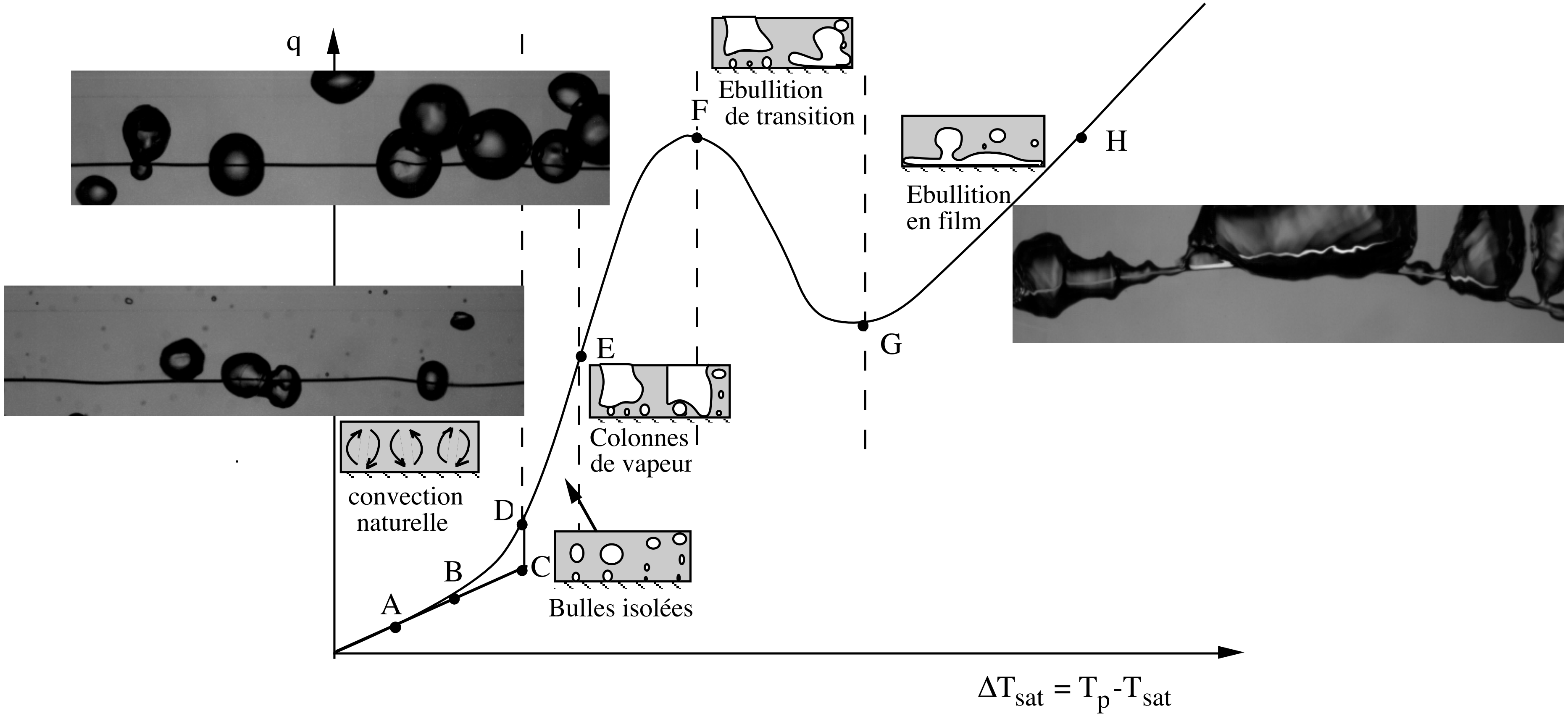
Expérience de Drew et Müller

Chauffage à température imposée d'une plaque plane



Expérience de Drew et Müller (1934)

Chauffage à température imposée d'une plaque plane



Transfert thermique en convection naturelle

$$q = h(T_p - T_{sat})$$

$$Nu = \frac{hD}{k_l} = \frac{qD}{k_l\left(T_p - T_{sat}\right)} = C \cdot Ra^{1/n}$$

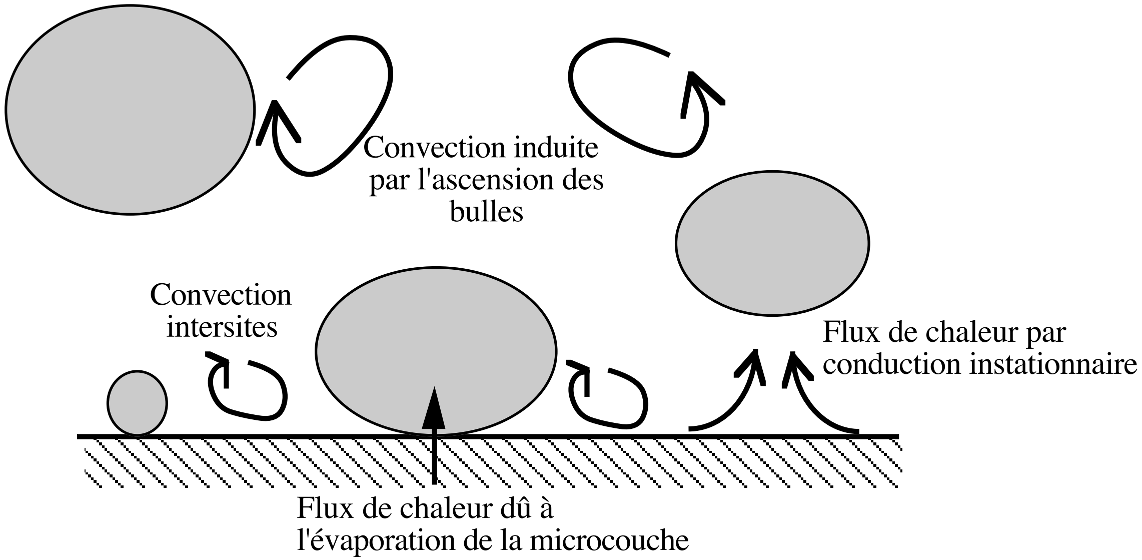
$$Ra = \frac{g\beta\left(T_p - T_{sat}\right)D^3}{\nu_l \alpha_l}$$

$10^4 < Ra < 10^7$	$C = 0.54$	$n = 4$
$10^7 < Ra < 10^{11}$	$C = 0.15$	$n = 3$

Déclenchement de l'ébullition nucléée

Critère de Hsu

Transfert thermique en ébullition nucléée



Les modèles mettent en jeu les différents modes de transfert :

- Modèle de Rohsenow
- Modèle de Han et Griffith
-Modèle de Judd et Hwang
- Corrélation de Stephan Abdelsalam

Modèle de Rohsenow

Mode de transfert par convection dans le sillage des bulles : analogie avec la convection forcée

$$Nu_b = \frac{hL_b}{k_l} = A\,Re_b^m\,Pr^n$$

$$h = \frac{q}{T_p - T_{sat}}$$

$$Re_b = \frac{\rho_v U_b L_b}{\mu_l}$$

$$Pr = \frac{\nu_l}{\alpha_l} = \frac{\mu_l C_{pl}}{k_l}$$

$$U_b = \frac{q}{\rho_v h_{lv}}$$

$$L_b = C_b\theta\left[\frac{2\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{1/2}$$

Echelle de longueur caractéristique du diamètre des bulles au détachement

$$q = \mu_l h_{lv}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2}\left[\frac{C_p\left(T_p - T_{sat}(P_0)\right)}{C_{sf}\,Pr^s\,h_{lv}}\right]^{1/r}$$

≈ 3

Constante spécifique qui dépend du couple solide/fluide

$C_{sf}=2^{1/2}\,C_b\,\theta\,/\,A$, $r=1-m$, $s=1-n$

$s=1{,}7$ (ou 1 pour l'eau)

Modèle de Han et Griffith

Mode de transfert dû à la convection naturelle entre les sites de nucléation et à la conduction instationnaire après le départ d'une bulle.

• Densité de flux de chaleur par conduction après le départ d'une bulle

$$q' = -k_l \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{k_l \left(T_p - T_{sat}(P_0) \right)}{\sqrt{\pi \alpha_l t}}$$

•Flux moyenné sur une période de formation d'une bulle

$$\overline{q}' = f \int_0^{1/f} q' dt = f \int_0^{1/f} \frac{k_l \left(T_p - T_{sat}(P_0) \right)}{\sqrt{\pi \alpha_l t}} dt = \left(\frac{4 k_l \rho_l C_p}{\pi} \right)^{1/2} \left(T_p - T_{sat}(P_0) \right) f^{1/2}$$

•Flux moyenné sur la surface

$$q = \frac{\pi d_d^2}{4} n_c \overline{q}' = 2\sqrt{\pi k_l \rho_l C_p} \sqrt{f} \boxed{d_d^2 n_c} \left(T_p - T_{sat}(P_0) \right)$$

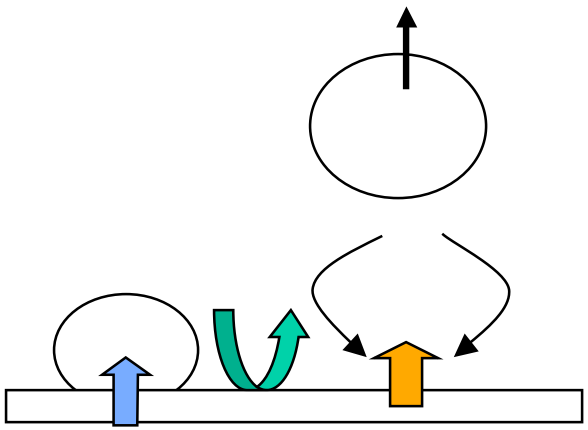
Partie de la surface concernée

Difficulté : connaître d_d, n_c, f

Modèle of Judd et Hwang

3 modes de transfert envisagés

$$q = q_E + q_{CN} + q_{CI}$$



$$q_E = \rho_l h_{lv} V_m n_c f = \rho_v h_{lv} \frac{4}{3}\pi R_d^3 n_c f$$

$$q_{CN} = f(Ra, Pr) A_{CN}$$

$$A_{CN} = \left[1 - K\pi R_d^2 n_c\right]$$

$$q_{CI} = K\pi R_d^2 n_c 2\sqrt{\rho_l C_{p_l} k_l f / \pi}\left(T_p - T_0\right)$$

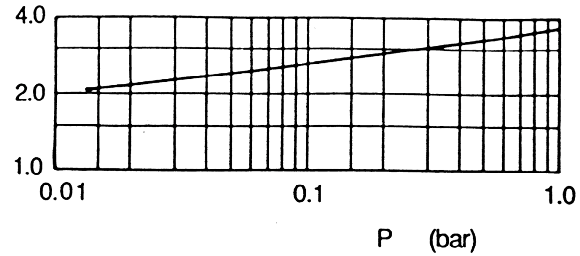
Paramètres à déterminer pour utiliser le modèle : R_d, f, n_c, K

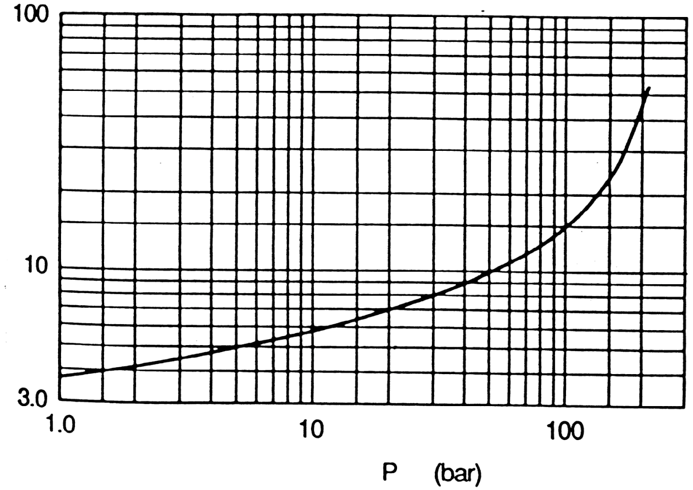
Corrélation de Stephan et Abdelsalam

Lissage optimal sur plus de 5000 données expérimentales

$$q = \left[C\left(T_p - T_{sat}(P_0)\right)\right]^{1/n}$$

Fluide	n	C
Eau	0.327	Figures
Hydrocarbures	0.33	$C \approx 3(P_0)^{1/4}$
Réfrigérants	0.255	$C \approx (P_0)^{1/2}$





Conclusion sur les modèles d'ébullition nucléée

• Approches variées

• Difficultés pour la détermination de n_c, f, R_d

• Accord correct avec l'expérience sur l'estimation des surchauffes ΔT_{sat}, résultats moins précis sur la prédiction de la densité de flux de chaleur q

Crise d'ébullition - prédiction du flux critique

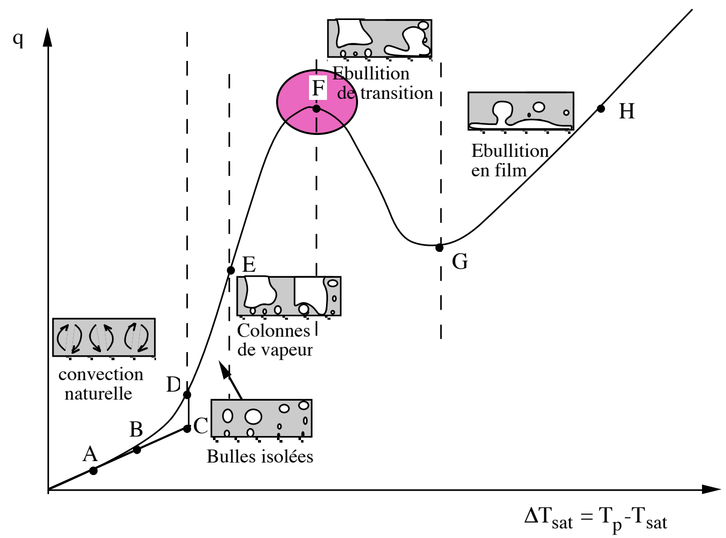
Différents mécanismes sont avancés pour expliquer l'apparition du flux critique :

- Mécanismes d'instabilité hydrodynamique : (Modèle de Zuber)

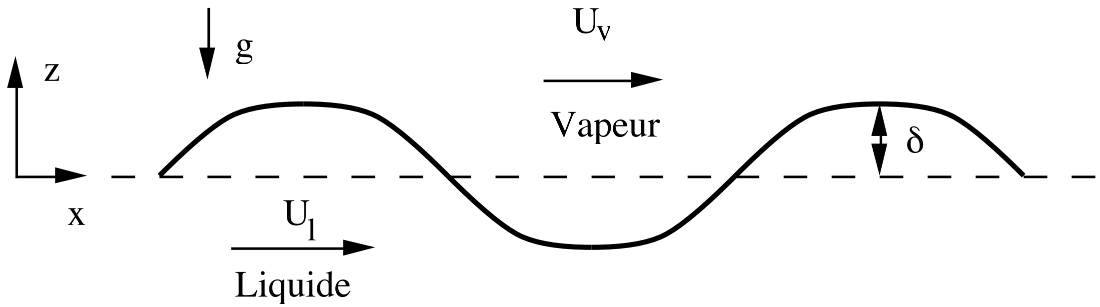
-Modèle de disparition de la macrocouche de liquide formée à la base des champignons de vapeur (Haramura et Katto)

- Coalescence latérale de bulles sur la surface chauffée dans la macrocouche de liquide

- Formation de points chauds sur la surface au niveau desquels la température est si élevée que le phénomène de remouillage ne peut avoir lieu.



Quelques notions sur les instabilités hydrodynamiques



Instabilités de 2 types : Rayleigh-Taylor et Kelvin-Helmholtz
Etude de stabilité linéaire monodimensionnelle.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$\rho\left(\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + W\frac{\partial U}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\rho\left(\frac{\partial W}{\partial t} + U\frac{\partial W}{\partial x} + W\frac{\partial W}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g$$

Perturbation en t et x

$$U = \overline{U} + u' \qquad \delta(x,t) = Ae^{ikx+\omega t}$$

$$W = \overline{W} + w' \qquad w'(x,z,t) = \hat{w}(z)e^{ikx+\omega t}$$

$$P = \overline{P} + p' \qquad p'(x,z,t) = \hat{p}(z)e^{ikx+\omega t}$$

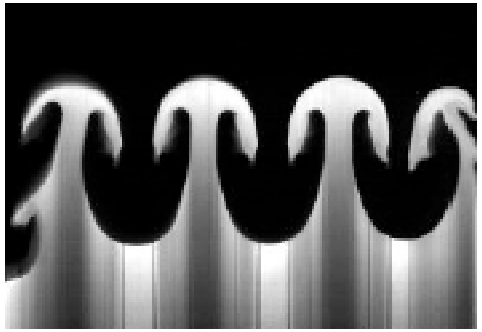
$\hat{p}(z)$ + relation de dispersion f(ω,k)

+ C.L. Interface : raccordement des vitesses + Loi de Laplace + $W = \frac{\partial \delta}{\partial t} + U\frac{\partial \delta}{\partial x}$

Quelques notions sur les instabilités hydrodynamiques (suite)

Perturbation introduite

$$\delta(x,t) = Ae^{ikx+\omega t}$$
$$w'(x,z,t) = \hat{w}(z)e^{ikx+\omega t}$$
$$p'(x,z,t) = \hat{p}(z)e^{ikx+\omega t}$$



Relation de dispersion

$$\omega = \pm \frac{\left\{k^2\rho_l\rho_v\left(\overline{U}_l - \overline{U}_v\right)^2 - \left[\sigma k^3 + \left(\rho_l - \rho_v\right)gk\right]\left(\rho_l + \rho_v\right)\right\}^{1/2}}{\left(\rho_l + \rho_v\right)} - \frac{ik\left(\rho_l\overline{U}_l + \rho_v\overline{U}_v\right)}{\left(\rho_l + \rho_v\right)}$$

Si $U_v = U_l = 0$ et si le fluide lourd est au dessus $\Longrightarrow$ Instabilité de Rayleigh-Taylor

$$\omega = \pm\left[\frac{\left(\rho_l - \rho_v\right)gk - \sigma k^3}{\rho_l + \rho_v}\right]^{1/2} \approx \pm\left[\frac{\left(\rho_l - \rho_v\right)gk - \sigma k^3}{\rho_l}\right]^{1/2}$$

Si $\omega > 0$ et $k < k_c = \left[\frac{\left(\rho_l - \rho_v\right)g}{\sigma}\right]^{1/2}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Longueur d'onde la plus dangereuse : $d\omega/dk=0$

$$k_{max} = \left[\frac{\left(\rho_l - \rho_v\right)g}{3\sigma}\right]^{1/2} \Longrightarrow \lambda_D = 2\pi\left[\frac{3\sigma}{\left(\rho_l - \rho_v\right)g}\right]^{1/2} = \sqrt{3}\lambda_c$$

Quelques notions sur les instabilités hydrodynamiques (suite)

Relation de dispersion

$$\omega = \pm \frac{\left\{k^2\rho_l\rho_v\left(\overline{U}_l - \overline{U}_v\right)^2 - \left[\sigma k^3 + \left(\rho_l - \rho_v\right)gk\right]\left(\rho_l + \rho_v\right)\right\}^{1/2}}{\left(\rho_l + \rho_v\right)} - \frac{ik\left(\rho_l\overline{U}_l + \rho_v\overline{U}_v\right)}{\left(\rho_l + \rho_v\right)}$$

Si U_v et/ou $U_l \neq 0$ vagues sur l'interface

Si la partie réelle de $\omega > 0$ $\Longrightarrow$ Instabilité de Kelvin Helmholtz

$$\left|\overline{U}_l - \overline{U}_v\right| > \left\{\frac{\left[\sigma k + \left(\rho_l - \rho_v\right)g/k\right]\left(\rho_l + \rho_v\right)}{\rho_l\rho_v}\right\}^{1/2}$$

avec

$$k < k_c = \left[\frac{\left(\rho_l - \rho_v\right)g}{\sigma}\right]^{1/2}$$

Si la gravité n'intervient pas

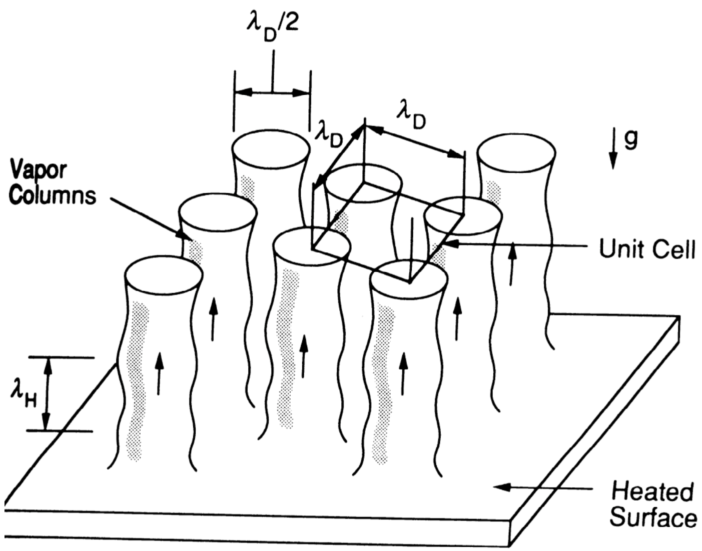
$$\left|\overline{U}_l - \overline{U}_v\right| > \left[\frac{\sigma k\left(\rho_l + \rho_v\right)}{\rho_l\rho_v}\right]^{1/2}$$

pour $k=k_c$

$$U_c = \left[\frac{2\left(\rho_l - \rho_v\right)}{\rho_l}\right]^{1/2}\left[\frac{\sigma\left(\rho_l - \rho_v\right)g}{\rho_v^2}\right]^{1/4}$$

Modèle de Zuber et de Lienhard - Dhir

Modèle basé sur les instabilités hydrodynamiques



Hypothèses du modèle :

• plaque horizontale infinie

• colonnes vapeur ont une vitesse u_v le liquide u_l

• espace inter-colonnes: λ

• diamètre des colonnes : $\lambda/2$

λ, longueur d'onde de Taylor

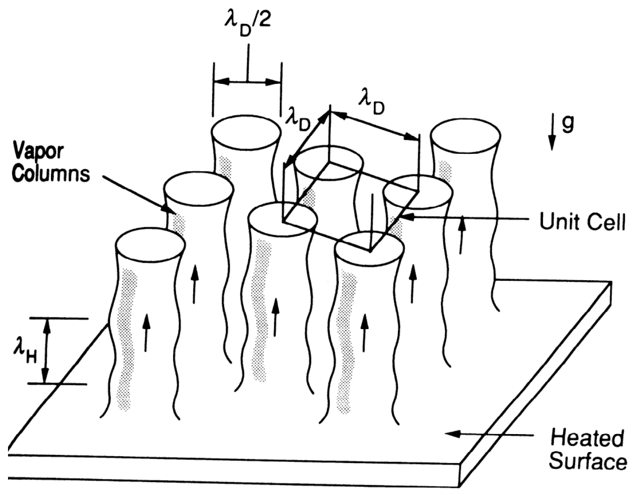
Modèle à un paramètre

• Le flux critique est atteint lorsque l'interface est soumise à des instabilités de Kelvin Helmholtz de longueur d'onde λ_H.

Modèle de Zuber et de Lienhard - Dhir (suite)

La vitesse critique de la vapeur pour apparition des instabilités de KH

$$u_c = \left|u_l - u_v\right| = \left[\frac{\sigma k(\rho_l + \rho_v)}{\rho_l \rho_v}\right]^{1/2} \approx \left[\frac{2\pi\sigma}{\rho_v \lambda_H}\right]^{1/2}$$



$u_c \approx u_v$ est relié au débit de vapeur formé

$$u_c \approx u_v = \frac{q_{max}}{\rho_v h_{lv}}\left(\frac{S_{totale}}{S_{colonnes}}\right) = \frac{q_{max}}{\rho_v h_{lv}} \frac{\lambda^2}{\pi(\lambda/4)^2} = \frac{16}{\pi} \frac{q_{max}}{\rho_v h_{lv}}$$

Zuber fait l'hypothèse que $\lambda_H = \pi\lambda/2$ - La longueur d'onde de Taylor est telle que :

$$\lambda_c < \lambda < \lambda_D \quad \text{avec} \quad \lambda_C = 2\pi\left[\frac{\sigma}{(\rho_l - \rho_v)g}\right]^{1/2} \quad \text{et} \quad \lambda_D = 2\pi\left[\frac{3\sigma}{(\rho_l - \rho_v)g}\right]^{1/2}$$

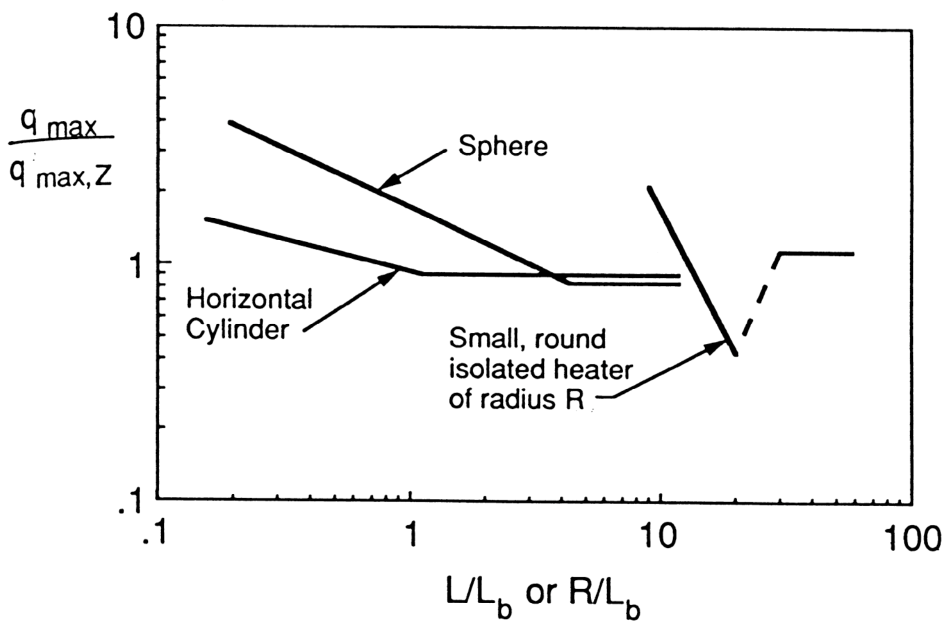
Modèle de Zuber et de Lienhard - Dhir (suite)

A partir des expressions précédentes

$$0{,}118\rho_v h_{lv}\left[\frac{\sigma(\rho_l-\rho_v)g}{\rho_v^2}\right]^{1/4} < q_{max} < 0{,}157\rho_v h_{lv}\left[\frac{\sigma(\rho_l-\rho_v)g}{\rho_v^2}\right]^{1/4}$$

Zuber propose que la constante = 0.131

Lienhard et Dhir proposent une constante = 0.149 avec $\lambda_H=\lambda_D$



Influence de la taille de l'élément chauffant

$$\frac{q_{max}}{q_{max,Z}} = f\left(\frac{L}{L_b}\right) \qquad L_b = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l-\rho_v)}}$$

$$q_{max,Z} = 0.131\rho_v h_{lv}\left[\frac{\sigma(\rho_l-\rho_v)g}{\rho_v^2}\right]^{1/4}$$

Modèle de Huramoto et Katto

Hypothèses du modèle:

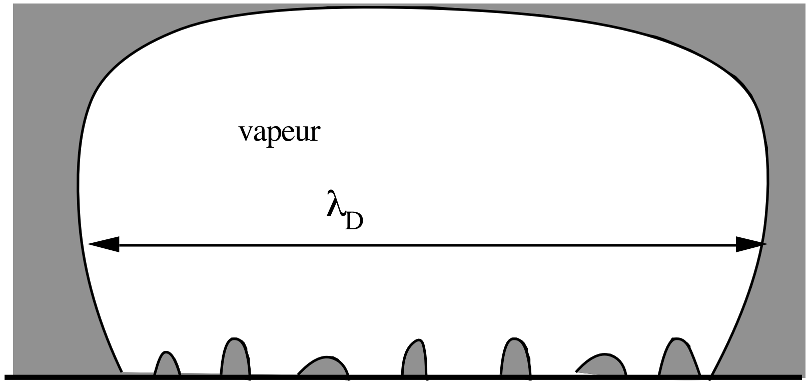
-Bulle de vapeur de largeur λ_D alimentée par des jets et se détachant sous l'effet de la force d'Archimède

-Jets de vapeurs séparés par des zones liquide de faible épaisseur $\lambda_H/4$

-Flux critique atteint lorsque tout le liquide s'évapore avant que la bulle ne se détache

$$q_{max} = \boxed{\left(1 - \frac{S_{jet}}{S_{totale}}\right)\frac{\lambda_H}{4}}\,\frac{\rho_l h_{lv}}{\tau}$$

Volume de liquide/unité de surface



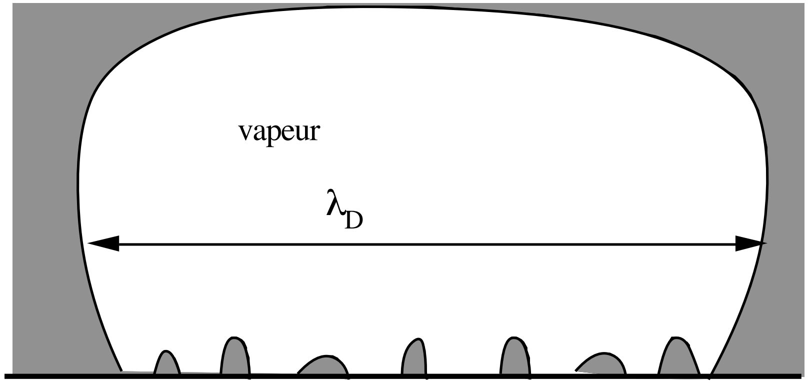
Période de détachement des poches de vapeur

$$\tau = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/5}\left[\frac{4\left(\frac{11}{16}\rho_l + \rho_v\right)}{g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{3/5}\dot{V}^{1/5}$$

avec $\quad \dot{V} = \dfrac{\lambda_D^2 q_{max}}{\rho_v h_{lv}}$

Taux de croissance $\quad V = \dot{V}t$

Modèle de Huramoto et Katto



$$q_{max} = \left(1 - \frac{S_{jet}}{S_{totale}}\right) \frac{\lambda_H}{4} \frac{\rho_l h_{lv}}{\tau}$$

$$\tau = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/5} \left[\frac{4\left(\frac{11}{16}\rho_l + \rho_v\right)}{g(\rho_l - \rho_v)}\right]^{3/5} \left(\frac{\lambda_D^2 q_{max}}{\rho_v h_{lv}}\right)^{1/5}$$

La longueur d'onde λ_H pour une interface cisaillée par un écoulement de vapeur de vitesse u_c vaut :

$$\lambda_H = \frac{2\pi\sigma(\rho_l + \rho_v)}{\rho_v \rho_l} \frac{1}{u_C^2} = \frac{2\pi\sigma(\rho_l + \rho_v)}{\rho_v \rho_l} \left[\frac{\rho_v h_{lv}}{q_{max}}\right]^2 \left(\frac{S_{jet}}{S_{totale}}\right)^2$$

$$q_{max} = \left(\frac{\pi^4}{2^{11} \times 3^2}\right)^{1/16} \left(\frac{S_{jets}}{S_{totale}}\right)^{5/8} \left(1 - \frac{S_{jets}}{S_{totale}}\right)^{5/16} \left[\frac{\rho_l/\rho_v - 1}{\left((11/16)(\rho_l/\rho_v) + 1\right)^{3/5}}\right]^{5/16} \rho_v h_{lv} \left[\frac{\sigma(\rho_l - \rho_v)g}{\rho_v^2}\right]^{1/4}$$

Expression identique à Zuber pour

$$\frac{S_{jets}}{S_{totale}} = 0.584 \left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)^{0.2}$$

Conclusion sur les modèles de flux critique

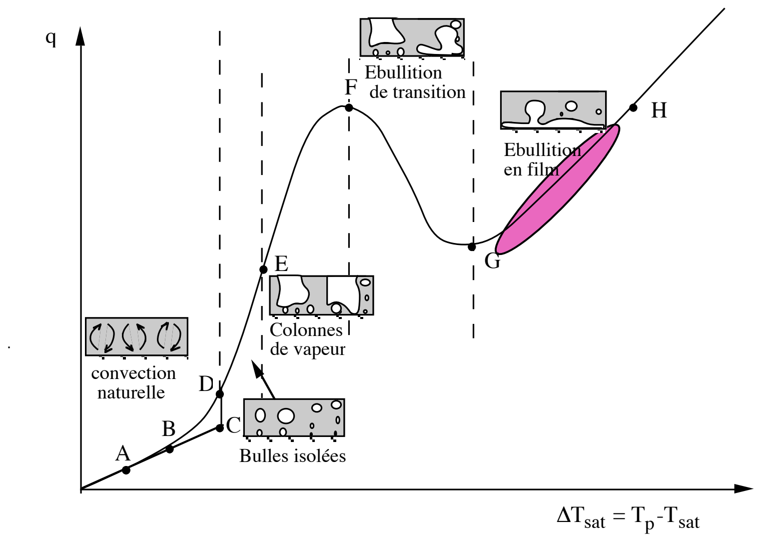
Certaines hypothèses des modèles sont discutables :
Ex modèle Huramoto et Katto : faible épaisseur des colonnes de vapeur, alors que ce sont de long jets de vapeur

Hypothèses de bases des modèles sont les mêmes : les instabilités de K. H. sont responsables du piégeage du liquide qui se vaporise

Prédictions obtenues avec ces modèles sont raisonnables (20%) pour l'eau, les hydrocarbones, les fluides cryogéniques et les réfrigérants

Ecarts considérables pour les métaux liquides ou la convection et la conduction sont importantes

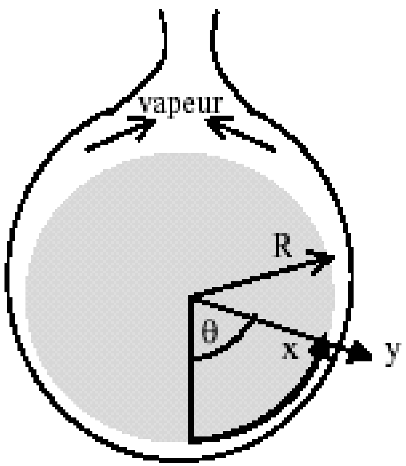
Ebullition en film



Bromley (1950)
analogie théorie de
la condensation
cylindres horizontaux

Berenson (1962)
instabilités
hydrodynamiques
plaques horizontales

Ebullition en film : modèle de Browley



Hypothèses du calcul :

- Cylindre de grande longueur L>>R, chauffé à T_p
- L'interface est lisse à température $T_{sat}(P_0)$
- Film de vapeur mince d'épaisseur δ<<R et transfert de chaleur par conduction uniquement
- Propriétés thermophysiques évaluées à la température du film $(T_p+T_{sat})/2$
- Liquide à la température $T_{sat}(P_0)$

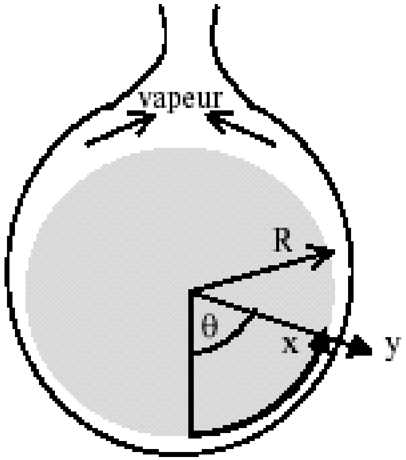
Equilibre mécanique d'un petit élément volumique de vapeur dxdydz

$$P(x+dx)dydz - P(x)dydz + \tau(y)dxdz - \tau(y+dy)dxdz + \rho_v g \sin\theta\, dxdydz = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dP}{dx} = \frac{\partial \tau}{\partial y} - \rho_v g \sin\theta = \mu_v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \rho_v g \sin\theta = -\rho_l g \sin\theta \quad \Rightarrow \quad \mu_v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -(\rho_l - \rho_v) g \sin\theta$$

$$u(x,y) = \frac{(\rho_l - \rho_v) g \sin\theta\, \delta^2}{\mu_v}\left(\frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{2\delta^2}\right) \qquad \text{avec} \begin{cases} u(x,0) = 0 \\ \left.\dfrac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=\delta} = 0 \end{cases}$$

Ebullition en film : modèle de Browley (suite)



$$u(x,y) = \frac{(\rho_l - \rho_v) g \sin\theta \delta^2}{\mu_v}\left(\frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{2\delta^2}\right)$$

Vitesse moyenne sur l'épaisseur du film

$$\bar{u}(x) = \frac{1}{\delta}\int_0^\delta u(x,y)dy = \frac{(\rho_l - \rho_v) g \sin\theta \delta^2}{3\mu_v}$$

Débit massique de vapeur pour un tube de longueur L

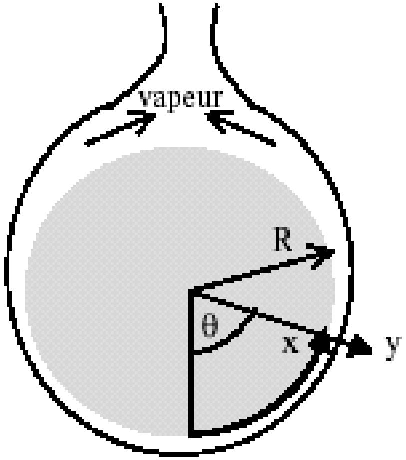
$$\dot{m} = \rho_v \bar{u}(x) L\delta = \frac{\rho_v(\rho_l - \rho_v) g \sin\theta \delta^3 L}{3\mu_v}$$

Flux de chaleur par conduction sur Ldx sert à vaporiser un débit $d\dot{m}$ et à élever sa température de T_{sat} à la température du film $(T_p+T_{sat})/2$

$$dq = k_v L dx \frac{T_p - T_{sat}}{\delta} = \left[\dot{m}(x+dx) - \dot{m}(x)\right] h^*_{lv} = d\dot{m} h^*_{lv} = d\dot{m}\left[h_{lv} + \frac{3}{8} C_{pv}(T_p - T_{sat})\right]$$

avec $\dot{m}h^*_{lv} = \dot{m}h_{lv} + \int_0^\delta \rho_v u(x,y) L C_{pv}(T - T_{sat}) dy = \dot{m}h_{lv} + \dot{m}\frac{3}{8} C_{pv}(T_p - T_{sat})$ $\quad T = T_{sat} + \left(T_p - T_{sat}\right)\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)$

Ebullition en film : modèle de Browley (suite)



$$\dot{m} = \rho_v \bar{u}(x) L\delta = \frac{\rho_v(\rho_l - \rho_v) g \sin\theta \delta^3 L}{3\mu_v}$$

$$k_v L dx \frac{T_p - T_{sat}}{\delta} = d\dot{m} h^*_{lv} = d\dot{m}\left[h_{lv} + \frac{3}{8} C_{pv}(T_p - T_{sat})\right]$$

On élimine δ et on écrit dx=Rdθ

$$\dot{m}^{1/3} d\dot{m} = \frac{k_v}{h^*_{lv}} LR \left[\frac{\rho_v(\rho_l - \rho_v) gL}{3\mu_v}\right]^{1/3} (\sin\theta)^{1/3} d\theta$$

Intégration de θ=0 à π

$$\dot{m} = 1{,}924 \left[\frac{k_v^3 L^4 R^3 (T_p - T_{sat})^3 \rho_v(\rho_l - \rho_v) g}{\mu_v h^{*3}_{lv}}\right]^{1/4}$$

Coefficient d'échange moyen

$$\bar{h} 2\pi RL(T_p - T_{sat}) = 2\dot{m} h^*_{lv}$$

$$\bar{h} = 0{,}728 \left[\frac{k_v^3 h^*_{lv} \rho_v (\rho_l - \rho_v) g}{\mu_v (T_p - T_{sat}) D}\right]^{1/4}$$

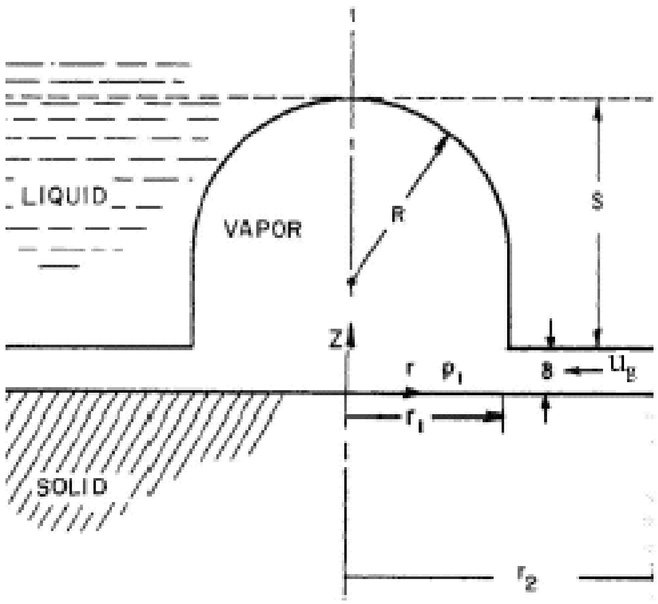
(τ_i=0)

0.62 (Browley)

➡ à haute température : rayonnement

$$h_{tot} = \bar{h} + h_{rad} \qquad h_{rad} = \sigma\varepsilon\left[\frac{T_p^4 - T_{sat}^4}{T_p - T_{sat}}\right]$$

Ebullition en film : modèle de Berenson



Hypothèses :

•L'interface est perturbée par une longueur d'onde λ_D

•Poches de vapeur, formées selon un réseau carré et espacées d'une distance égale à λ_D

•Flux de chaleur est transféré à travers un film d'épaisseur δ

Le flux de chaleur transféré entre r_2 et r sert à vaporiser un débit $\dot{m}(r)$

$$q(r) = k_v \frac{\pi\left(r_2^2 - r^2\right)}{\delta}\left(T_v - T_{sat}\right) = \dot{m}(r) h_{lv}^* = 2\pi r \rho_v \bar{u}_v \delta h_{lv}^*$$

Élimination de u_v avec $\pi r_2^2 = \frac{\lambda_D^2}{2}$

$$dP_v = \left[\frac{b\mu_v k_v\left(T_p - T_{sat}\right)}{\rho_v h_{lv}^* \delta^4}\right]\left(\frac{\lambda_D^2 - 2\pi r^2}{4\pi r}\right) dr$$

Intégration de r_1 à r_2

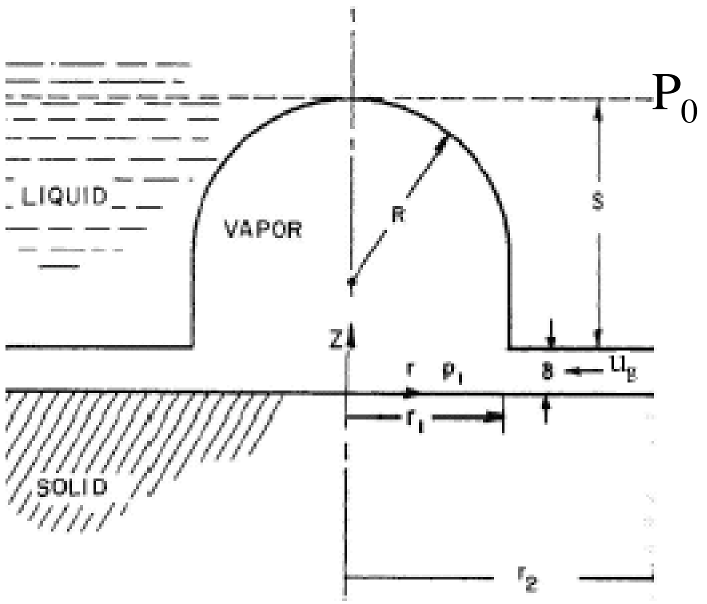
$$P_2 - P_1 = 1,36\left[\frac{8 b\mu_v k_v\left(T_p - T_{sat}\right)}{\rho_v h_{lv}^* \delta^4}\right]\left(\frac{\sigma}{g\left(\rho_l - \rho_v\right)}\right)$$

Equilibre mécanique du film de vapeur

$$\frac{dP_v}{dr} = \mu_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial z^2} = \mu_v b \frac{\bar{u}_v}{\delta^2} \qquad \text{avec} \quad b = 3 \qquad \text{si} \begin{cases} u_v(r,0) = 0 \\ \left.\dfrac{\partial u_v}{\partial r}\right|_{y=\delta} = 0 \end{cases}$$

$$\lambda_D = 2\pi\left[\frac{3\sigma}{\left(\rho_l - \rho_v\right) g}\right]^{1/2} \qquad \text{et} \qquad r_1 = 2,35\left[\frac{\sigma}{\left(\rho_l - \rho_v\right) g}\right]^{1/2}$$

Ebullition en film : modèle de Berenson (Suite)



$$P_2 - P_1 = 1{,}36\left[\frac{8b\mu_v k_v\left(T_p - T_{sat}\right)}{\rho_v h^*_{lv}\delta^4}\right]\left(\frac{\sigma}{g\left(\rho_l - \rho_v\right)}\right)$$

$$P_2 = P_0 + \rho_l g S \qquad P_1 = P_0 + \rho_v g S + \frac{2\sigma}{R}$$

avec $R = r_1 = 2{,}35\left[\dfrac{\sigma}{g\left(\rho_l - \rho_v\right)}\right]^{1/2}$; $S = 1{,}36R$

Elimination de P_2-P_1

calcul de δ

$$\bar{h} = \frac{k_v}{\delta} = 0.425\left\{\left[\frac{k_v^3 g\rho_v(\rho_l - \rho_v)h^*_{lv}}{\mu_v(T_p - T_{sat})}\right]\sqrt{\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}}\right\}^{1/4}$$

Equation de la même forme que Browley échelle de longueur

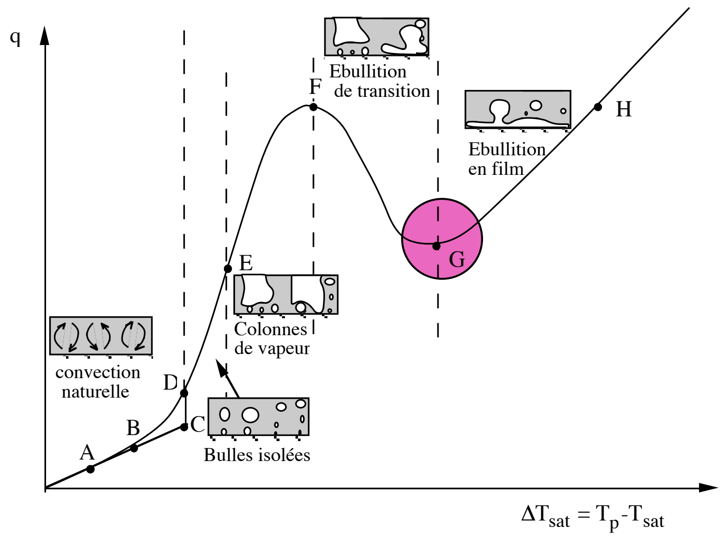
$$\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}}$$

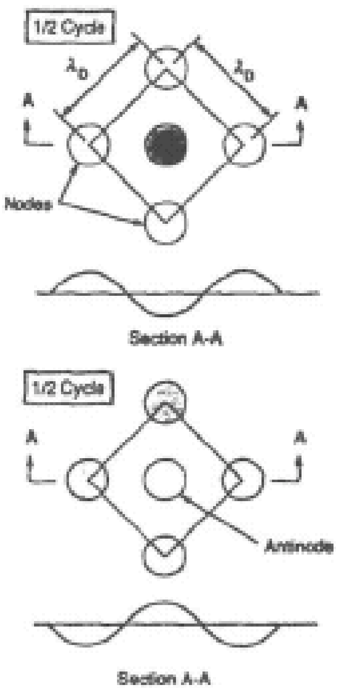
D (Browley)

Flux de chaleur minimum

Minimum de flux thermique q_{min} atteint lorsque le débit de vapeur vaporisé < débit évacué par le départ des bulles :

$$q_{min} = \frac{4\pi R^3}{3}\rho_v h_{lv} n_b f_{min}$$





$$n_b = \frac{2}{\lambda_D^2}$$

$$\lambda_D = 2\pi\sqrt{\frac{3\sigma}{(\rho_l - \rho_v)g}}$$

Bulles relachées au niveau des ventres de l'instabilité de Taylor ont un rayon $R=\lambda_D/4$

Correspond à la longueur d'onde la plus dangereuse de l'instabilité de Rayleigh-Taylor

$$\omega_{max} = \left[\frac{4(\rho_l - \rho_v)^3 g^3}{27(\rho_l + \rho_v)^2\sigma}\right]^{1/4}$$

$f_{min}=0.4\ \omega_{max}$.

$$q_{min} = 0,35\rho_v h_{lv}\left[\frac{g\sigma(\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2}\right]^{1/4}$$

(Zuber)

0,09 meilleur accord avec les expériences (Berenson)

Conclusion sur les modèles

Ebullition nucléée : nombreuses corrélations et modèles faisant intervenir les différents modes de transfert de chaleur- nécessité de connaître, R_d, f, n_c

Flux critique : différentes hypothèses, modèles basées sur les instabilités de Kelvin- Helmholtz

Ebullition en film : modèles similaires à ceux développés en condensation (bilans thermiques et dynamiques). Le flux de chaleur apporté par conduction à travers un film mince sert à vaporiser le liquide

Flux de chaleur minimum : modèle basé sur des instabilités de Rayleigh-Taylor

Ebullition de transition : peu de modèles, interpolation entre q_{max} et q_{min}