# *Transferts en milieux poreux*

*G.Debenest*

*Romain Guibert &*

*Pierre Horgue*

# *Sommaire*

*Plan*

- *Rappels, notions*
- *Écoulements en milieux poreux*
- *Monophasiques*
- *Multiphasiques*
- *Transferts de masse en milieux poreux*
- *Approches équilibre local*
- *Approches non équilibre local*
- *Projets*

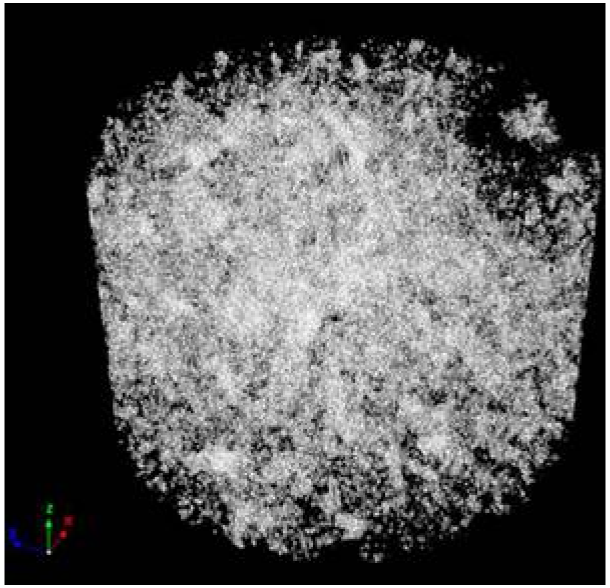
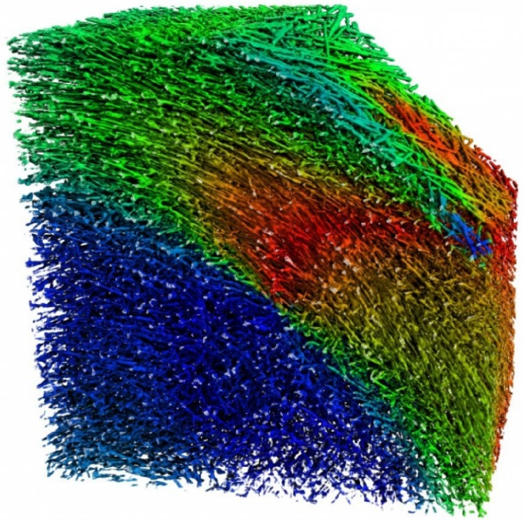
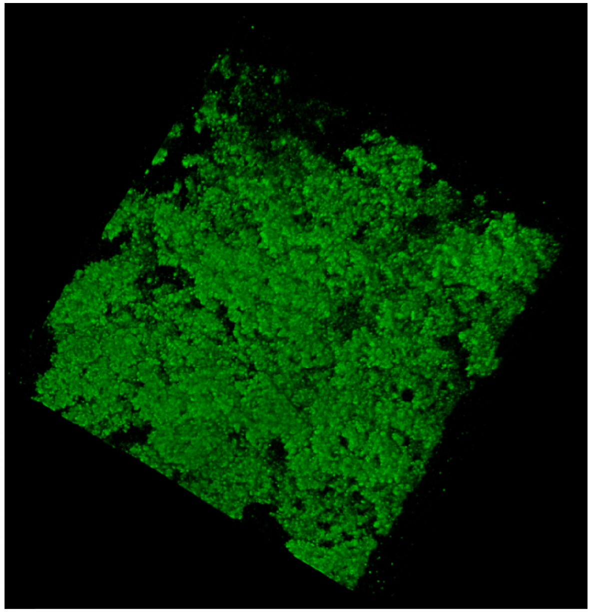
# *Notations*

- *Un rapport à faire sur les deux projets*
- *Rendu sur moodle*
- *Deux semaines après le dernier TD*
- *À faire / binôme*

# « Rappels »

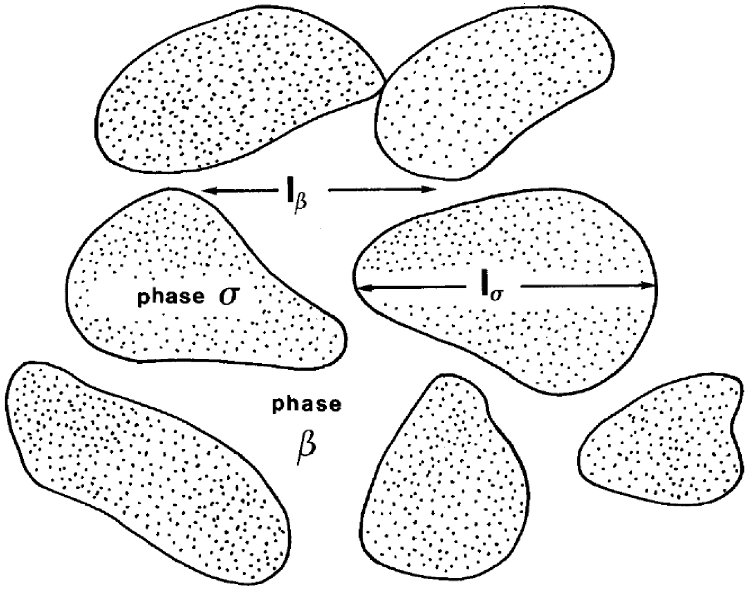
## Définition:

- *Un milieu poreux est un milieu composé d'une structure solide et d'espaces vides appelés pores. Ces pores peuvent être connectés ou non, et remplis partiellement ou totalement de liquide ou de gaz. Les milieux poreux peuvent être consolidés, comme une roche par exemple, ou non consolidés, comme un sable ou un empilement de billes.*

# Ecoulements en milieu poreux

- *Les lois de transport de masse et de quantité de mouvement dépendent de l'échelle à laquelle on considère le milieu.*



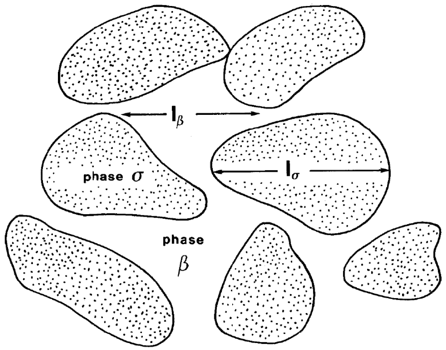
# Ecoulements en milieu poreux

- *A l'échelle locale, supposons que σ soit une phase solide:*

*Pour décrire l'écoulement, on a les équations de Navier Stokes:*

$$\underbrace{\rho\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}\cdot\nabla\vec{u}\right)}_{\text{Acceleration}} = \underbrace{-\nabla p}_{\text{Pressure}} + \underbrace{\nu \Delta \vec{u}}_{\text{Viscosity}}$$

*Dans le volume $V_\beta$*




$$\underbrace{\nabla\cdot\vec{u} = 0}_{\text{Continuity Equation}}$$

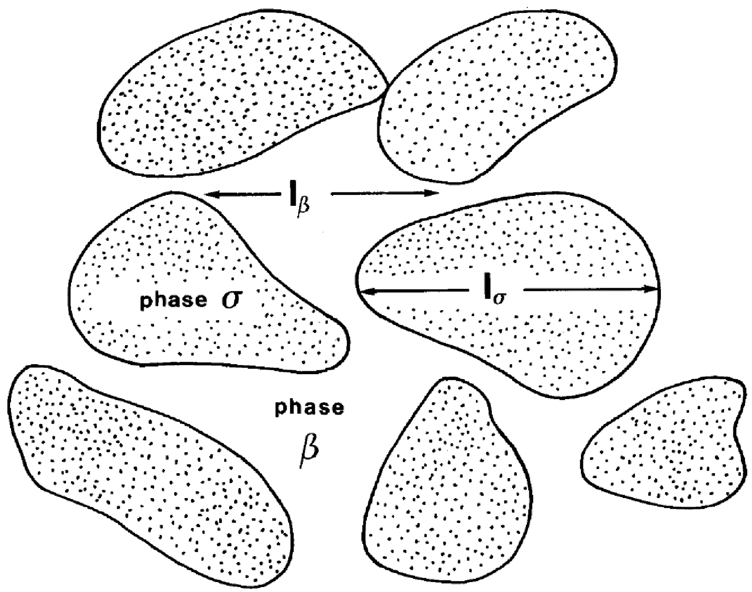
# *Ecoulements en milieu poreux*

- *Une propriété importante, la porosité…*

*Voir cours de 2HY*

*On peut la définir comme le rapport du volume de fluide sur le volume total de milieu.*

$$\varepsilon = \frac{V_\beta}{V_\beta + V_\sigma}$$

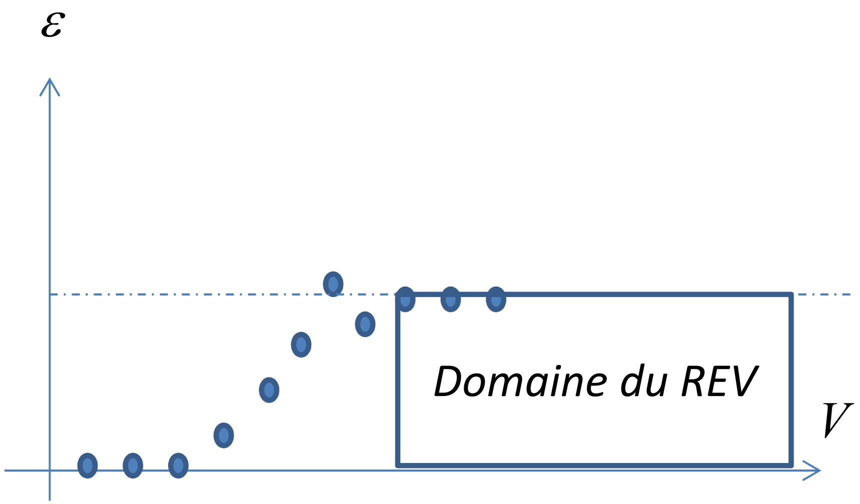


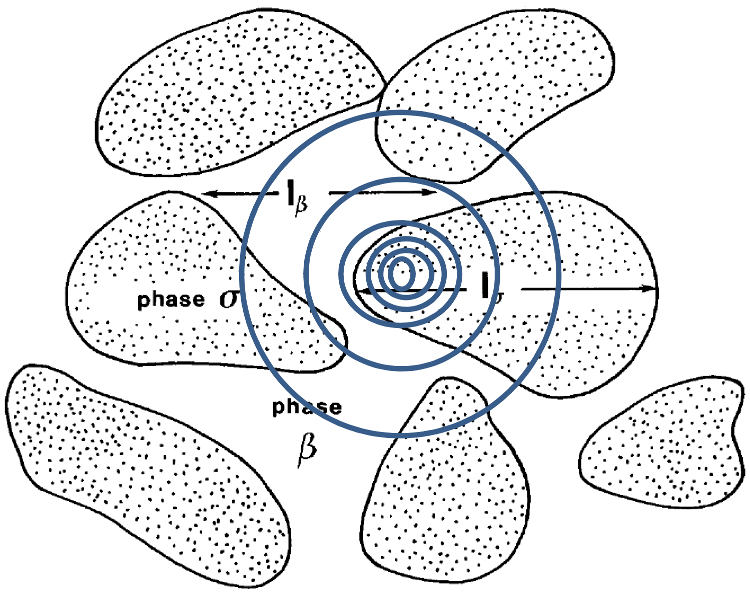
# Ecoulements en milieu poreux

- *Une propriété importante, la porosité…*

*Reprenons le milieu fictif…*

$$\varepsilon = \frac{V_\beta}{V_\beta + V_\sigma}$$



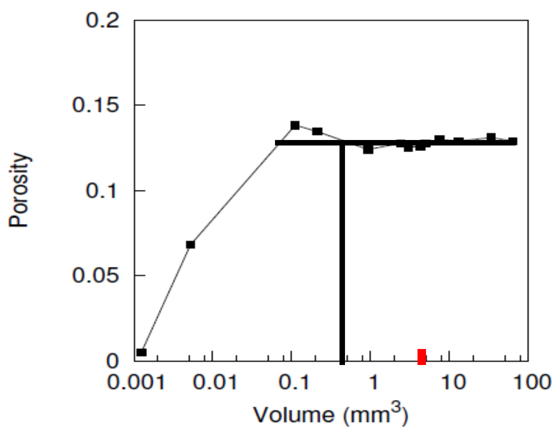



# Ecoulements en milieu poreux

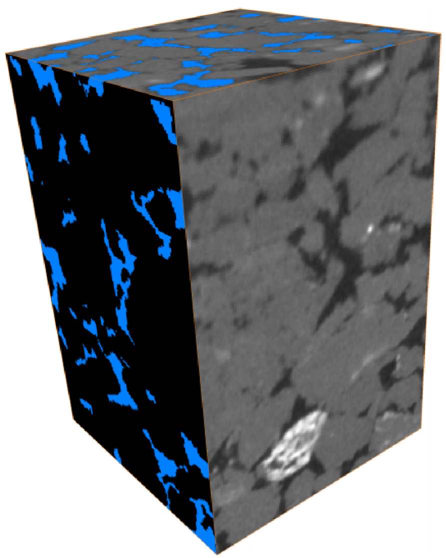
- *Une propriété importante, la porosité…*

*Reprenons le milieu fictif…*

$$\varepsilon = \frac{V_\beta}{V_\beta + V_\sigma}$$




*Guibert et al. 2015 TiPM*



# *Ecoulements en milieu poreux*

- *Peut-on se passer de la résolution de Navier Stokes ?*
- *Choix 1 : celui du forcené….*
- *Choix 2 : celui du raisonné…*
- *Choix 3 : les Hydro…*

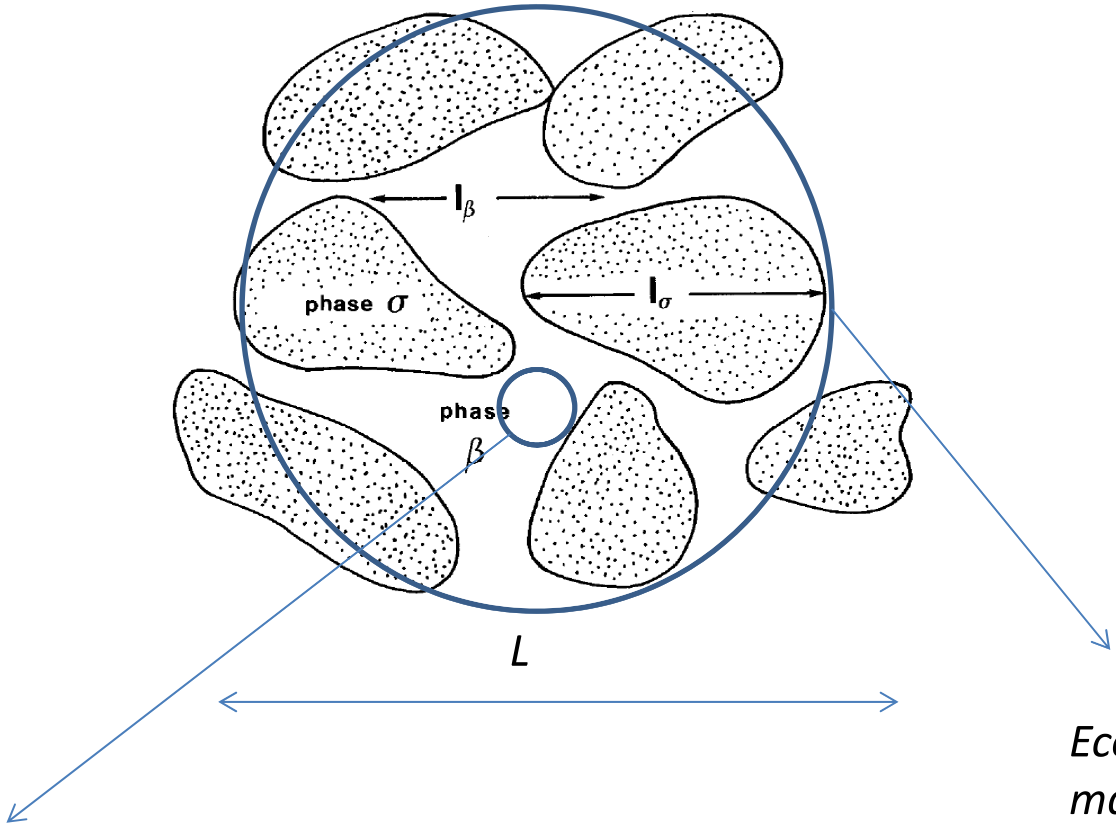
# *Ecoulements en milieu poreux*

1) *Oui le forcené peut conserver NS si besoin est…*

2) *Oui le raisonné peut se passer de NS mais devra estimer une propriété importante*

3) *Les Hydro ont la capacité à comprendre le besoin et choisir une formulation!*

# *Ecoulements en milieu poreux*




*Ecoulement local → NS*

*Ecoulement macroscopique → Darcy*

# *Ecoulements en milieu poreux*

$$\underbrace{\rho\,(\frac{\partial \overrightarrow{u}}{\partial t} + \overrightarrow{u} \cdot \nabla \overrightarrow{u})}_{\text{Acceleration}} = \underbrace{- \nabla p}_{\text{Pressure}} + \underbrace{\nu \triangle \overrightarrow{u}}_{\text{Viscosity}}$$

$$\underbrace{\nabla \cdot \overrightarrow{u} = 0}_{\text{Continuity Equation}}$$

$$V = \left( - \frac{k}{\mu} \nabla p^{*} \right)$$

# *Ecoulements en milieu poreux*

- *Rappel : $S_{spec}$, surface spécifique*

$$k = \varepsilon \frac{d^2}{32} \qquad \text{capillaire}$$

$$k = \varepsilon \frac{b^2}{12} \qquad \text{Hele Shaw}$$

$$k = C_0 \frac{\varepsilon^3}{S_{spec}} \qquad \text{Kozeny}$$

$$k = \frac{d_m^2}{180} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \qquad dm = \frac{6(1-\varepsilon)}{S_{spec}} \qquad \text{Kozeny-Carman}$$

# *Ecoulements en milieu poreux*

- *Si Re >10, alors on généralise Darcy en utilisant la correction dite de Forchheimer*

$$-\nabla P = \frac{\mu}{k} V + \beta \rho V^2$$

$$V(1 + \beta \rho V) = -\frac{k}{\mu} \nabla P$$

si $\beta << 1$, alors nous aurons la loi de Darcy.

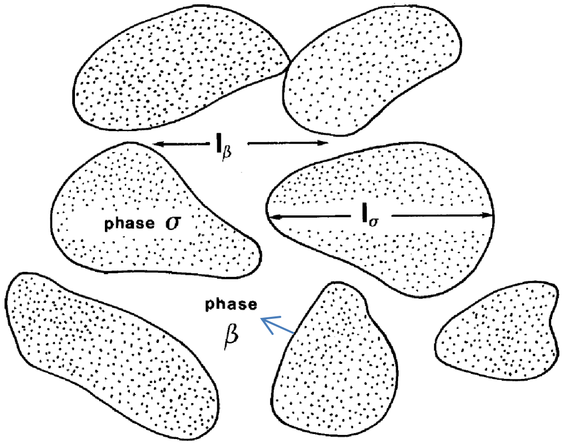
Attention, $\beta$ dépend de l'écoulement...

# Ecoulements en milieu poreux

- *Transferts de masse en milieu poreux…*

*Plusieurs cas, tel que traceur passif, réactif, adsorption, …*

*Commençons par le plus simple…*




$$\nabla.\mathbf{v}_\beta = 0$$

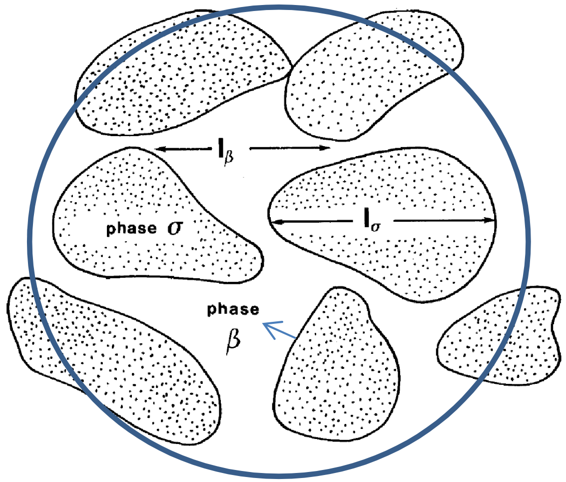
$$\frac{\partial c_\beta}{\partial t} + \nabla.\left(\mathbf{v}_\beta c_\beta\right) = \nabla.\left(D_\beta \nabla c_\beta\right)$$

$$C.L.1 \quad \mathbf{n}_{\beta\sigma}.D_\beta \nabla c_\beta = 0 \quad \text{sur } A_{\beta\sigma}$$

# *Ecoulements en milieu poreux*

- *Transferts de masse en milieu poreux…*

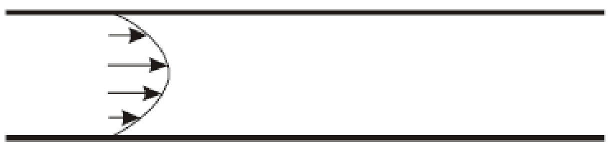
$$\frac{\partial \varepsilon_\beta \langle c_\beta \rangle^\beta}{\partial t} + \nabla.\left( \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \langle c_\beta \rangle^\beta \right) = \nabla.\left( \varepsilon_\beta \mathbf{D}^*_\beta . \nabla \langle c_\beta \rangle^\beta \right)$$



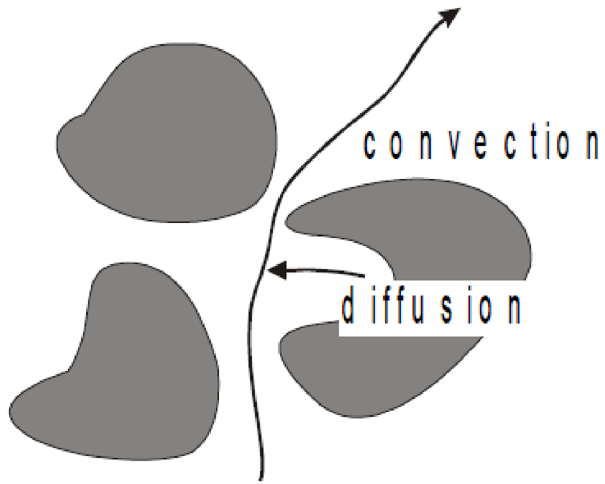

$\mathbf{D}^*_\beta$ *Tenseur de dispersion qui dépend de :*

- *Géométrie*
- *Ecoulement et des fluctuations de vitesse/ moyenne*

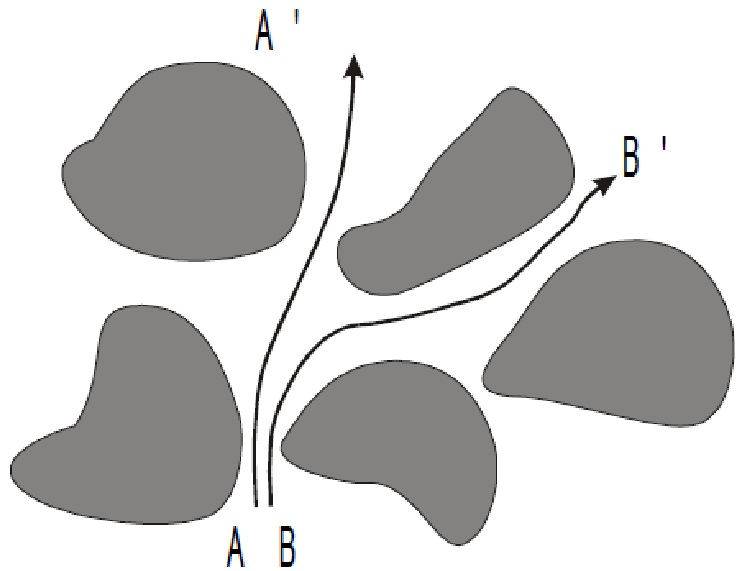
# *Ecoulements en milieu poreux*



Taylor dispersion




Retardation due to dead-end pores




Mechanical dispersion

# *Ecoulements en milieu poreux*

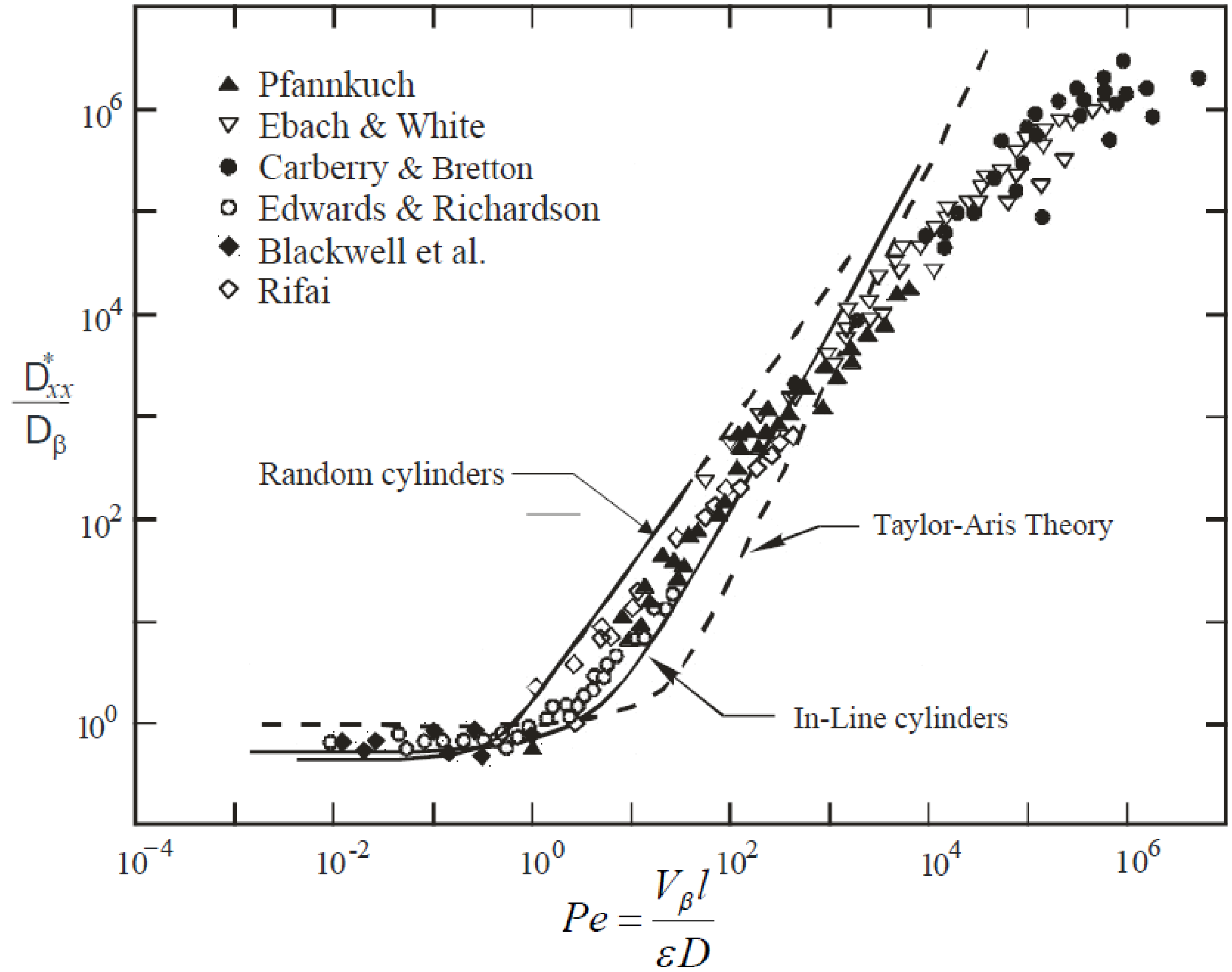
- *Peut-on déterminer ce tenseur?*

*Plusieurs méthodes :*

- *Méthode des moments (Brenner, Adler)*
- *Méthodes d’homogénéisation*
- *Méthodes de prise de moyenne volumique*

*( Quintard, Whitaker)*

# Ecoulements en milieu poreux




$$\mathrm{Deff} = Dm.Pe^2 / 48$$

$$\mathrm{P}e = \frac{U_0(a/2)}{D_m}$$

# Ecoulements en milieu poreux

- *La dispersion n'est pas un scalaire…*

*Effet de l'anisotropie généré par le champ de vitesse?*

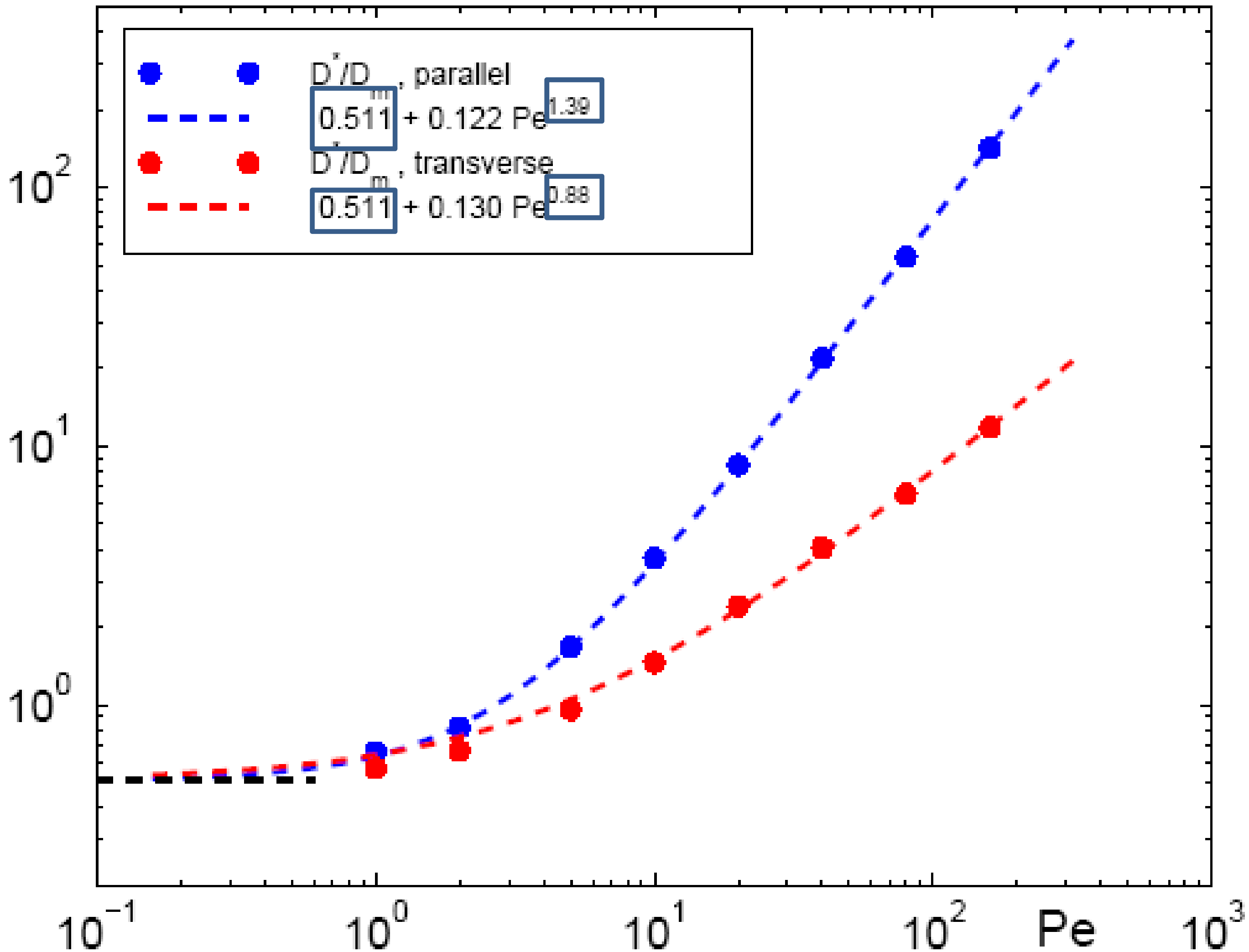
$$U = U.\overrightarrow{ex} \rightarrow D^* = \begin{bmatrix} D_L & - & - \\ - & D_T & - \\ - & - & D_T \end{bmatrix}$$

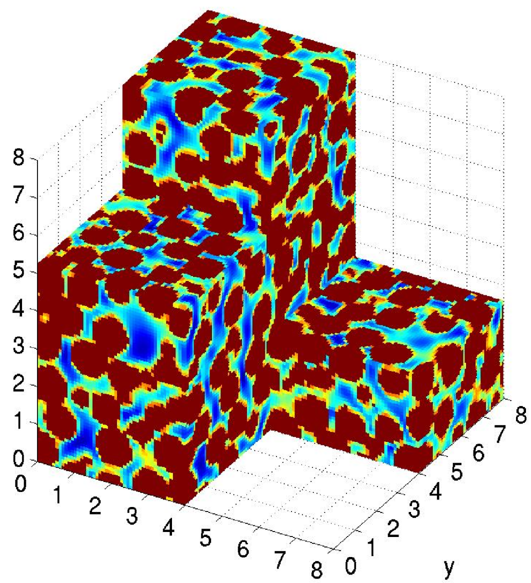
*Exemple (si la dispersion est linéaire):*

$$\mathbf{D}^* = \mathbf{D}_0 + \alpha_T \left\| \mathbf{U}_\beta \right\| \mathbf{I} + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{\mathbf{U}_\beta \mathbf{U}_\beta}{\left\| \mathbf{U}_\beta \right\|}$$

# Ecoulements en milieu poreux

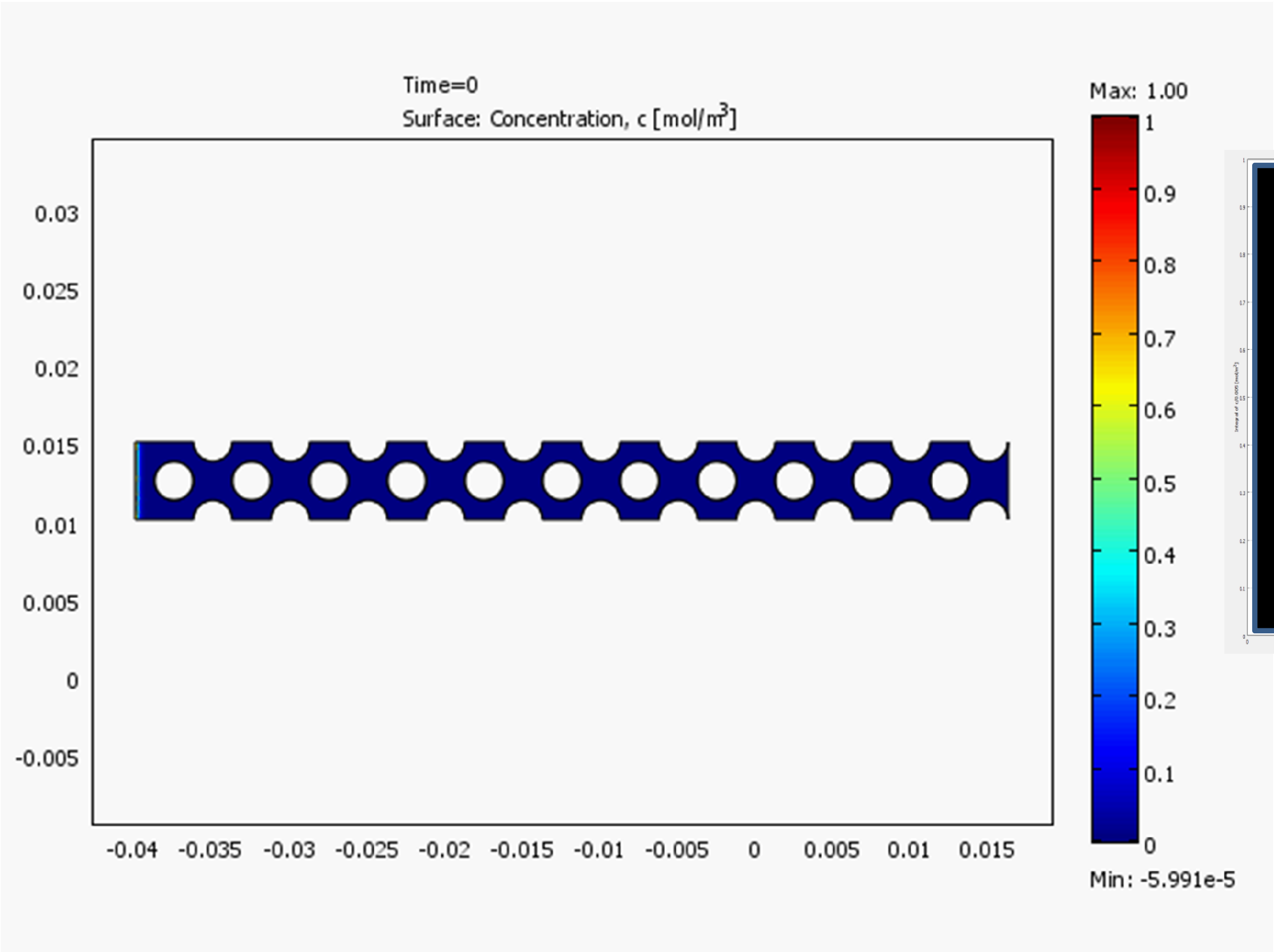
## Calcul de D*

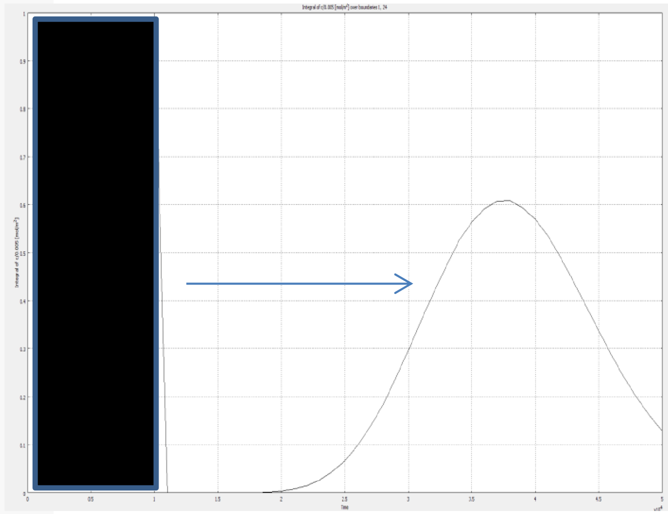


# Ecoulements en milieu poreux

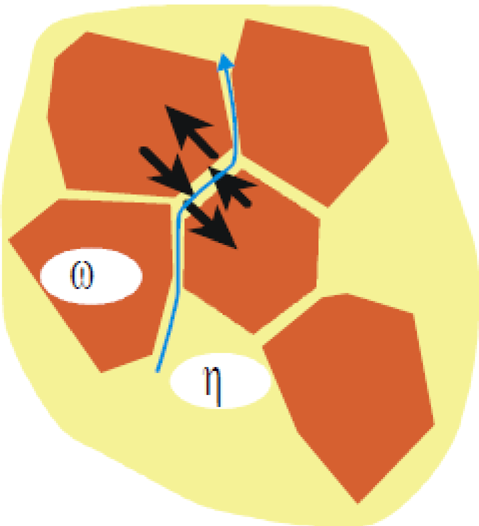
- *Résultats*

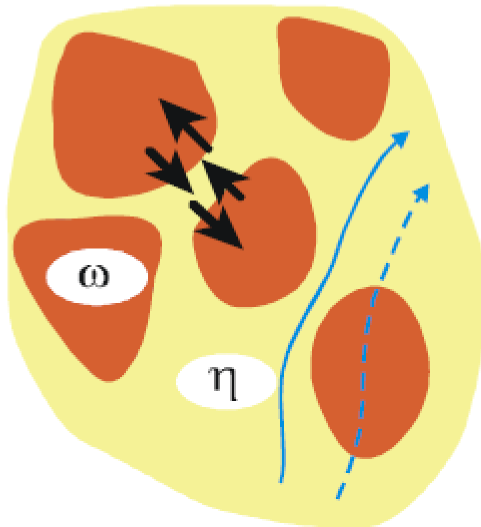


# *Ecoulements en milieu poreux*

*Prenons deux milieux, à une certaine échelle. Dans les deux milieux, on peut avoir transport de masse. Si un milieu est plus « mobile » que l'autre, que va-t-il se passer? Est-ce qu'une équation pourra représenter le transport d'un constituant?*

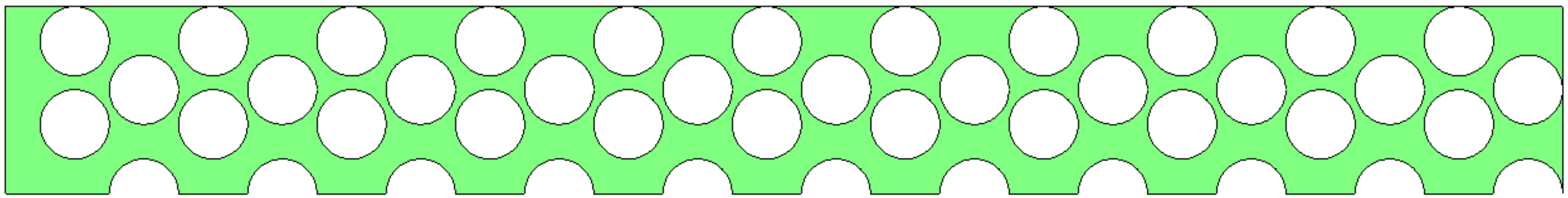


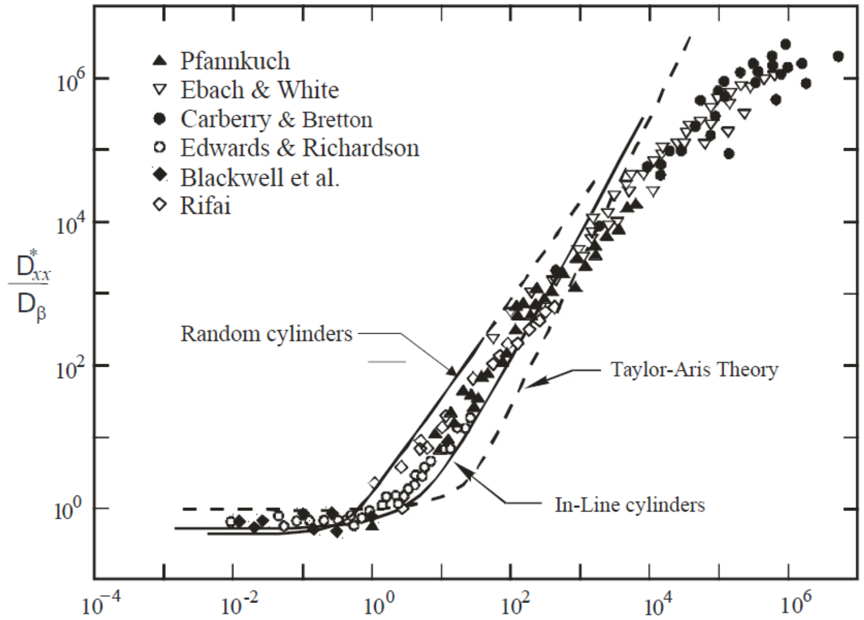
# *Ecoulements en milieu poreux*

*Vous savez quoi?*

*On va tenter de le faire ensemble…*



# *Ecoulements en milieu poreux*




$$\frac{\partial \varepsilon_\beta \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta}{\partial t} + \nabla . \left( \left\langle \mathbf{v}_\beta \right\rangle \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta \right) = \nabla . \left( \varepsilon_\beta \mathbf{D}^*_\beta . \nabla \left\langle c_\beta \right\rangle^\beta \right)$$

*Votre avis ?*

# Ecoulements en milieu poreux

$$\theta_m \frac{\partial c_m}{\partial t} + v_m \frac{\partial c_m}{\partial x} = D_m \frac{\partial^2 c_m}{\partial x^2} - \alpha\left(c_m - c_{im}\right)$$

**Coats et Smith (1964)**

$$\theta_{im} \frac{\partial c_{im}}{\partial t} = -\alpha\left(c_{im} - c_m\right)$$

$$\varphi_\omega \varepsilon_\omega \frac{\partial C_\omega}{\partial t} + \mathbf{V}_\omega . \nabla C_\omega = \nabla . \left( \mathbf{D}^*_\omega . \nabla C_\omega \right) - \alpha \left( C_\omega - C_\eta \right)$$

$$\varphi_\eta \varepsilon_\eta \frac{\partial C_\eta}{\partial t} + \mathbf{V}_\eta . \nabla C_\eta = \nabla . \left( \mathbf{D}^*_\eta . \nabla C_\eta \right) - \alpha \left( C_\eta - C_\omega \right)$$

*Ce sera l’objet de votre projet 1 !*