*Seconde année ENSEEIHT. Département Hydraulique et Mécanique des Fluides.*

# Mesure des propriétés thermiques d'un sable

(version du 29 octobre 2012)

## 1 Présentation et objectifs du TP

Le but de ce TP est de mesurer la conductivité thermique et la diffusivité thermique d'un matériau par deux méthodes différentes. Dans les deux cas, le matériau considéré est du sable.

**Partie 1 : mesure de la conductivité thermique** Pour cette mesure, on place une résistance chauffante dans le sable. L'ensemble est initialement à température uniforme et on dissipe une puissance constante dans la résistance chauffante. On relève la température de l'interface résistance-sable au cours du temps, et l'analyse montre qu'il existe un régime asymptotique dans lequel cette température varie comme le logarithme du temps avec un facteur proportionnel à la conductivité du sable.

**Partie 2 : mesure de la diffusivité thermique** Pour cette mesure, on chauffe superficiellement et de manière périodique un sable avec un flux radiatif. On mesure la température dans le sable à différentes profondeurs. On montre que l'analyse de l'amplitude et de la phase du signal thermique dans le sable permet de remonter à la diffusivité thermique du sable. On utilisera l'analyse de Fourier pour traiter les données.

Vous pourrez comparer vos résultats à la valeur indicative suivante, fournie par un exploitant d'une carrière de sable : $\alpha = 0.252 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2s^{-1}}$.

## 2 Partie 1

Le dispositif expérimental consiste en un récipient cylindrique ouvert rempli de sable, suivant la génératrice duquel est insérée une résistance chauffante (hauteur : 20 cm ; diamètre : 3 mm). Des thermocouples ont été placés dans le sable aux positions suivantes :

| voies | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| z(mm) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | +50 | -50 |
| r(mm) | 1.5 | 5 | 9.5 | 25 | 49.5 | $R_{\mathrm{cyl}}$ | 1.5 | 1.5 |

Le thermocouple 1 est positionné à la mi-hauteur de l'élément chauffant (que l'on repèrera par $z = 0$), sur la face extérieure de celui-ci ($r = 1.5\,\mathrm{mm}$), directement en contact avec le sable. Le thermocouple 5 est positionné sur la face interne du bac cylindrique (en $R = R_{cyl}$). La méthode expérimentale consiste à alimenter la résistance chauffante avec une puissance constante pendant une certaine durée et d'enregistrer la température des thermocouples en fonction du temps.

### 2.1 Questions préliminaires

1) Faites un schéma du dispositif expérimental. Quelles hypothèses d'invariance du champ de température vous paraissent raisonnables ?

2) Peut-on considérer le sable comme un milieu continu dans ce problème ?

3) Ecrivez l'équation à résoudre pour obtenir le champ de température dans le sable, ainsi que les conditions aux limites associées.

4) Représentez intuitivement l'évolution au cours du temps d'un profil radial de température, ainsi que les évolutions temporelles des températures des thermocouples.

### 2.2 Analyse théorique

La manière dont le problème se résout est détaillée dans un complément du cours sur la conduction, disponible sur Moodle (rubrique cours "Echanges thermiques", complément 1 sur la conduction). On se place dans le modèle d'un milieu infini pour le sable et on considère que la résistance chauffante peut être représentée par une distribution linéique de puissance d'épaisseur nulle. On suppose que la résistance de contact résistance chauffante-sable est nulle. Par analyse dimensionnelle, on peut montrer que le champ de température est de la forme

$$\frac{T - T_0}{\Delta T^\star} = \theta = f(\eta) \ , \quad \Delta T^\star = \frac{P'_0}{k} \ , \quad \eta = \frac{r^2}{4\alpha t} \ ,$$

où $T_0$ est la température initiale, $P'_0$ la puissance linéique apportée par la résistance chauffante, $k$ la conductivité thermique du sable et $\alpha$ sa diffusivité thermique. On admet que la solution finale est de la forme suivante :

$$T(r,t) = T_0 - \frac{P'_0}{4\pi k}(\gamma + \ln\eta + \eta - \frac{\eta^2}{4} + \cdots) \ , \quad \gamma = 0.57721\cdots \quad (\text{cste d'Euler}) \ .$$

5) Que devient ce résultat quand $\eta \ll 1$, par exemple au niveau de la résistance chauffante et pour t "suffisamment" grand ?

### 2.3 Traitement des données

On applique une puissance de l'ordre de 5.5 W (courant : 1.5 A). On considère une durée totale d'acquisition de 40 mn, comprenant chauffe et refroidissement par relaxation thermique. La fréquence d'acquisition est de 2 Hz.

6) En utilisant Matlab® pour visualiser les données expérimentales, montrez que le régime particulier évoqué ci-dessus (pour $\eta \ll 1$) est observé dans l'expérience. Déduisez de l'analyse des données expérimentales la valeur de $k$.

7) Comparez cette valeur à celle de la silice solide (pour le verre, $k$ est typiquement compris entre 1 et 1.4 $\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$) et celle de l'air $k_{air} = 0.026\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$. Sachant que la conductivité thermique de l'eau vaut $k_{eau} = 0.6\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$ , comment une éventuelle humidité du sable influencerait-elle les résultats obtenus dans notre expérience ?

8) En observant les réponses des thermocouples 2 et 4 lors de la phase de refroidissement, proposez également une estimation de la diffusivité thermique du sable.

## 3 Partie 2

Dans cette expérience, le sable est soumis à une densité de flux radiatif périodique en créneau, obtenue par un spot lumineux (période $T \approx 10$ mn). La densité de flux $\Psi(t)$ (exprimée en $\mathrm{Wm^{-2}}$) vaut $\Psi_0$ pour $0 < t < T/2$ et elle est nulle pour $T/2 < t < T$, etc. Quatorze thermocouples positionnés dans le sable, régulièrement espacés de 3 mm, permettent de mesurer la température à différentes profondeurs $z$ (l'origine $z = 0$ repère la surface du sable). Le thermocouple 1 est placé à l'interface sable-air. Les signaux peuvent être visualisés "en temps réel" grâce à l'interface graphique du programme d'acquisition. La fréquence d'échantillonnage indiquée sur l'interface graphique vaut 100 Hz. Mais en réalité, pour chaque thermocouple, on sauvegarde seulement une valeur de la température par seconde, égale à la moyenne des 100 dernières valeurs acquises, si bien que la fréquence d'acquisition réelle vaut 1 Hz. Ces signaux sont sauvegardés sous format ASCII (fichier *texte*) en fin d'acquisition.

### 3.1 Questions préliminaires : compréhension physique et premières observations

1) Faire un schéma du dispositif expérimental.

2) On s'intéresse aux transferts thermiques au voisinage de la génératrice du cylindre. Quelles hypothèses permettent de considérer que la température sur cet axe varie comme dans un milieu semi-infini ?

3) Représentez qualitativement l'évolution temporelle des signaux mesurés par 2 thermocouples, positionnés à des profondeurs différentes (par exemple ceux des thermocouples 2 et 4).

4) Visualisez ensuite les données obtenues lors de l'acquisition. Complétez alors votre réponse à la question précédente en commentant les points notables (évolution du signal au fur et à mesure que l'on pénètre dans le sable, déphasage, etc...). Atteint-on un régime asymptotique au cours de l'expérience ?

## 3.2 Analyse des données

Le point de départ consiste à écrire la densité de flux radiatif périodique sous forme d'une série de Fourier :

$$\begin{aligned}\Psi(t) &= \frac{\Psi_0}{2}\left\{1+\frac{4}{\pi}\left(\sin(\omega t)+\frac{\sin(3\omega t)}{3}\ldots+\frac{\sin((2p-1)\omega t)}{2p-1}+\ldots\right)\right\} \\ &= \Phi_0+\Phi_1(t)+\ldots+\Phi_p(t)+\ldots\end{aligned} \tag{1}$$

Cette écriture prend tout son sens quand on utilise une analyse de Fourier pour traiter les résultats expérimentaux. En effet, grâce au théorème de superposition, on sait que la solution peut être recherchée sous la forme :

$$T(z,t) = T_0(z,t)+T_1(z,t)+\ldots+T_p(z,t)+\ldots \tag{2}$$

où chacun des "modes" $T_p(z,t)$ est solution du problème pour lequel la densité de flux radiatif est donnée par $\Phi_p(t)$.

Pour les modes $p \neq 0$, l'évolution de la température tend vers un régime asymptotique stationnaire périodique. Dans ce régime, une étude théorique permet d'écrire chacun des modes sous la forme :

$$T_p(z,t) = A_p(z)\cos(\omega_p t+\phi_p(z)), \tag{3}$$

où l'amplitude et la phase des modes s'écrivent respectivement :

$$A_p(z) = \frac{2\phi_0}{(2p-1)\pi k}\sqrt{\frac{\alpha}{\omega_p}}\exp\left(\frac{-z}{e_p}\right)$$

et

$$\phi_p(z) = -\frac{z}{e_p}-\frac{3\pi}{4}$$

avec $\omega_p = (2p-1)\omega$ et $e_p = \sqrt{2\alpha/\omega_p}$ la longueur de pénétration, qui fait donc intervenir la diffusivité thermique $\alpha$, dont on cherche à déterminer la valeur. Expérimentalement, l'analyse par tranformée de Fourier (FFT, réalisée concrètement lors de ce TP en utilisant Matlab) permet d'obtenir l'amplitude et la phase de chacun de ces modes $T_p(z,t)$.

5) En guise de préliminaire à votre analyse de Fourier, discutez le choix de la fréquence d'acquisition du signal expérimental et rappellez le lien entre l'amplitude et la phase d'un mode de Fourier (ici un des $T_p(z,t)$) et les coefficients complexes obtenus par FFT du signal.

6) On commence par travailler sur le signal du thermocouple 2. Utilisez Matlab pour calculer la FFT de ce signal puis tracez son spectre. Commentez. Superposez sur le spectre précédent celui obtenu à partir du thermocouple 4 et discutez vos résultats.

7) Finalement, pour chaque signal obtenu aux différentes profondeurs $z$, déterminez l'amplitude et la phase du mode $T_1$, puis tracez l'évolution de ces deux grandeurs en fonction de $z$. Déduisez-en la longueur de pénétration $e_p$ puis la diffusivité $\alpha$ du sable.

8) Comparez vos résultats avec ceux obtenus par la méthode utilisée dans la Partie 1 de l'énoncé (pour le sable, on pourra prendre une densité équivalente de $1.5\,\mathrm{gr\,cm^{-3}}$ et une capacité calorifique équivalente de $700-800\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$).