

## TP : Etude d'une veine supersonique

### Guide pour la rédaction du compte-rendu

Encadrants :

Praud Olivier (Olivier.Praud@imft.fr)

Larnier Kevin (Kevin.Larnier@imft.fr)

### Instructions

Vous disposez de 15 jours pour rendre votre compte-rendu au Secrétariat du département Hydraulique. La note attribuée tiendra compte d'un éventuel retard. Pour toute question, n'hésitez pas à nous contacter par courriel aux coordonnées ci-dessus. Nous nous efforcerons de vous répondre rapidement.

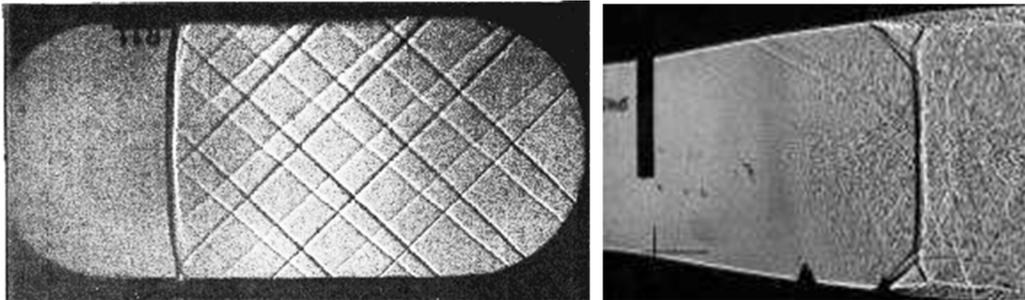


FIG. 1 – Visualisations d'un choc droit dans et à la sortie d'une tuyère de Laval.

### Première partie : étude théorique

- 1 - Formuler les hypothèses invoquées pour la modélisation de l'écoulement étudié.
- 2 - En partant des équations de conservation de la masse (1) et de la quantité de mouvement (2) démontrer le théorème d'Hugoniot pour la vitesse (9).
- 3 - En partant des équations de conservation de la quantité de mouvement (2) et de l'énergie (3), établir la relation isentropique pour la température (11). Grâce à la loi de Laplace (6), en déduire la relation isentropique pour la pression (13). Donner la valeur du rapport de pression  $P/P_i$  correspondant à un écoulement sonique.

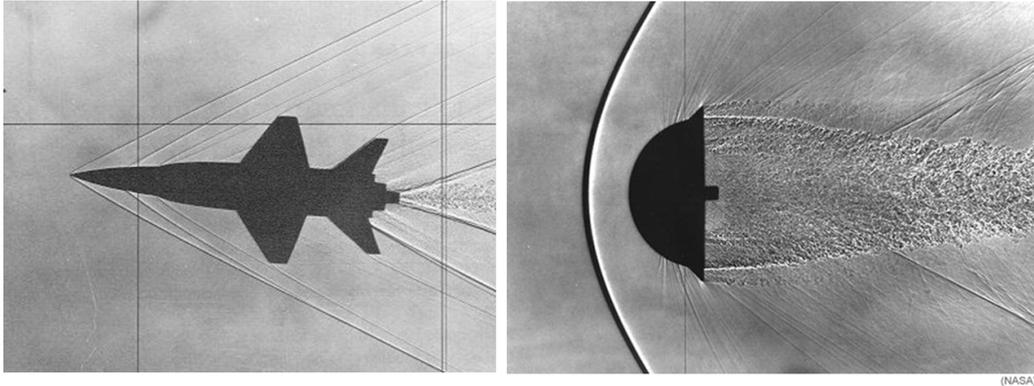


FIG. 2 – Ondes de chocs attachées et détachées sur des objets de forme différente.

## Deuxième partie : étude expérimentale

Note : on utilisera la mesure numérique de la pression génératrice  $P_i$  donnée par le tableau de commande plutôt que celle observée dans sur le manomètre à mercure.

### Mesure du profil du nombre de Mach

- 4 - Grâce aux mesures de pression des prises  $P_1$  à  $P_{35}$  déterminer et tracer sur un même graphique le rapport  $P/P_i$  en fonction du numéro de la prise de pression pour les trois régimes d'écoulement.
- 5 - Calculer et tracer sur un même graphique le profil du nombre de Mach en fonction du numéro de la prise de pression pour les trois régimes d'écoulement. Détailler en particulier l'obtention du nombre de Mach dans le régime partiellement amorcé. On fera attention, dans ce régime, à bien tenir compte de la pression génératrice vraie (on supposera pour l'instant que le choc est droit).
- 6 - Comparer et commenter les différentes courbes.
- 7 - En considérant que la température du réservoir amont (température génératrice  $T_i$ ) est la température ambiante, déterminer la température, la vitesse de l'écoulement ainsi que la vitesse du son au niveau du col pour les trois régimes. Commentez alors l'évolution du débit en fonction de la pression imposée en sortie de la tuyère,  $P_e$ .

### Tuyère désamorcée

- 8 - Situer le numéro de la prise de pression correspondant au col. Justifier votre choix.

### Tuyère totalement amorcée

- 9 - A partir des mesures faites avec la bisonde de Pitot, calculer le nombre de Mach de l'écoulement au droit des différentes prises de pression et tracer le profil du nombre de Mach en fonction du numéro de la prise de pression. On démontrera et utilisera pour cela la formule de Rayleigh,  $P_{i1}/P_0 = f(M_0)$  où  $P_{i1}$  est la pression génératrice à l'aval du choc droit généré par la présence du tube de Pitot dans l'écoulement (prise de pression 42) et  $P_0$  est la pression statique mesurée à l'amont de ce choc grâce à l'antenne de la bisonde de Pitot (prise de pression 41).
- 10 - Comparer les résultats obtenus à partir des mesures de pressions statiques et ceux obtenus à partir de la bisonde de Pitot. Quel intérêt peut présenter la méthode faisant intervenir la bisonde de Pitot par rapport à celle qui fait intervenir les prises de pressions latérales ?
- 11 - A la sortie de la tuyère, de quelle manière selon vous, la pression s'ajuste-elle à la pression imposée  $P_e$  ?

## Tuyère partiellement amorcée

- 12 - Comment se manifeste le choc sur le profil de pression dans la tuyère ?
- 13 - En supposant que le choc est droit, utiliser la relation de saut (17) pour calculer le rapport théorique des pressions statiques entre l'amont et l'aval du choc à partir du Mach amont au choc,  $M_0$ . Le comparer au rapport des pressions statiques fourni par la mesure. Que peut-on en déduire sur la nature du choc ? Quelles peuvent-êtres, selon vous, les phénomènes physiques à l'origine de cet écart à la théorie.
- 14 - En inversant la relation (17) estimer alors le nombre de Mach amont  $M'_0$  correspondant au rapport de pression mesuré.
- 15 - On considère que pour un choc oblique, les relations du choc droit restent valables à condition de considérer le nombre de Mach calculé à partir de la composante de la vitesse normale au choc. On considérera alors  $M'_0$  comme le nombre de Mach amont normal au choc c'est à dire le nombre de Mach calculé à partir de la composante de la vitesse normale au choc. En prenant cette valeur du Mach, calculer la pression d'arrêt isentropique  $P_{i1}$  en aval de ce choc à l'aide de la relation de saut (18). Comparer le rapport  $P_{i1}/P_{i0}$  obtenu en considérant comme Mach amont  $M'_0$  à celui prédit en prenant l'hypothèse d'un choc droit (Mach amont =  $M_0$ ). Quelle indication cela vous donne-t-il sur la nature du choc ?
- 16 - En supposant que l'écoulement reste isentropique entre l'aval du choc et la sortie de la tuyère, utilisez cette valeur pour  $P_{i1}$  ainsi que les mesures de pressions pour calculer le profil du nombre de Mach dans cette région de l'écoulement.

Annexe :  
Relations théoriques pour les écoulements stationnaires quasi-1D de  
fluides parfaits compressibles

**Relations de conservation :**

$$\text{Masse} \quad \rho U A = C^{te} \quad (1)$$

$$\text{Quantité de mouvement} \quad \rho U \frac{dU}{dx} = -\frac{dP}{dx} \quad (2)$$

$$\text{Energie} \quad \rho U C_p \frac{dT}{dx} = U \frac{dP}{dx} \quad (3)$$

$$(4)$$

**Relations thermodynamiques :**

$$\text{Loi d'état des gaz parfaits} \quad \frac{P}{\rho} = rT \quad (5)$$

$$\text{Loi de Laplace} \quad \frac{P}{\rho^\gamma} = C^{te} \quad (6)$$

$$\text{Relations de Mayer} \quad C_p - C_v = r \quad \text{et} \quad \frac{C_p}{C_v} = \gamma \quad (7)$$

$$(8)$$

**Théorèmes d'Hugoniot :**

Valable pour un écoulement isentropique

$$\text{Vitesse} \quad \frac{dU}{U} = \frac{1}{M^2 - 1} \frac{dA}{A} \quad (9)$$

$$\text{Pression} \quad \frac{dP}{P} = -\gamma \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{dA}{A} \quad (10)$$

$$\text{Température} \quad \frac{dT}{T} = (1 - \gamma) \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{dA}{A} \quad (11)$$

$$(12)$$

**Rapport aux grandeurs génératrices :**

Valable pour un écoulement isentropique.

Les grandeurs génératrices sont affectées de l'indice ( $i$ )

$$\text{Pression} \quad \frac{P_i}{P} = \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (13)$$

$$\text{Température} \quad \frac{T_i}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (14)$$

$$(15)$$

**Relations de saut à travers un choc normal :**

Conditions amont : indice (0), Conditions aval : indice (1)

$$\text{Nombres de Mach} \quad M_1^2 = \frac{(\gamma - 1)M_0^2 + 2}{2\gamma M_0^2 + 1 - \gamma} \quad (16)$$

$$\text{Pressions statique} \quad \frac{P_1}{P_0} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_0^2 - 1) \quad (17)$$

$$\text{Pressions génératrice} \quad \frac{P_{i1}}{P_{i0}} = \left[ \frac{(\gamma + 1)M_0^2}{2 + (\gamma - 1)M_0^2} \right]^{\gamma/\gamma - 1} \left[ \frac{2\gamma M_0^2 + 1 - \gamma}{\gamma + 1} \right]^{1/1 - \gamma} \quad (18)$$