

# Fac-similé cours HLCO du 1<sup>er</sup> Décembre 2020

D. Astruc

2) Coût de déformation

Miche

$$\left(\frac{H}{\lambda}\right)_{\max} = 0,14 \text{ (à } kh)$$

• eau profonde  $kh \rightarrow \infty$

$$\left(\frac{H}{\lambda}\right)_{\max} = 0,14$$

Combinaison max = 0,14

• eaux peu profondes:  $kh \rightarrow 0$

$$\left(\frac{H}{h}\right)_{\max} = 0,88$$

Weguel (1972)

$$\left(\frac{H}{h}\right)_{\max} = D(m) - a(m) \frac{H_{\max}}{gT^2} \quad (gT^2 \approx 1)$$

m: pte de la pente

$$\left\{ \begin{array}{l} a(m) = 43,8 (1 - e^{-19m}) \\ b(m) = -1,56 (1 + e^{-19,5m}) \end{array} \right.$$

③ c) Type de différentiel

d) Perte au sujet du différentiel dans le moule

⇒ perte d'énergie

paramétrisation de la perte d'énergie.

1. D'ordre de grandeur : la limite de différentiel

$$H(z) = \alpha \frac{h(z)}{z}$$

$\alpha \sim 0.88$

$$\frac{H}{h} = \alpha$$

2.  $\frac{\partial F(z)}{\partial z} = 0 \Rightarrow$  annulation du flux d'énergie  
avant le différentiel

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -D(z)$$

$D(z)$  pour de dissipation  
induit / différentiel

comment introduire  $D(z)$  ?

Le meuble : idée dans le site de jets internes.  
l'onde est analogue à une suite  
de resonances hydrauliques.

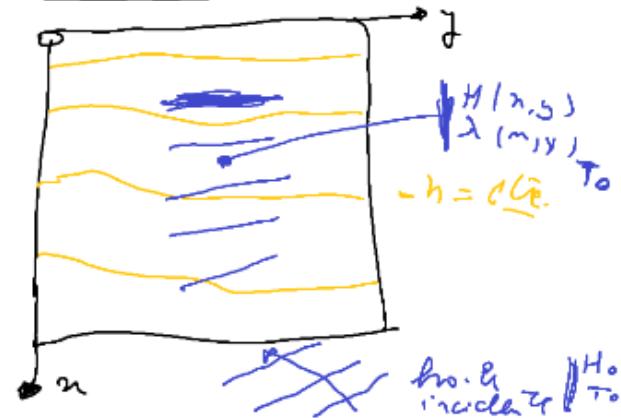
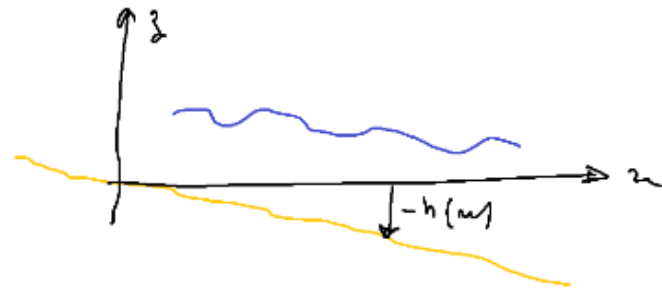


$$D(\text{m}) = \frac{\beta}{4} e g f \frac{H^3}{h}$$

$\beta$ : coefficient voisin de 1

$f$ : fréquence de l'onde  $\frac{1}{T}$

V) Transformation de la houle dans un milieu  $z_0$

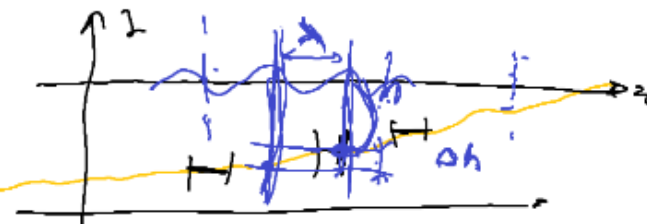


- hyp:
- milieu fluide et au repos ( $T = T_0$ )
  - fond vit "lentement variable"

onde  $P$  :  $\lambda$  &  $h$

$$\mu = \frac{\Delta h}{h} = \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\lambda}{h}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} \cdot \lambda = \Delta h$$

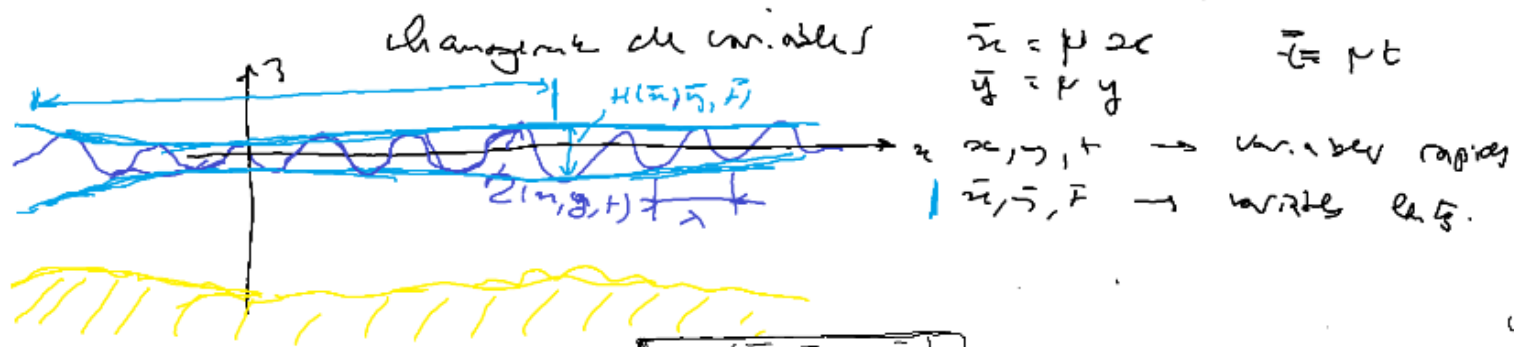


$\mu$  petit : fond lentement variable.

• régime des transitoires

① Réfraction en de la boucle

a) Approximation d'ondes courtes ( $\mu \rightarrow 0$ )



→  $\Phi = \left[ \Phi_0 + (-i\mu) \Phi_1 + (-i\mu)^2 \Phi_2 + \dots \right] e^{i \left[ \frac{S}{\mu} \right]}$

$\Phi_i = \Phi_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t}) \quad S = S(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t})$

$\vec{k} = \vec{\nabla} S$   
 $\omega = -S_{\bar{t}}$

modèle de potentiel des vagues.

variables lentes

rapides

idée : introduire ce potentiel des vagues dans les équations du modèle potentiel linéaire.

### Modèle linéaire

- $\mu' (\Phi_{\bar{z}\bar{z}} + \Phi_{\bar{z}z}) + \Phi_{zz} = 0 \quad -h \left( \frac{\bar{z}}{z} \right) z < 0$
- $\mu^2 \Phi_{\bar{z}\bar{z}} + g \Phi_z = 0 \quad z=0$
- $\Phi_z = -\mu^2 (\Phi_{\bar{z}} h_{\bar{z}} + \Phi_{\bar{z}} h_z) \quad z = -h(\bar{z}, \bar{z})$

### A l'ordre 0

$$\phi = \varphi e^{i(kz - \omega t)}$$

- $\Phi_{zz} - k^2 \phi = 0 \quad -h < z < 0$
- $\Phi_z - \frac{\omega^2}{g} \phi = 0 \quad z=0$
- $\Phi_z = 0 \quad z = -h$

idem solution propagative sur bord horizontal

$$\phi_0 = \frac{-i g}{2\omega} H(\bar{z}, \bar{z}, \bar{z}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

$$\omega^2 = gk \tanh kh$$

Ordre 1,  $\mu^4$

$$\cdot \Phi_{1z} - k^2 \Phi_1 = \vec{k} \cdot \vec{\nabla} \Phi_0 + \vec{\nabla} \cdot (k \Phi_0) \quad -h < z < 0$$

$$\cdot \Phi_{1z} - \frac{\omega^2}{g} \Phi_1 = - \frac{(\omega \Phi_0 + (\omega \Phi_0)_z)}{g} \quad z=0$$

$$\cdot \Phi_{1z} = \Phi_0 \vec{k} \cdot \vec{\nabla} b \quad z = -d$$

⇒ solution  $\mu$ : conditions de compatibilité

solution au  $\Phi_1$  si conditions de la  
conditions de  $\Phi_0$  de second membre

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\vec{\nabla} \Phi}{\omega} \vec{c}_g \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\Phi}{\omega} \right) = 0 \quad \text{conditions de compatibilité}$$

$$\vec{c}_g = c_g \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$$

pb Helmholtz :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{c}_g \cdot \vec{E}) = 0$$

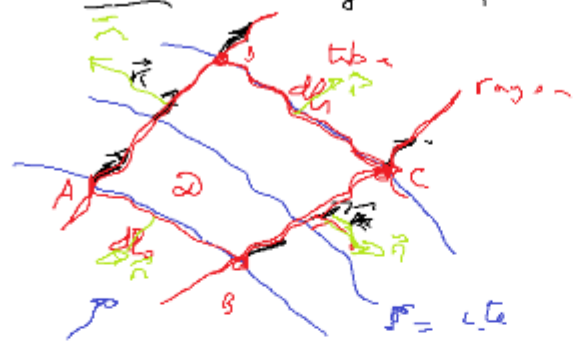
20 ⇒ l'équation de continuité de flux d'énergie  
(1D)

flèche : approximation WKBJ (mécanique quantique)



b) Méthode de la coupe de rayon (ray tracing)

Rayon: ligne partant tangente au cercle d'un de  $\vec{n}$



idee: intégrale de la quantité de conservation du flux sur un contour

$$\iint_{\partial \Omega} \vec{B} \cdot (\vec{c}_g \vec{E}) d\sigma$$

$$= \oint_{ABCA} \vec{n} \cdot \vec{c}_g \cdot \vec{E} dl$$

$$\int_{AB} \vec{n}_{AB} \cdot \vec{c}_g \vec{E} dl + \int_{BC} \vec{n}_{BC} \cdot \vec{c}_g \vec{E} dl + \int_{CA} \vec{n}_{CA} \cdot \vec{c}_g \vec{E} dl + \int_{BA} \vec{n}_{BA} \cdot \vec{c}_g \vec{E} dl = 0$$

$$- c_{g0} E_0 dl_0 + 0 + c_{g1} E_1 dl_1 + 0 = 0$$

$$\underline{c_g E dl = c_{g0} dl_0 \text{ le long d'un fibre}}$$

$$\frac{H(\vec{n}, \vec{\omega})}{H_0} = \left( \frac{c_{g0} dl_0}{c_g dl} \right)^{1/2}$$

de dépend de la géométrie du rayon.

Equation pour les rayons

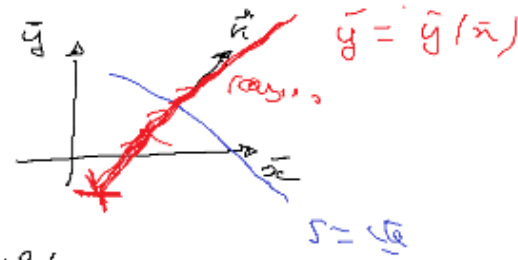
•  $\vec{k} = -\vec{\nabla} S$

$k^2 = |\vec{\nabla} S|^2$   $k^2$  connu par la relation de dispersion

•  $\omega \xrightarrow{R_0} \omega \rightarrow k^2 = \frac{\partial^2 S}{\partial \vec{r}^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial \bar{y}^2}$

•  $\vec{k}$  et  $\vec{r}$  orthogonaux.

$\left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \vec{r}} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \bar{y}} \right| \frac{\partial \bar{y}}{\partial \vec{r}}$



$\vec{k} = \begin{pmatrix} \frac{\partial S}{\partial r} \\ \frac{\partial S}{\partial \bar{y}} \end{pmatrix}$

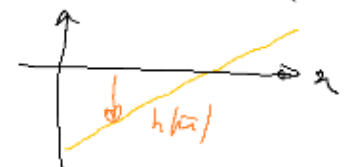
with direction  $\vec{r}$   
 $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\partial \bar{y}}{\partial r} \end{pmatrix}$

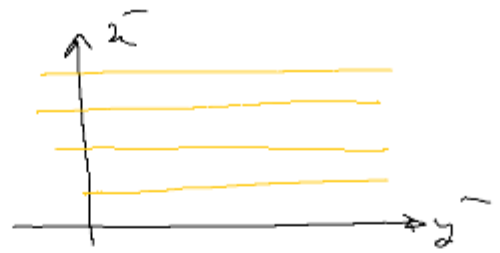
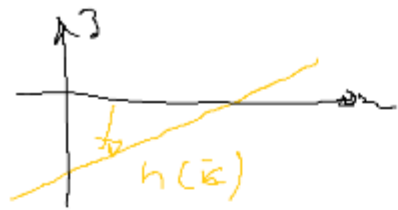
$$\frac{d}{d\vec{r}} \left[ \frac{k \bar{y}'}{(1 + \bar{y}'^2)^{1/2}} \right] = (1 + \bar{y}'^2)^{1/2} \frac{\partial k}{\partial \bar{y}}$$

EDO sur  $\bar{y}' \Rightarrow \bar{y}' \rightarrow \bar{y}(\vec{r})$   
 (Range - kutta) lancer de rayon

b) sur particules

$h(\vec{r}, \bar{y}) = h(\vec{r})$





Invariance du fond / y

$$\frac{dk}{dy} = 0 \quad \text{pas de variation en } \bar{y}$$

$$\frac{d}{dy} \left( \frac{k y'}{(1+y'^2)^{1/2}} \right) = 0$$

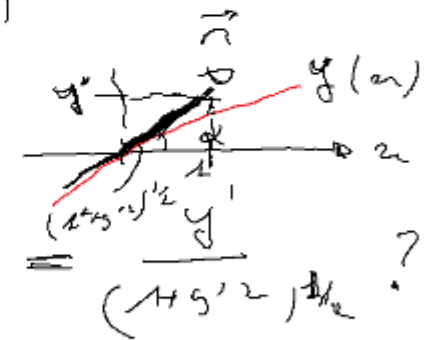
$$\frac{k y'}{(1+y'^2)^{1/2}} = cte$$

$$k \sin \alpha = cte$$

$$k \propto \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{\sin \alpha}{c} = cte$$

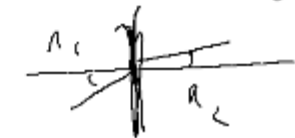
$c(\bar{z}, \bar{y})$

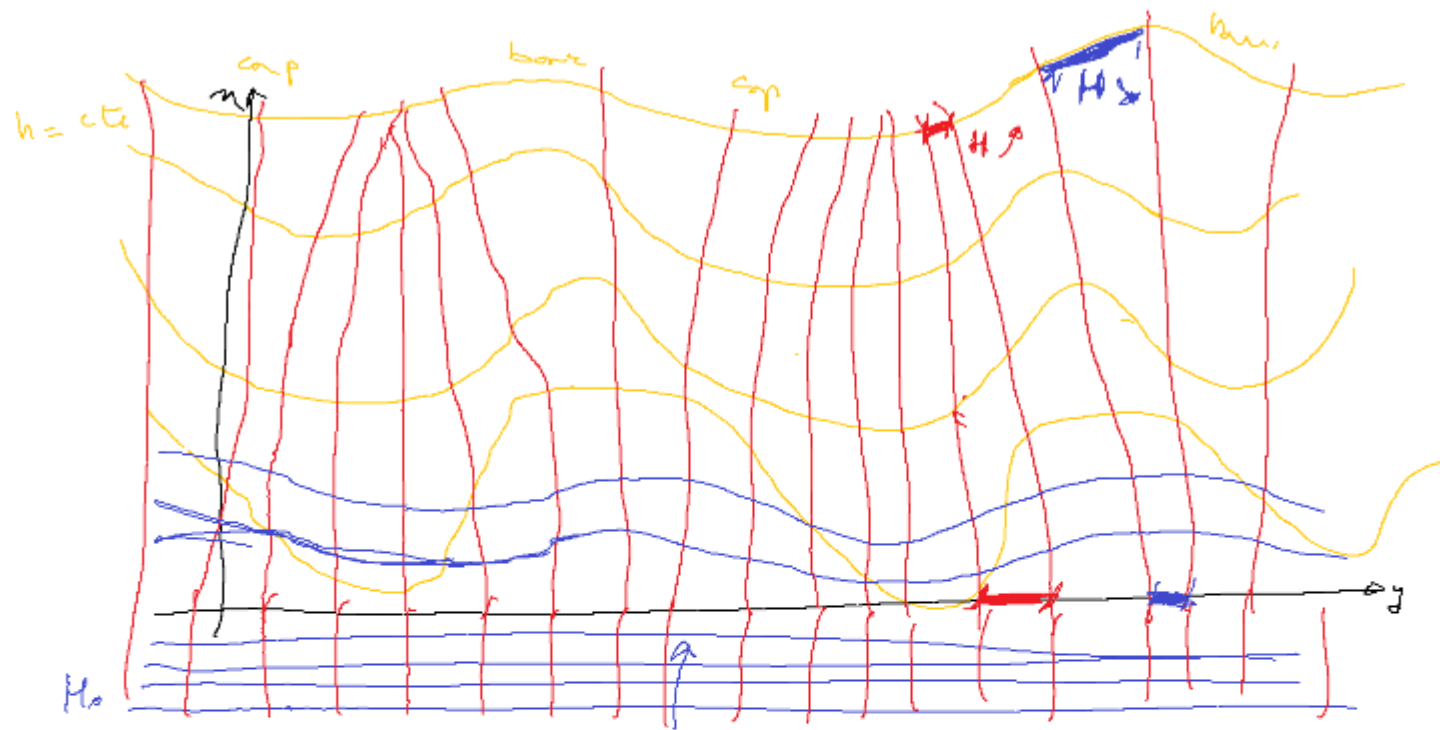


$$\sin \alpha = \frac{y'}{(1+y'^2)^{1/2}} \quad ?$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Snell - Descartes





1) en général

pas de propriétés particulières



$\Rightarrow$  résolution une ligne.



3) Refraction - Diffraction



pas angle